

ANÁLISE NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DE FIBRAS UNIDIRECIONAIS NAS PROPRIEDADES ELÁSTICAS DE COMPÓSITOS POLIMÉRICOS

César Tadeu Nasser Medeiros Branco, cesartadeub@hotmail.com¹
Igor dos Santos Gomes, igor.gomes@itec.ufpa.br¹
Jullyane Milena Silva de Figueiredo, jullyane.figueiredo17@gmail.com¹
Edwillson Gonçalves de Oliveira Filho, edwillson19@hotmail.com¹
Jair Souza Magalhães, jairfsm@ufpa.br¹
Luciano Monteiro Almeida, lm_almeida@yahoo.com.br¹
Fábio Santos de Sousa, fabio.eng.materiais@gmail.com¹
Mauro José Guerreiro Veloso, mjgveloso@uol.com.br¹
Roberto Tetsuo Fujiyama, fujiyama.ufpa@gmail.com¹

¹Universidade Federal do Pará, Rua. Augusto Correa, N° 1, Laboratório de Engenharia Mecânica, GPMAC.

Resumo: Atualmente diversas empresas utilizam programas computacionais para realizarem um estudo sobre aplicação de materiais e produtos em diversas áreas da engenharia. Os materiais metálicos são empregados na fabricação de cascos de embarcações e de componentes e estruturas de automóveis. Entretanto na última década, materiais compósitos com reforço de fibra de vidro tem sido largamente empregado face às boas características de resistências quando comparadas a materiais metálicos. Este trabalho é apresentado em duas etapas. A primeira analisa as propriedades elásticas de um compósito de fibras de vidro e uma matriz de epóxi considerando o compósito como um elemento de volume representativo, sendo a fibra de vidro de seção transversal circular e hexagonal. O elemento de volume representativo apresenta dimensões microscópicas, tanto da matriz e do filamento da fibra de vidro como módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e módulo de cisalhamento, através do método de homogeneização numérica. As fibras de vidro e a matriz epóxi foram consideradas como materiais homogêneos e isotrópicos e com módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson definidos pela literatura. Na segunda etapa deste trabalho é feita uma investigação por meio da análise de elementos finitos. Deste modo foi criado um elemento com fibras circulares e hexagonais. A finalidade do trabalho, ao simular uma fibra hexagonal, é estudar as propriedades elásticas em programas computacionais para fibras que não possuem uma seção perfeitamente circular, como as fibras naturais. Os resultados da simulação numérica são condizentes com a formulação analítica proposta pelo método da homogeneização numérica, apresentando um erro baixo para as fibras circulares e um erro de no máximo 10% para as fibras hexagonais.

Palavras-chave: EVR, material compósito, fibra de vidro, matriz de epóxi.

1. INTRODUÇÃO

Os compósitos são definidos como materiais heterogêneos e multifásicos. Conforme Freire *et al* (1994), os compósitos são distintos tanto em escala microscópica quanto na escala macroscópica. Eles também são multifásicos, em que um dos componentes, descontínuo (fibra), dá a principal resistência ao esforço e o outro, contínuo (matriz), o meio de transferência desse esforço.

Segundo Gibson (1994), os materiais estruturais podem ser divididos em quatro categorias básicas, como: metal, polímeros, cerâmicos e compósitos. Com propósito à utilização de novos materiais para aplicação nas indústrias: civil, naval e aeroespacial, surgem a necessidade de se analisar as tensões entre a fibra e a matriz em um compósito reforçado por fibras sintéticas, para que o material formado resista às solicitações mecânicas as quais eles são submetidos.

Conforme Barbero (2007), o estudo da mecânica de um compósito reforçado por fibras é bastante complexo em função de sua característica anisotrópica e heterogênea. A análise de tensões desses materiais pode ser feita a nível microscópico, a nível laminar e a nível do laminado. Quando é necessário um grande nível de detalhe, a deformação e a tensão são calculadas ao nível do constituinte, isto é, fibra e matriz. Neste caso, é necessário descrever a microestrutura, incluindo a forma da fibra e a distribuição geométrica, e as propriedades dos materiais dos constituintes.

Embora já tenham sido feitos grandes trabalhos sobre compósitos poliméricos reforçados com fibras com secção circular e com fibras de vidro como reforço, o presente trabalho apresenta uma comparação dos resultados das

propriedades elásticas de fibras com seção circular e hexagonal, visando analisar o comportamento das tensões em um elemento de volume representativo (EVR) para fibras com geometrias não circulares, como é o caso das fibras naturais.

