

MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS APLICADO NA DESCRIÇÃO DO RESFRIAMENTO DE UM COMPONENTE METÁLICO

Juliane Donadel, Juliane.donadel@farroupilha.ifrs.edu.br¹

Lisiane Trevisan, lisiane.trevisan@farroupilha.ifrs.edu.br²

Bianca Rodrigues de Castro, biancardc24@gmail.com³

^{1,2,3} Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Campus Farroupilha, Avenida São Vicente, 785, Farroupilha, RS

Resumo: Considerando a importância do conhecimento do processo de resfriamento de componentes metálicos para a indústria metal-mecânica, a verificação de valores de temperatura permite a determinação de vários parâmetros de resfriamento em processos como siderurgia, soldagem, fundição e principalmente tratamento térmico. As curvas de resfriamento permitem a adequação dos parâmetros utilizados industrialmente, otimizando as propriedades dos componentes produzidos e suas características frente aos esforços mecânicos. O objetivo deste trabalho é implementar o método de diferenças finitas (MDF) para a solução de equações diferenciais parciais, para então aplicá-lo no processo de resfriamento de componentes metálicos. O método proposto é aplicado na Equação Geral de Condução de Calor em regime transitório, e para a simulação numérica são utilizados os softwares Matlab e C⁺⁺. Experimentalmente serão utilizados lingotes de aço SAE 8620 e SAE 1141 em formato retangular. Com isso, as curvas de resfriamento do material metálico simuladas serão comparadas com dados experimentais obtidos através da instrumentação dos lingotes mencionados com termopares do tipo K.

Palavras-chave: Curvas de Resfriamento, Taxa de resfriamento, Método de Diferenças Finitas.

1. INTRODUÇÃO

O entendimento do processo de resfriamento do aço no estado sólido e das taxas de resfriamento do material contribuem para aproximação mais exata da microestrutura final formada no aço após o resfriamento abaixo do ponto eutetóide de 727°C no diagrama Ferro-Carbono até a temperatura ambiente. Nesse caso, o tratamento térmico de recozimento de um material, caracteriza-se pelo resfriamento do aço no interior de um forno, com lentas taxas que podem iniciar em temperaturas de austenitização passando pelo ponto eutetóide (do diagrama Ferro-Carbono) até a temperatura ambiente. O controle dessa taxa de resfriamento e o conhecimento da composição química do aço, contribuem para prevermos qual microestrutura que será obtida após o resfriamento até a temperatura ambiente. (Roberts, 1998)

Nesse contexto de resfriamento, o processo de transferência de calor é um mecanismo usado para propagar a energia a partir das regiões de maior para as de menor temperatura. Seu comportamento é importante para a determinação dos parâmetros de resfriamento em um material. A equação de condução é uma expressão matemática da conservação da energia em uma substância sólida. Ela é responsável por modelar e descrever matematicamente a transferência de calor por difusão e com isso é possível mapear as curvas de temperatura em um sólido.

O Método das Diferenças Finitas – (MDF) é um método numérico baseado na discretização para a resolução de problemas complexos envolvendo equações diferenciais, como por exemplo, a equação de condução. Ele fornece a solução em um número finito de pontos discretos dentro dos limites de contorno, proporcionando uma aproximação da solução exata. Pode ser aplicado em equações elípticas, que são utilizadas para a caracterização de sistemas de regime estacionário, ou em equações parabólicas, na descrição de sistemas de regime transitório (Chapra *et.al.*, 2008).

O objetivo principal deste artigo é, partindo de duas qualidades distintas de aço SAE 8620 e SAE 1141, realizar a simulação numérica através do método apresentado anteriormente, para estimar as curvas de resfriamento dos materiais e compará-las com os dados experimentais obtidos através da instrumentação dos lingotes.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

O MDF baseia-se na divisão do sistema metal/molde em pequenos intervalos de distâncias iguais, chamados de nós, de modo a estabelecer uma malha volumétrica com coordenadas para uma quantidade finita de pontos, conforme a Fig. (1).

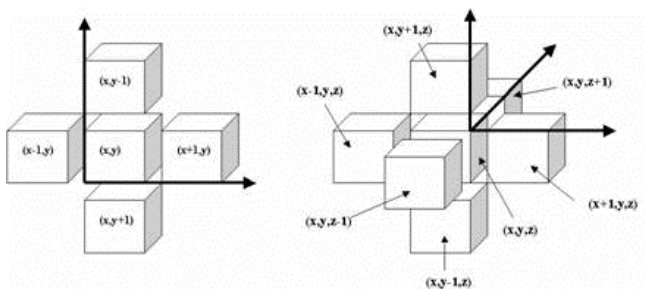


Figura 1. Referência de coordenadas utilizadas no Método de Diferenças Finitas (MDF) (Trevisan, 2009).

Esse método tem sido utilizado na modelagem da solidificação em processo de lingotamento contínuo de blocos, tarugos e placas, devido às características geométricas simples desses produtos. A equação diferencial de transferência de calor expressa em função de variáveis de processo, apresentada na Eq. (1), é substituída por uma equação em função de variáveis dx e dy – diferencial de área, simulado em função do tempo, apresentado na Eq. (3).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial i^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

A Equação (1), que modela a condução de calor, consiste na igualdade entre a taxa líquida da condução de calor $\frac{\partial^2 T}{\partial i^2}$, e taxa do aumento da energia interna, $\frac{\partial T}{\partial t}$, multiplicado pelo inverso da difusividade térmica do material, $\frac{1}{\alpha}$.

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad (2)$$

A Equação (2) representa a difusividade térmica do material que descreve o quão rápido o material reage à mudança de temperatura e tem unidade em (m^2/s) no Sistema Internacional – (SI). Ela é calculada através da condutividade térmica (k), densidade (ρ) e calor específico (c), que são parâmetros que dependem da qualidade do aço estudado e de suas propriedades, as quais seguem descritas na Tabela 1, sendo elas fundamentais para que seja possível obter valores repetitivos para distintas simulações.

Tabela 1. Propriedades térmicas do metal no estado sólido.

Propriedade	Valor
Condutividade térmica	29 [W/m.K]
Calor latente de fusão	272000 [J/kg]
Densidade	7800[kg/m ³]
Calor específico	490 [J/kg.K]

Matematicamente, equações elípticas são usadas tipicamente para determinar distribuições estacionárias de uma incógnita em uma ou mais dimensões espaciais. Já as equações parabólicas determinam como uma incógnita varia tanto no espaço quanto no tempo, segundo Chapra *et.al.* (2008). Em ambas as distribuições são calculadas as temperaturas de todo os pontos da malha volumétrica.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

A Equação (3) é uma Equação Diferencial Parcial e pode ser resolvida substituindo as derivadas parciais por diferenças divididas finitas, no processo chamado de discretização. Por considerar a variação no tempo, é resolvida a partir da equação parabólica. Ela exige duas aproximações, uma para a segunda derivada no espaço, conforme a equação Eq. (4), e outra para a primeira derivada no tempo, de acordo com a Eq. (5).

$$\frac{\partial^2 T}{\partial i^2} = \frac{T_{(m,i+1)} - 2T_{(m,i)} + T_{(m,i-1)}}{\Delta i^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{(m+1,i)} - T_{(m,i)}}{\Delta t} \quad (5)$$

As coordenadas espaciais são representadas por i e j , já a temporal por m . A resolução do método consiste no cálculo de temperatura para cada nó no instante futuro de tempo $(m+1)$, por isso é necessário um valor inicial de temperatura para todos os nós da malha, de acordo com a equação Eq. (6).