Para este fim, o presente trabalho desenvolve um EVR micromecânico tridimensional com geometria da fibra de seção hexagonal e circular dispersos em uma ordem hexagonal dentro da matriz. A técnica de homogeneização numérica baseada na análise de elementos finitos foi utilizada para avaliar as propriedades elásticas do elemento, como módulo de elasticidade, Poisson e módulo de cisalhamento. Os resultados dos elementos finitos são comparados com os métodos de homogeneização analíticas. O objetivo é demonstrar a aplicabilidade da técnica de homogeneização usando o método de elementos finitos para estimar as características mecânicas do material.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Tipo do elemento

O elemento utilizado na análise de elementos finitos foi o SOLID186, que é um elemento sólido tridimensional com 20 nós de ordem superior que exibe comportamento de deslocamento quadrático, de acordo com a biblioteca de elementos do ANSYS 17.2 Academic®. Ele apresenta três graus de liberdade por nó: translações nas direções x (UX), y (UY) e z (UZ). O sólido estrutural homogêneo é bem adequado para modelar malhas irregulares, como as produzidas por vários sistemas CAD/CAM. O elemento pode ter qualquer orientação espacial.

2.2. Material compósito reforçado por fibras contínuas e alinhadas

No compósito laminado de fibras unidirecionais, as fibras contínuas e a matriz são orientadas nas direções desejadas e ligadas entre si para formar um laminado, conforme a Fig. (1). Embora o laminado de fibras contínuas seja amplamente utilizado, o potencial de delaminação, ou separação das lâminas, é ainda um grande problema porque a força interlaminar é dominada pela matriz.

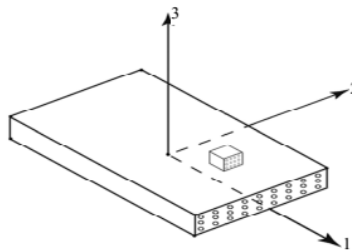


Figura 1. Disposição das fibras para o compósito de fibras unidirecionais e Pal e Haseebuddin (2015).

2.3. Material transversalmente isotrópico

Esse tipo de material apresenta um eixo de simetria. Como nos compósitos reforçados por fibras unidirecionais, pode ser considerado um eixo de simetria se as fibras estiverem dispostas aleatoriamente no sentido de corte da seção transversal. Qualquer plano contendo a direção da fibra é considerado como um plano de simetria.

Um material transversalmente isotrópico é descrito por cinco constantes. Quando o eixo de simetria na direção da fibra (direção 1), as equações para uma análise tridimensional da Lei de Hooke se reduz conforme a Eq. (1). Para encontrar a matriz de compliance, é necessário inverter a matriz de rigidez [C].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{22} - C_{23})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Em termos de constantes de engenharia, como módulo de elasticidade (E), coeficiente de Poisson (ν) e módulo de cisalhamento (G), e levando em consideração que as direções 2 e 3 são indistinguíveis, as seguintes relações se aplicam para esse tipo de material conforme a Eq. (2). Também, outras duas direções perpendiculares no plano 2-3 pode ser considerado como eixo, ou seja, o plano 2-3 é isotrópico. Dessa forma pode-se encontrar o valor do módulo do cisalhamento no plano 2-3 conforme a Eq. (3).

$$E_2 = E_3; \nu_{12} = \nu_{13}; G_{12} = G_{13} \quad (2)$$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_{23})} \quad (3)$$

2.4. Elemento de Volume Representativo (EVR)

A primeira aproximação para a determinação das propriedades elásticas denomina-se elemento de volume representativo (EVR). São elementos cúbicos ou quadrados que são usados em aproximações numéricas por conta da facilidade em resolver problemas de contorno com essas geometrias, como ilustrado na Fig. (2a). Por questões de simetria o EVR pode ser simplificado para um elemento menor como visto na Fig. (2b) e Fig. (2c). Neste trabalho as simulações são realizadas conforme a Fig. (2c) de fato.

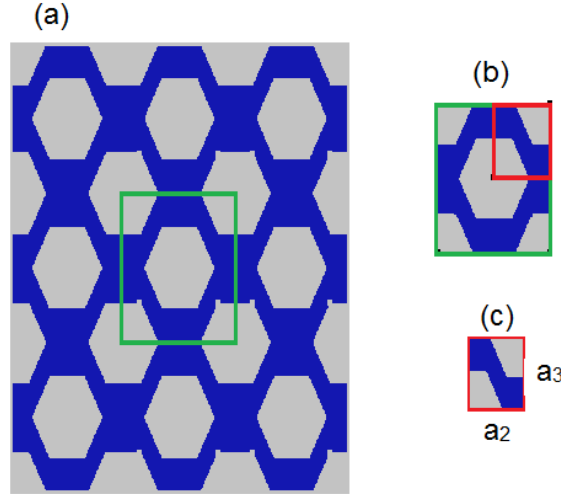


Figura 2. (a) Elemento de volume representativo, (b) uma parte do EVR e (c) simetria do elemento.