$$T_{(i,j,m+1)} = T_{(i,j,m)} + \alpha * \Delta t * \left\{ \frac{T_{(i+1,j,m)} - 2*T_{(i,j,m)} + T_{(i-1,j,m)}}{\Delta x^2} + \frac{T_{(i,j+1,m)} - 2*T_{(i,j,m)} + T_{(i,j-1,m)}}{\Delta y^2} \right\} \quad (6)$$

Para determinar da malha de temperatura na simulação numérica, foi considerada uma placa quadrada como objeto de estudo, sendo que a dimensão de profundidade é irrelevante para os cálculos. Foi atribuída uma temperatura inicial para todos os nós e outra para as bordas, através disso é calculada a distribuição de temperatura no instante seguinte, sendo realizadas iterações até identificar que a temperatura da placa se estabilizou conforme o fluxograma da Fig. (2).

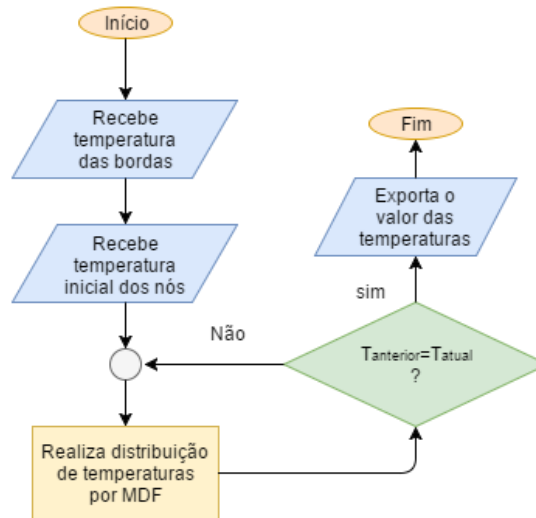


Figura 2. Fluxograma da resolução do MDF para sistemas transitórios

As temperaturas nos nós mudam de acordo com as temperaturas das bordas, graças à difusão térmica. Para cada nova distribuição de temperatura é verificado se o sistema já atingiu o estado estacionário, ou seja, se as temperaturas não estão se modificando com o tempo. Para isso é calculado o módulo da diferença de temperatura entre os nós, e a maior diferença precisa ser menor que $0,0001^\circ\text{C}$, como mostrado na Eq. (7).

$$|T_{(i,j,m+1)} - T_{(i,j,m)}| < 0,0001 \quad (7)$$

Caso a diferença seja menor que $0,0001^\circ\text{C}$, considera-se o sistema atingiu o estado estacionário e inicia-se a comparação entre os valores obtidos na simulação e os medidos experimentalmente. Caso o requisito não seja satisfeito, são realizadas novas distribuições de temperatura, até que a condição seja cumprida.

Contudo, como é desejado o monitoramento do resfriamento de metais ainda dentro do forno, após esse estar inoperante, é necessário incluir à simulação uma mudança contínua nas temperaturas das bordas, a partir da mudança de temperatura dentro do próprio forno. Para isso, é feita uma medição desse valor, que passa a fazer parte da simulação, onde a cada nova iteração, é medida a temperatura do forno e adotada para as bordas naquela distribuição.

Devido ao MDF se basear em uma aproximação, é necessário uma preocupação com a convergência e estabilidade. Segundo Chapra *et.al.* (2008), a convergência significa que, quando Δx e Δt tendem a zero, os resultados da técnica por diferenças finitas se aproximam da solução verdadeira. A estabilidade significa que erros em qualquer estágio da resolução são atenuados conforme os cálculos progridem. Para garantir que a resolução do método seja tanto convergente quanto estável é necessário que a condição apresentada na equação Eq. (8) seja satisfeita.

$$\frac{k * \Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (8)$$

Utilizou-se placas de 20 X 20 mm, onde foram feitas perfurações, de aproximadamente 2 mm de diâmetro, onde foram inseridos os termopares. A distância entre as perfurações foi escolhida com base na malha volumétrica estabelecida pelo método, em que cada perfuração representa um ponto de coordenada. Para a distância entre elas foi adotado o valor de Δx de 5 mm. O tamanho da malha é descrito pela divisão da área total da placa por vinte e cinco nós, sendo nove nós interiores e dezesseis nós nas bordas. Utilizou-se para a medição de temperatura três termopares do tipo K – T1, T2 e T3,

onde a disposição dos mesmos encontra-se na Fig. (3), e a placa de aquisição de dados HH309A, que pode ser vista na Fig. (4). Realizaram-se leituras de temperatura a cada trinta segundos.

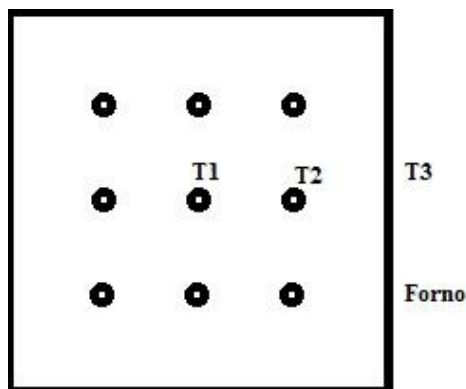


Figura 3. Disposição dos termopares na placa de metal

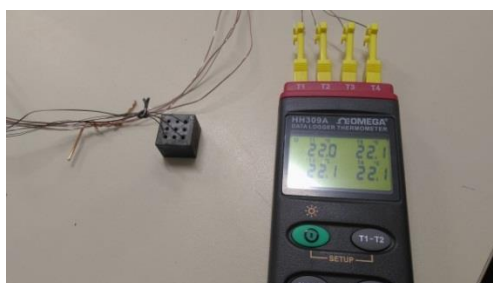


Figura 4. Corpo de prova com termopares e placa de aquisição de dados

A temperatura de patamar utilizado neste trabalho foi 800°C, esse valor é próximo a temperatura de austenitização dos aços estudados. As condições de contorno utilizadas nesta simulação partem deste valor para as coordenadas das bordas. A placa foi submetida a essa temperatura por uma ou duas horas, tempo necessário para ocorrer a estabilização térmica da placa, ou seja, a coordenada central atinge a temperatura de patamar. Posteriormente o forno é desligado, feita a abertura da porta do forno e inicia-se a aquisição dos dados.



Figura 4. Experimento com porta do forno aberta

3. RESULTADOS

Após a simulação numérica e realização do experimento para as duas qualidades distintas de aço lingotado, realizou-se a comparação de valores de temperatura entre simulação e prática experimental. Calculou-se a diferença para os nós do centro e para um dos nós intermediários, onde estavam dispostos respectivamente os termopares T1 e T2.

Com a Fig. (5) é possível observar graficamente a diferença entre os valores medidos pelo termopar T1 e os simulados para a coordenada superficial durante toda a duração do experimento. O mesmo pode ser observado na Fig. (6) para a diferença entre os valores obtidos através do termopar T2 e os simulados para a coordenada intermediária.