Para cada EVR há uma fração volumétrica de fibras (VF). Essa fração é útil para a inserção desse valor durante os cálculos analíticos e para o desenho da geometria circular e hexagonal. A Equação (4), mostra a fração volumétrica para o elemento de volume representativo com fibras circulares (VF_c).

$$VF_c = \frac{\pi R_c^2}{2a_2 a_3} \quad (4)$$

Por questões de comparação da geometria da fibra de seção circular, um outro elemento de volume representativo foi desenhado com fibras de seção hexagonais, conforme a Fig. (2a). Afim de manter a mesma fração volumétrica que as fibras com seção circular, foi necessário determinar o raio equivalente entre o raio do círculo (R_c) e o raio da seção hexagonal (R₆). Em termos práticos, o raio da seção hexagonal é dado conforme a Eq. (5) que é obtida pela igualdade entre a área de um círculo e de um hexágono.

$$R_6 = 1,0996R_c \quad (5)$$

2.5. Modelo de uma microestrutura periódica

Segundo Barbero (2007), a determinação analítica das propriedades elásticas do material compósito, conforme o método de homogeneização numérica, requer uma série de cálculos. Partindo da Eq. (1), que trata da matriz de rigidez, é necessário determinar cada valor de C dentro da matriz. Os valores da matriz de rigidez podem ser determinadas pelo bloco de Eq. (6).

$$\begin{aligned} C_{11} &= \lambda_m + 2\mu_m - \frac{VF}{D} \left(\frac{S_3^2}{\mu_m^2} - \frac{2S_6S_3}{\mu_m^2 g} - \frac{aS_3}{\mu_m^2 c} + \frac{S_6^2 - S_7^2}{\mu_m^2 g^2} + \frac{aS_6 + bS_7}{\mu_m g c} + \frac{a^2 - b^2}{4c^2} \right) \\ C_{12} &= \lambda_m + \frac{VF}{D} b \left(\frac{S_3}{2\mu_m c} + \frac{S_6 - S_7}{2\mu_m g c} + \frac{a+b}{4c^2} \right) \\ C_{23} &= \lambda_m + \frac{VF}{D} \left(\frac{aS_7}{2\mu_m g c} - \frac{ba + b^2}{4c^2} \right) \\ C_{22} &= \lambda_m + 2\mu_m - \frac{VF}{D} \left(-\frac{aS_3}{2\mu_m c} + \frac{aS_6}{2\mu_m g c} + \frac{a^2 - b^2}{4c^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{44} &= \mu_m - VF \left[-\frac{2S_3}{\mu_m} + (\mu_m - \mu_f)^- + \frac{4S_7}{\mu_m(2-2\nu_m)} \right]^- \\ C_{66} &= \mu_m - VF \left[-\frac{S_3}{\mu_m} + (\mu_m - \mu_f)^- \right]^- \end{aligned} \quad (6)$$

Algumas outras constantes que determinam cada valor de C, podem ser encontrados por meio da seguinte relação de bloco de Eq. (7).

$$\begin{aligned} D &= \frac{aS_3^2}{2\mu_m^2c} - \frac{aS_6S_3}{\mu_m^2gc} + \frac{aS_6^2 - aS_7^2}{2\mu_m^2g^2c} + \frac{S_3(b^2 - a^2)}{2\mu_m c^2} + \frac{S_6(a^2 - b^2) + S_7(ab + b^2)}{2\mu_m gc^2} + \frac{(a^3 - 2b^3 - 3ab^2)}{8c^3} \\ a &= \mu_f - \mu_m - 2\mu_f\nu_m + 2\mu_m\nu_f \\ b &= -\mu_m\nu_m + \mu_f\nu_f + 2\mu_m\nu_m\nu_f - 2\mu_f\nu_m\nu_f \\ c &= (\mu_m - \mu_f)(\mu_f - \mu_m + \mu_f\nu_f - \mu_m\nu_m + 2\mu_m\nu_f - 2\mu_f\nu_m + 2\mu_m\nu_m\nu_f - 2\mu_f\nu_m\nu_f) \\ g &= 2 - 2\nu_m \end{aligned} \quad (7)$$

Os subscritos *m* e *f* referem-se à matriz e à fibra, respectivamente. Considerando que tanto a matriz quanto à fibra são isotrópicos, as constantes de Lamé (λ e μ), tanto para a matriz quanto para as fibras, são obtidas conforme o bloco de Eq. (8) em termos do módulo de Young, coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade para cada constituinte.