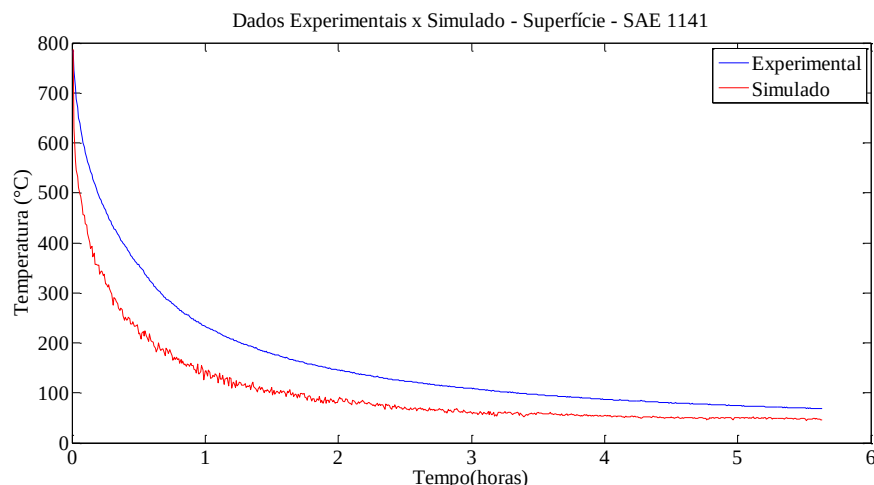


Figura 5. Gráfico comparativo para nó intermediário para aço SAE 1141

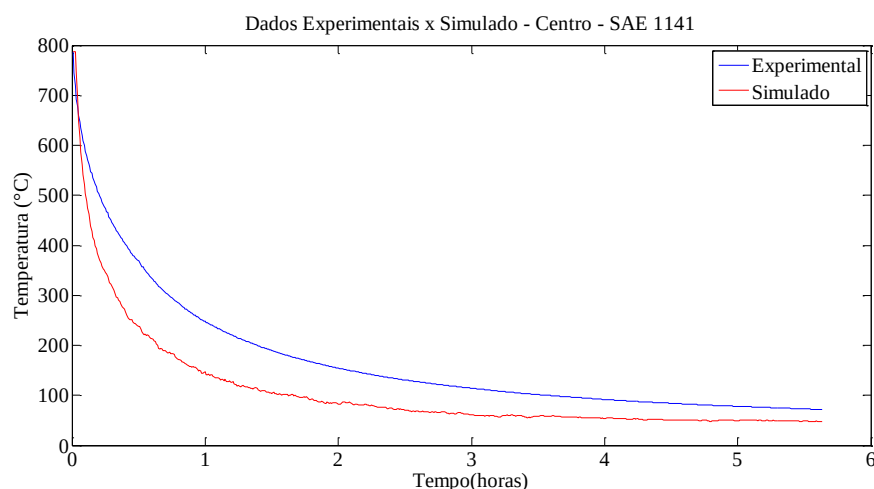


Figura 6. Gráfico comparativo para nó central para aço SAE 1141

Para ambos os casos, nos instantes iniciais as temperaturas são praticamente iguais, devido a adoção do valor inicial de temperatura como o valor medido pelos termopares. A maior diferença se encontra aproximadamente na primeira hora de experimento e posteriormente sofre redução. Isso ocorre porque a troca de temperatura por convecção é muito alta desde os instantes iniciais até aproximadamente 1 hora de ensaio. É importante ressaltar que a temperatura atmosférica está em aproximadamente 20°C e a temperatura da atmosfera do forno no momento inicial é de 800°C.

Nas Fig.(7) e (8) serão apresentadas as comparações realizadas para o aço SAE 8620.

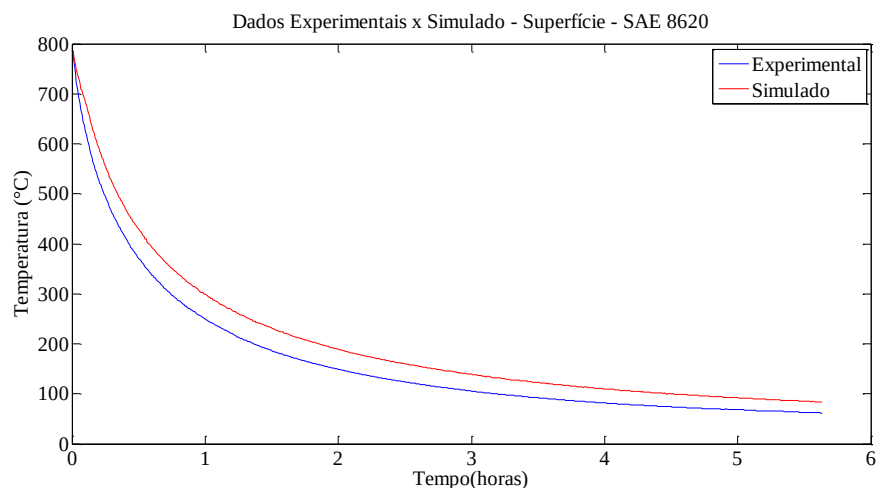


Figura 7. Gráfico comparativo para nó intermediário para aço SAE 8620

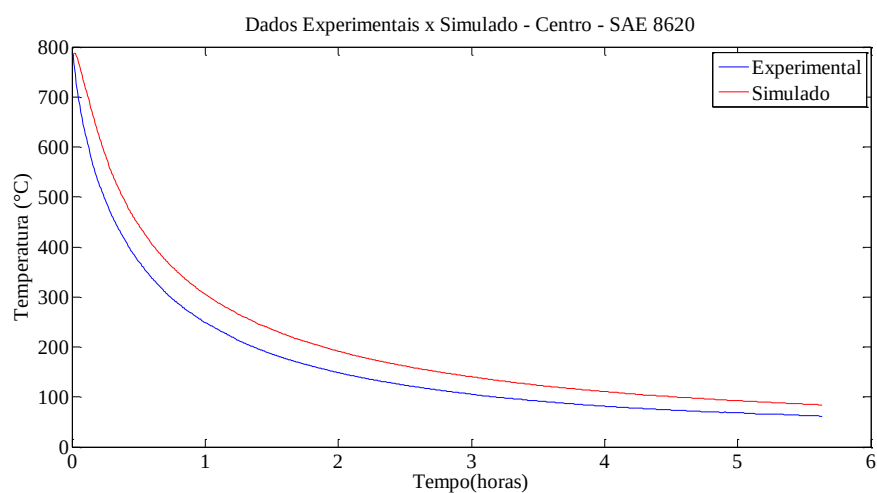


Figura 8. Gráfico comparativo para nó central para aço SAE 8620

Em ambas as figuras a maior diferença também ocorre no início do experimento. Contudo, essa diferença é relativamente menor quando comparada com os valores obtidos com o aço SAE 1141, como pode ser observado nas figuras Fig. (9) e Fig. (10), onde está apresentado o valor do erro para cada uma das qualidades distintas de aço em função da coordenada simulada. O erro é calculado pelo módulo da diferença entre os valores simulados numericamente e os medidos experimentalmente com os termopares.

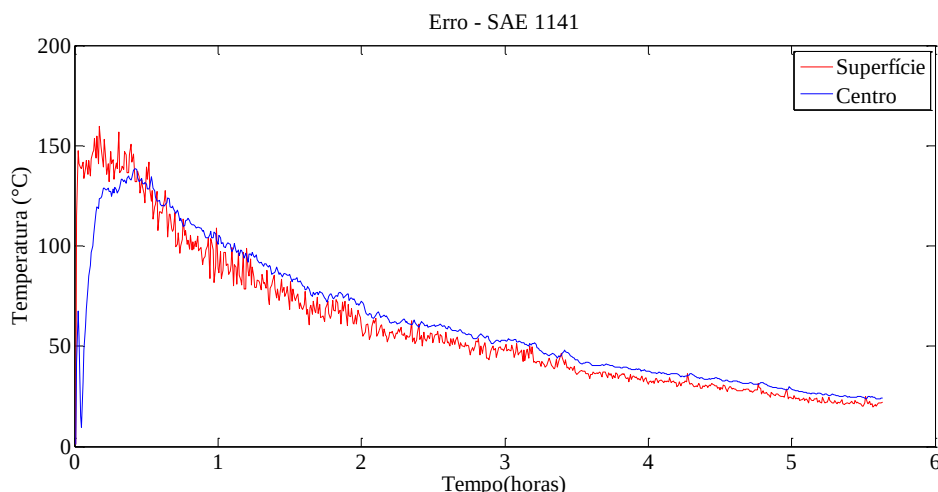


Figura 9. Gráfico do erro para a coordenada central (T1) e intermediária (T2) para o aço 1141