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \mu &= G \end{aligned} \quad (8)$$

Para um compósito reforçado por fibras cilíndricas periodicamente arranjadas em uma formato quadrangular, alinhado em x_1 , com $a_2=a_3$, as constantes S_3 , S_6 e S_7 conforme Nemat-Nasser (1982). A Equação (9) será utilizada para as fibras de seção hexagonal também.

$$\begin{aligned} S_3 &= 0,49247 - 0,47603VF - 0,02748VF^2 \\ S_6 &= 0,36844 - 0,14944VF - 0,27152VF^2 \\ S_7 &= 0,12346 - 0,32035VF + 0,23517VF^2 \end{aligned} \quad (9)$$

2.6. Homogeneização numérica

Como mostrado na Figura (2a), o material compósito considerado nessa seção tem fibras de seção circulares com comprimento infinito, imersos em uma matriz elástica. Em função da periodicidade, o EVR tridimensional pode ser simulado por meio de uma análise de elementos finitos.

A análise dessa microestrutura produz diretamente um tensor de rigidez isotrópico transversal, representado pela Eq. (1), mas agora na Eq. (10) apresenta um traço sobre a constante, indicando a tensão e deformação média calculada no volume do elemento

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \\ \bar{\sigma}_4 \\ \bar{\sigma}_5 \\ \bar{\sigma}_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}C_{12}C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}C_{22}C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}C_{23}C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{22} - C_{23})/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_1 \\ \bar{\epsilon}_2 \\ \bar{\epsilon}_3 \\ \bar{\gamma}_4 \\ \bar{\gamma}_5 \\ \bar{\gamma}_6 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Uma vez que os componentes do tensor transversal isotrópico são conhecidos, as cinco propriedades elásticas do material homogeneizado pode ser calculado conforme o bloco de Eq. (11).

$$\begin{aligned} E_1 &= C_{11} - \frac{2C_{12}^2}{C_{22} + C_{23}} \\ E_2 &= \frac{(2C_{11}C_{22} + 2C_{11}C_{23} - 4C_{12}^2)(C_{22} - C_{23} + 2C_{44})}{3C_{11}C_{22} + C_{11}C_{23} + 2C_{11}C_{44} - 4C_{12}^2} \\ G_{12} &= G_{13} = C_{66} \\ \nu_{12} &= \nu_{13} = \frac{C_{12}}{C_{22} + C_{23}} \\ \nu_{23} &= \frac{C_{11}C_{22} + 3C_{11}C_{23} - 2C_{11}C_{44} - 4C_{12}^2}{3C_{11}C_{22} + C_{11}C_{23} + 2C_{11}C_{44} - 4C_{12}^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Segundo Pal e Haseebuddin (2015), a lâmina do material compósito é modelada como um meio homogêneo ortotrópico com módulos efetivos que descrevem as propriedades médias dos compósitos. Para descrever este meio macroscopicamente homogêneo, macro-tensões e macro-deformações são encontrados pela média do tensor de tensão e de deformação sobre o volume do EVR. As tensões e deformações médias são determinadas conforme a Eq. (12) e Eq. (13).

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV \quad (12)$$

$$C_{\alpha\beta} = \bar{\sigma}_\alpha = \frac{1}{V} \int_V \sigma_\alpha(x_1, x_2, x_3) dV; \quad \text{onde } \alpha, \beta = 1 \dots 6 \quad (13)$$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Materiais para a simulação

Foram utilizados dois materiais para a simulação: a matriz de epóxi e a fibra de vidro. A matriz de epóxi possui 3,45GPa de módulo de elasticidade, enquanto que a fibra de vidro possui 73,1GPa. Outra propriedade elástica útil para as simulações, é o coeficiente de Poisson que apresenta os valores de 0,35 e 0,22 para a matriz de epóxi e para a fibra de vidro, respectivamente.

Cada constituinte é inserido separadamente em cada elemento do EVR. O EVR tem dimensões de 3x2x1 (altura x largura x espessura). O elemento tem dimensões de $a_2=2$ mm, $a_3=3$ mm e $a_1=1$ mm enquanto que a fibra circular tem um raio de 1,00mm e a fibra hexagonal tem raio de 1,21mm. A diferença entre os raios justifica a mesma fração volumétrica, com valor de 26%, para ambos os elementos.

3.2. Métodos para os cálculos analíticos

Um fluxograma foi desenvolvido para melhor explicação do procedimento, para a determinação das propriedades elásticas do compósito de uma maneira analítica, conforme a Fig. (3).