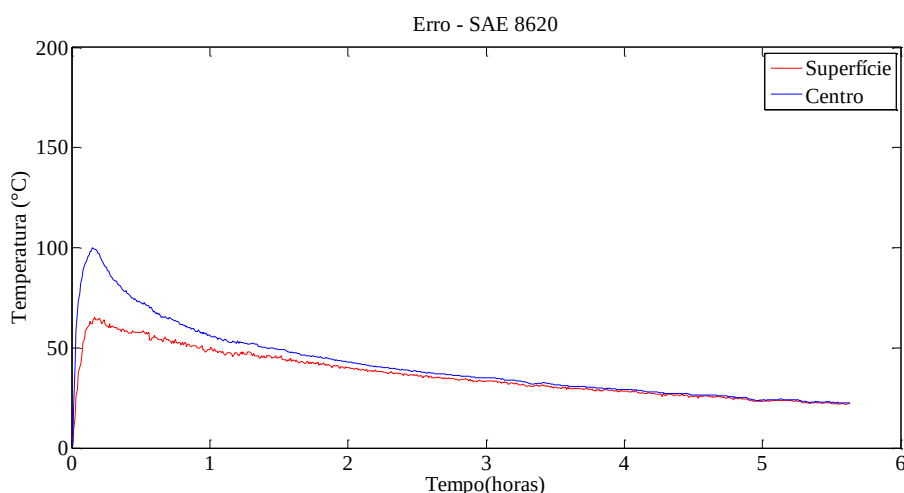


Figura 10. Gráfico do erro para a coordenada central (T1) e intermediária (T2) para o aço 8620

Nas Fig. (9) e Fig. (10) é possível verificar que existem diferenças nos valores de erros entre os materiais, isso provavelmente ocorra devido a diferenças entre as propriedades dos materiais utilizados nas simulações. Além disso, a tendência ao longo das iterações é que os valores de erro se aproximem de valor zero, isso ocorre ao se estabelecer um equilíbrio térmico entre a peça metálica e a atmosfera, a troca térmica por convecção tende a ser menor.

Além disso, as Fig.(9) e Fig.(10) mostram as diferenças entre os valores de temperatura simulados e experimental para as coordenadas T2 e T1, é possível verificar que para o SAE 8620 a diferença entre as duas coordenadas monitoradas é menor que para as coordenadas do SAE 1141.

Apesar das placas utilizadas durante o experimento para as duas qualidades de aço ser do mesmo tamanho e estão sob as mesmas condições iniciais, o erro calculado é relativamente menor para o aço SAE 8620, isso pode ter acontecido devido ao ensaio realizado com o material SAE 1141 ter ocorrido durante a noite, ou seja, submetido a uma menor temperatura atmosférica, o que favorece a transferência de calor por convecção, assim ocorrendo o resfriamento superficial mais rápido.

4. CONCLUSÕES

A obtenção das curvas de resfriamento em materiais metálicos é de extrema importância em processos metalúrgicos visto que, com isso, é possível determinar os parâmetros de resfriamento em lingotes de aço como o SAE 8620 e SAE 1141.

Com base nas curvas de resfriamento dos componentes metálicos é possível prever microestruturas e estimar comportamento destes materiais metálicos durante o processo industrial. É importante ressaltar que o tamanho da amostra é reduzido quando comparado as dimensões do lingote, no entanto o que se busca é a aproximação dos valores numéricos

de temperatura para curva simulada e a curva experimental. A descrição matemática é fundamental para auxiliar e minimizar experimentos, visto que equipamentos e instrumentação representam um alto custo para a indústria.