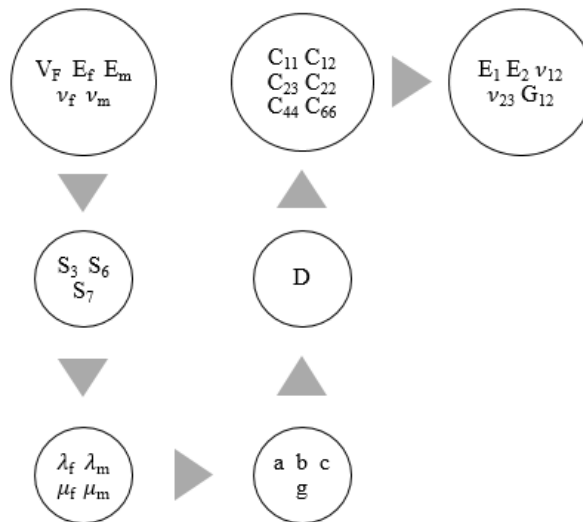


Figura 3. Fluxograma para determinação das propriedades elásticas pelo método da homogeneização.

3.3. Condições de contorno para a análise de elementos finitos (AEF)

Para o início da simulação, é necessário aplicar as restrições quanto ao deslocamento. Ao todo, foram realizadas três simulações, analisando os deslocamentos nos três eixos. A Figura (6) apresenta o elemento de volume representativo no eixo tridimensional, para facilitar a análise das condições de contorno. Dessa forma, o bloco de Eq. (14) aplica um deslocamento de a_1 na face frontal do EVR, segurando o elemento na face anterior, conforme mostrado na Fig. (4).

$$\begin{aligned} u_1(0, x_2, x_3) &= 0 \\ u_1(a_1, x_2, x_3) &= a_1 \\ u_2(x_1, 0, x_3) &= 0 \\ u_2(x_1, a_2, x_3) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3(x_1, x_2, a_3) &= 0 \\ u_3(x_1, x_2, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

A segunda etapa da simulação consiste em determinar os deslocamentos na face lateral do elemento de volume representativo. As condições de contorno são dadas conforme a Eq. (15).

$$\begin{aligned} u_1(a_1, x_2, x_3) &= 0 \\ u_1(0, x_2, x_3) &= 0 \\ u_2(x_1, a_2, x_3) &= a_2 \\ u_2(x_1, 0, x_3) &= 0 \\ u_3(x_1, x_2, a_3) &= 0 \\ u_3(x_1, x_2, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

A terceira e última etapa da simulação equivale a determinar os deslocamentos da face superior do elemento de volume representativo, conforme a Fig. (4). As condições de contorno são dadas segundo a Eq. (16).

$$\begin{aligned} u_1(a_1, x_2, x_3) &= 0 \\ u_1(0, x_2, x_3) &= 0 \\ u_2(x_1, a_2, x_3) &= 0 \\ u_2(x_1, 0, x_3) &= 0 \\ u_3(x_1, x_2, a_3) &= a_3 \\ u_3(x_1, x_2, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

A Equação (17) mostra o domínio da geometria no espaço tridimensional, bem como o domínio das condições de contorno de acordo com as dimensões do elemento de volume representativo.

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_1 \leq a_1 \\ 0 &\leq x_2 \leq a_2 \\ 0 &\leq x_3 \leq a_3 \end{aligned} \quad (17)$$

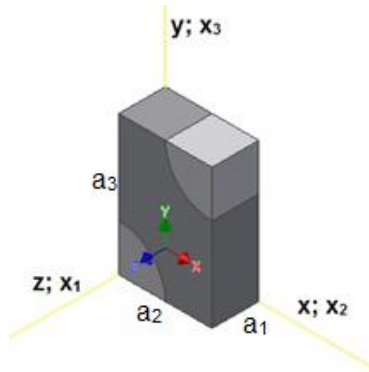


Figura 4. Geometria homogênea estrutural do sólido SOLID186.

3.4. Métodos para a análise de elementos finitos (AEF)

A AEF foi determinada conforme os procedimentos explicitados na seção 2.6 sobre homogeneização numérica. O elemento de volume representativo foi simulado sob três condições de deslocamento, em conformidade com as condições de contorno da seção anterior. Todas as tensões normais e de cisalhamento representam parte das tensões médias da integral da Eq. (13), ou seja, o elemento foi simulado sob um estado tri-axial de tensão. As tensões, tanto no sentido axial quanto no plano, nos sentidos de x, y e z, foram multiplicadas pelo volume do elemento. Por fim, as tensões foram integradas ao longo de todo o volume do elemento e depois dividido pelo volume total do EVR.

Cada valor dentro da matriz de rigidez C é calculado de acordo com cada subscrito do componente na matriz quando inseridos nos valores de α e β da Eq. (13), assim os resultados das propriedades elásticas são calculados pela Eq. (11).

3.5. Discretização da malha

A malha foi gerada automaticamente pelo programa APDL ANSYS® R17.2 Academic, com 4 divisões no sentido da espessura do elemento, sentido de z conforme a Fig. (5). A fibra circular foi dividida em 8 partes e a matriz em 3 e 6

partes, no sentido de x e y, respectivamente. A fibra hexagonal foi dividida em 5 partes e a matriz em 6 e 10 partes, no sentido de x e y, respectivamente. Para o EVR com fibras circulares, foram encontrados 3205 nós e 704 elementos, enquanto que para o elemento de fibras hexagonais, foram encontrados 3508 nós e 660 elementos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura (5), mostra os resultados das tensões normais encontradas no elemento de volume representativo atuantes nos três sentidos do compósito.

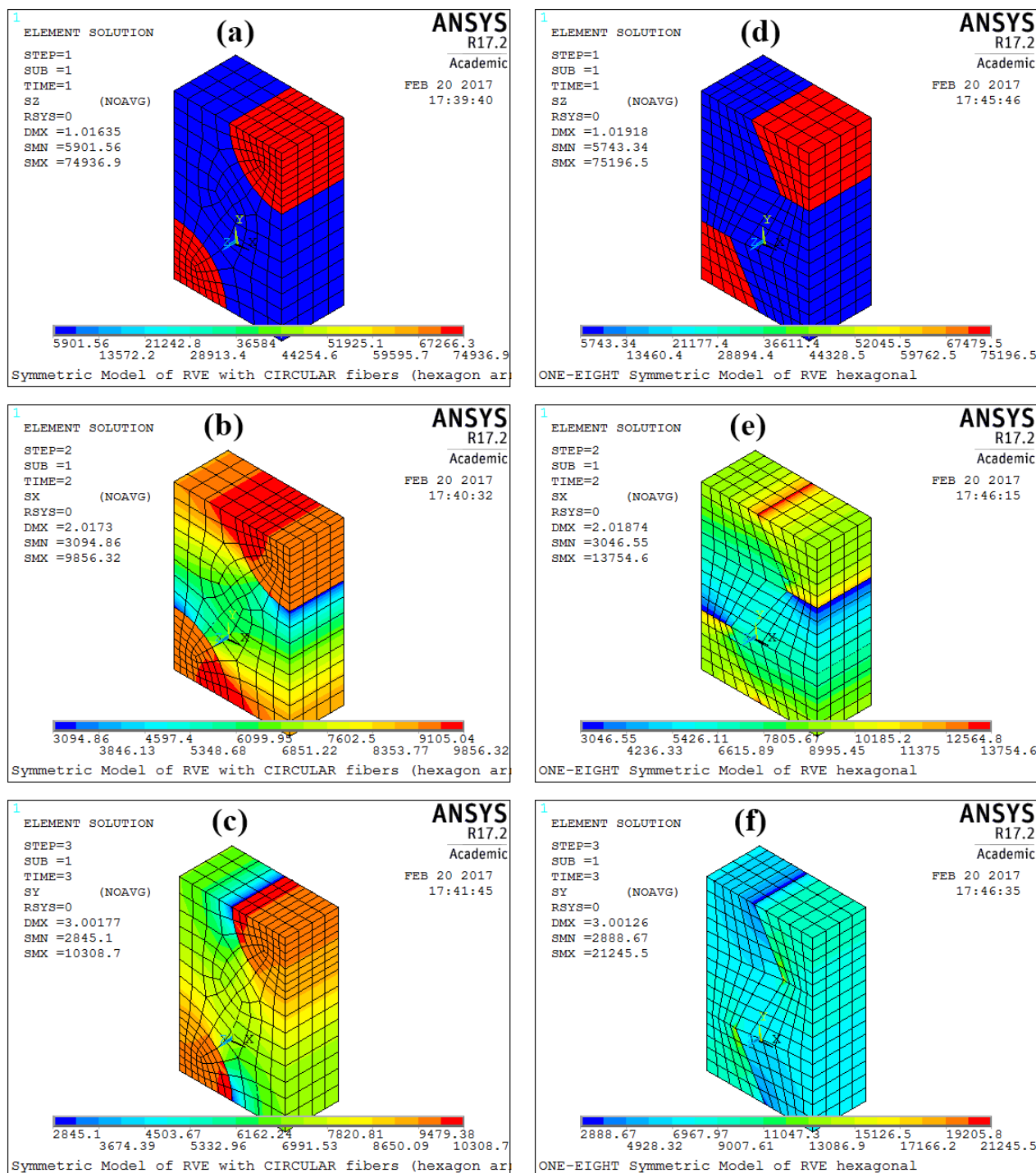


Figura 5. Tensões normais nos elementos simulados em MPa: (a), (b) e (c) para fibra circular e (d), (e) e (f) para fibra hexagonal.