Nesse contexto, o método de diferenças finitas se mostrou eficiente, no entanto, o resfriamento realizado com a porta do forno aberta, a transferência de calor por convecção é maior, o que pode ter alterado os resultados simulados e justificar os valores de erro consideráveis: 150°C com maior valor de erro. O modelo matemático utilizado neste trabalho considera a difusividade térmica, não considerando a convecção, sendo assim, pode-se concluir que há uma fonte de erro para esse modelo, a qual deverá ser compensada futuramente.

É importante ressaltar que a condição de aquecimento e resfriamento com a porta aberta aproxima-se de um tratamento térmico de recozimento utilizado amplamente pela indústria metal-mecânica. Recomenda-se que sejam realizados ensaios experimentais com a taxa de resfriamento menor (porta do forno fechada) para minimização do componente convectivo no resfriamento e posterior comparação entre os dados.

Além disso, os resultados obtidos demonstram que a convergência e a estabilidade do método numérico são satisfeitas, visto que o erro tende a zero e as oscilações de temperaturas são atenuadas pelo método.

Finalmente, concluímos que os objetivos propostos foram alcançados e espera-se, como trabalhos futuros, adequar o modelo matemático para componentes com diferentes geometrias e também para outros materiais metálicos.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IFRS – Campus Farroupilha pelo apoio financeiro no desenvolvimento desse trabalho.

6. REFERÊNCIAS

- Chapra, S.C., Raymond, P.C., 2008, “Métodos Numéricos para Engenharia”, Ed. McGraw-Hill, S.Paulo, Brasil, 809 p.
- Janik, M., Dyja, H., 2004, “Modelling of Three-Dimensional Temperature Field Inside the Mould During Continuous Casting of Steel”, Journal of Materials Processing Technology, Vol.157-158, pp. 177-182.
- Kulkarni, M.S., Babu, Subash, 2005, “Managing Quality in Continuous Casting Process Using Product Quality Model and Simulated Annealing”, Journal of Materials Processing Technology, Vol.166, pp. 294-306.
- Roberts, G. Krauss, G. Kennedy, R. “Tool Steels”. Asm International. USA. 1998.
- Shi, Z., Guo, Z.X., 2004, “Numerical Heat Transfer Modeling for Wire Casting”, Materials Science and Engineering A, Vol.365, pp. 211-31.
- Trevisan, L., 2009, “Estudo Comparativo entre Microestrutura e Parâmetros de Solidificação em Aços Produzidos por Lingotamento Contínuo”. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Minas, Metalurgia e Materiais) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, 106 pp.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

THE METHOD OF FINITE DIFFERENCE APPLIED IN THE COOLING OF A METALLIC COMPONENT'S DESCRIPTION

Juliane Donadel, Juliane.donadel@farroupilha.ifrs.edu.br¹

Lisiane Trevisan, lisiane.trevisan@farroupilha.ifrs.edu.br²

Bianca Rodrigues de Castro, biancardc24@gmail.com³

^{1, 2, 3}Federal Institute of Rio Grande di Sul – Campus Farroupilha, São Vicente Avenue, 785, Farroupilha, RS

Abstract: Considering the importance of the knowledge of the cooling process of metal components of the metal-mechanical industry, the verification of temperature values allows the determination of solidification parameters in the process such as steelmaking, welding, foundry and above all heat treatment. The cooling curves allow the adaptation of the parameters used industrially, optimizing the properties of the components produced and their characteristics against the mechanical endeavor. The goal of this work is to implement the Method of Finite Difference (MFD) to solve partial differential equations, to them apply it in the process of cooling of metallic components for the monitoring of the cooling curves. The proposed method is applied in the General Heat Conduction Equation in the transient regime, and for the numerical simulation the Matlab and C++ software are used. For the iterations SAE 8620 and SAE 1141 steel ingots are used in oblong format. Thereby, it is possible to estimate the cooling curves of the metallic material to compare them with experimental data, obtained through the instrumentation of the mentioned ingots with thermocouples of type k.

Key Words: *Cooling curve, Cooling rate, Method of finite difference*