A princípio as tensões das fibras de seção hexagonais são superiores às fibras de seção circular, isso porque na fibra hexagonal há um ponto de concentração de tensão formando o lado da geometria. As Figuras (5b) e (5e) mostram que as tensões são maiores na interface das fibras com a matriz na direção de x, diferente do que é mostrado na Fig. (5c), onde, na interface, a tensão assume um valor máximo e mínimo entre a fibra e a matriz, quando o deslocamento é na direção de y.

A Tabela (1), mostra os resultados das constantes usadas para a determinação das propriedades elásticas pelo método analítico, como: módulo de elasticidade transversal e longitudinal, coeficiente de Poisson e módulo de cisalhamento. Cada constante foi calculada em uma planilha de dados.

Tabela 1. Constantes para os resultados analíticos.

S3	0,366606	μ_m	1277,778	C_{11}	23975,68
S6	0,310706	a	8272,149	C_{12}	3700,117
S7	0,05575	b	1726,851	C_{23}	3833,009
λ_f	23539,23	c	-2,9E+08	C_{22}	8127,996
λ_m	2981,481	g	1,3	C_{44}	1830,164
μ_f	29259,02	D	-1,6E-13	C_{66}	2091,849

A Tabela (2) mostra os resultados analíticos em relação aos resultados decorrentes da simulação de elementos finitos aplicados às tensões médias da Eq. (10) e Eq. (11), bem como os erros entre os resultados, tanto para o EVR com fibras circulares e hexagonais.

Tabela 2. Resultados analíticos da homogeneização e análise de elementos finitos.

Propriedades elásticas	Resultados analíticos	Resultados da AEF - fibra circular	Erro	Resultados da AEF - fibra hexagonal	Erro
Módulo de elasticidade longitudinal - E_1	21686,4 MPa	21700,8 MPa	0%	21700,38MPa	0%
Módulo de elasticidade transversal - E_2	5816,7 MPa	5598,7MPa	4%	5635,9MPa	3%
Coeficiente de Poisson - ν_{12}	0,309	0,309	0%	0,309	0%
Coeficiente de Poisson - ν_{23}	0,462	0,480	4%	0,478	3%
Mód.de cisalhamento longitudinal - G_{12}	2091,8 MPa	1891,1 MPa	10%	1906,18 MPa	9%

Como observado na Tab. (3), os resultados da análise de elementos finitos para a fibra circular são bem próximos em relação aos resultados analíticos, determinados pelo método da homogeneização numérica. Constata-se que os valores do módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson no plano longitudinal, apresentam erros de aproximadamente 0%. Para o módulo de elasticidade transversal e coeficiente de Poisson no plano transversal, a diferença entre os resultados foi de 4%. Ademais, foi encontrado um erro de 10% para o módulo de cisalhamento longitudinal.

Para as fibras hexagonais, foram encontrados erros menores. Os erros foram iguais para o módulo de elasticidade na direção longitudinal e para o coeficiente de Poisson (ν_{12}), tal qual os erros foram bem próximos para as outras constantes, com diferença de 1% entre os resultados das fibras circulares. O maior erro entre os resultados foi para o módulo de cisalhamento longitudinal, com um erro de 9% em relação aos valores analíticos.

No trabalho de Sudheer *et al* (2015), os autores realizam uma análise numérica e analítica para a determinação das propriedades elásticas, por meio da regra das misturas simples e inversa, e por meio de análise de modelos semi-empíricos. No mesmo trabalho, o autor analisa o módulo de cisalhamento a um ângulo de 45° do elemento de volume representativo imerso em uma matriz externa. Os resultados da análise numérica para o módulo de cisalhamento divergiram drasticamente dos resultados analíticos. Enquanto que nos trabalhos de Devireddy e Biswas (2014) e Pal e Haseebuddin (2015), os autores analisam as propriedades elásticas pelo método da homogeneização numérica, e, por esse método, os resultados das simulações apresentam-se aproximados aos resultados apresentados pelos modelos analíticos.

5. CONCLUSÕES

A célula unitária, ou elemento de volume representativo tridimensional reforçado por fibras unidirecionais e com um empacotamento em forma de hexágono, foi identificada como um bloco de construção básico para determinar as propriedades mecânicas gerais do compósito e estimar as propriedades elásticas. A forma do empacotamento é utilizado por outros autores como Sudheer *et al* (2015) e Pal e Haseebuddin (2015), pois aproximam a disposição das fibras dentro da matriz.

A análise de elementos finitos forneceu um meio implícito de modelagem de compósitos poliméricos, contribuindo para uma maior visualização das distribuições das tensões entre a fibra e a matriz, para um estado tri-axial de tensão. Foram desenvolvidas metodologias de homogeneização numérica para a avaliação das propriedades elásticas do material compósito e os resultados das simulações mostraram-se apropriados aos valores numéricos.

A análise das propriedades elásticas do compósito com fibras de vidro com seção hexagonal, representa uma aproximação do que seria uma análise microscópica de um compósito reforçado por fibras naturais. Embora as fibras naturais não apresentem propriedades isotrópicas nem uma regularidade em sua seção transversal, o trabalho fez uma aproximação para as propriedades dessas fibras naturais utilizando a fibra de vidro.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e a PROPESP pelo apoio financeiro que contribui para o desenvolvimento da pesquisa.

7. REFERÊNCIAS

- Freire, E; Elisabeth; Monteiro, M. C. e Cyrino, J. C. R. “Propriedades Mecânicas de Compósitos de Polipropileno com Fibra de Vidro”. Polímeros: Ciência e Tecnologia. 1994.
- Gibson, R.F., “Principles of composite material mechanics”. Department of Mechanical Engineering Wayne State University Detroit, Michigan. 3ª ed. 2009
- Barbero, E. J., 2007, “Finite element analysis of composite materials”. Department of Mechanical and Aerospace Engineering, West Virginia University, USA.
- Pal, B., Haseebuddin, M. R., 2015 “Analytical Estimation of Elastic Properties of Polypropylene Fiber Matrix Composite by Finite Element Analysis”. American Journal of Materials Science, 5(3C): 162-168.
- S. Nemat-Nasser, S., Iwakuma, T. and Hejazi, M., 1982, "On composite with periodic structure", Mechanics of Materials, Vol. 1, pp. 239-267.
- Devireddy, S. B. R., Biswas, S., 2014 “Effect of Fiber Geometry and Representative Volume Element on Elastic and Thermal Properties of Unidirectional Fiber-Reinforced Composites”. Journal of Composites, Volume 2014, 12 p.
- Sudheer, M., Pradyoth, K. R., Somayaji, S., 2015 “Analytical and Numerical Validation of Epoxy/Glass Structural Composites for Elastic Models”. American Journal of Materials Science 2015, 5(3C): 162-168.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF GEOMETRY OF THE TRANSVERSAL SECTION OF UNIDIRECTIONAL FIBERS IN THE ELASTIC PROPERTIES OF POLYMERIC COMPOSITES

César Tadeu Nasser Medeiros Branco, cesartadeub@hotmail.com¹ COBEF2017-1099

Igor dos Santos Gomes, igor.gomes@itec.ufpa.br¹

Jullyane Milena Silva de Figueiredo, jullyane.figueiredo17@gmail.com¹

Edwillson Gonçalves de Oliveira Filho, edwillson19@hotmail.com¹

Jair Souza Magalhães, jairfsm@ufpa.br¹

Luciano Monteiro Almeida, lm_almeida@yahoo.com.br¹

Fábio Santos de Sousa, fabio.eng.materiais@gmail.com¹

Mauro José Guerreiro Veloso, mjgveloso@uol.com.br¹

Roberto Tetsuo Fujiyama, fujiyama.ufpa@gmail.com¹

¹Universidade Federal do Pará, Rua. Augusto Correa, N° 1, Laboratório de Engenharia Mecânica, GPMAC.

Abstract: Currently several companies use computer programs to conduct a study on the application of materials and products in various areas of engineering. Metallic material is used largely in applications of boat hulls, components and car structures. In the last decade, fiberglass appears as an alternative reinforcement in composite materials that can be applied in new materials and have good mechanical properties when compared to metallic materials. This work is presented in two stages. The first one analyzes the elastic properties of a fiberglass composite and an epoxy matrix considering the composite as a representative volume element, the fiberglass being of circular and hexagonal section. The representative volume element has microscopic dimensions of both the matrix and the filament of the fiberglass. The fiberglass and the epoxy matrix were considered as homogeneous and isotropic materials with modulus of elasticity and Poisson's coefficient defined in the literature. In the second stage of this work, an investigation is made through the analysis of finite elements. In this way, an element with circular and hexagonal fibers was created. The purpose of the work, when simulating a hexagonal fiber, is to predict the elastic properties in computational programs for fibers that do not have a perfectly circular section, such as natural fibers. The results of the numerical simulation are consistent with the analytical formulation proposed by the numerical homogenization method, presenting a low error for the circular fibers and a maximum error of 10% for the circular fibers.

Keywords: EVR, composite material, fiberglass, epoxi matrix.