

## Ensaio de flexão 3-pontos assistido pela técnica de correlação de imagens digitais e adaptatividade de malha

Felipe Lorenzo Andrade de Oliveira, felorenzo@usp.br<sup>1</sup>

Arthur Mota Gonçalves, arthurg@usp.br<sup>1</sup>

Igor Paganotto Zago, zago.igor@usp.br<sup>1</sup>

Ricardo Afonso Angélico, raa@sc.usp.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia Aeronáutica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo

**Resumo.** Ensaios mecânicos de caracterização do comportamento em fratura podem ser beneficiados com o uso de técnicas de medição não invasivas que permitem mensurar os campos de deslocamentos próximos à frente de trinca e facilitam sua integração com modelos numéricos. A correlação de imagens digitais (CID) é uma técnica óptica que atende a esses requisitos. Sua acurácia está associada a minimização do resíduo de correlação entre uma imagem da configuração deformada em relação a uma imagem de referência. O presente artigo propõe uma estratégia de refinamento adaptativo de malha baseado no campo de deformações, visando otimizar o desempenho da CID. A metodologia é aplicada a um ensaio de flexão em três pontos com corpo de prova de alumina. Os resultados incluem a geração de malhas adaptativas e a análise da redução do erro de correlação associada ao método proposto. A influência do fator de refinamento na malha final também é avaliado. O resíduo global níveis de tons de cinza foi reduzido em 4.7% em relação a uma malha uniforme.

**Palavras chave:** Malha adaptativa. Correlação de imagens digitais. Ensaios de propagação de trincas.

**Abstract.** Mechanical testing for fracture behavior characterization can benefit from using non-invasive measurement techniques that assess displacement fields near the crack tip and enable the integration with numerical models. Digital Image Correlation (DIC) is an optical technique that meets these requirements. Its accuracy is associated with minimizing the correlation residual between an image of the deformed configuration and a reference image. This article proposes an adaptive mesh refinement strategy based on the strain field to optimize DIC performance. The methodology is applied to a three-point bending test using an alumina specimen. The results include generating adaptive meshes and analyzing the correlation error reduction associated with the proposed method. The influence of the refinement factor on the final mesh is also evaluated. The global grayscale residual was reduced by 4.7% compared to a uniform mesh.

**Keywords:** Adaptive mesh. Digital image correlation. Crack propagation tests.

### 1. INTRODUÇÃO

Em ensaios mecânicos voltados à caracterização da nucleação e propagação de trinca em sistemas de materiais, os padrões observados frequentemente apresentam comportamento incerto ou inesperado, de modo que o posicionamento de instrumentos de medição para avaliação do trincamento pode não ser eficaz (Shi *et al.*, 2024). Além disso, em sistemas onde a interferência de instrumentos de medida é indesejada por causar perturbações experimentais ou onde a utilização de sensores é inviável pela natureza do experimento, como em ensaios termomecânicos em fornos, abordagens alternativas devem ser adotadas (Liu *et al.*, 2024; Vargas *et al.*, 2024). Entre as abordagens capazes de enfrentar os desafios identificados, destaca-se a técnica de Correlação de Imagens Digitais (CID).

A CID se utiliza de princípios ópticos para computar os campos de deslocamento a partir da comparação de imagens obtidas de um dado experimento – ou seja, é uma técnica não-invasiva (Tekieli *et al.*, 2017; Janeliukstis and Chen, 2021), podendo ser utilizada, por exemplo, fora de um forno com janelas para inspeção (Liu *et al.*, 2024; Vargas *et al.*, 2024; Zago *et al.*, 2024). Além disso, uma abordagem da técnica baseada em elementos finitos, conhecida como CID global, possibilita o emprego de uma malha para obtenção das medidas nodais de deslocamento, as quais podem ser empregadas diretamente na realização de análises em modelo em elementos finitos (Sun *et al.*, 2005; Besnard *et al.*, 2006).

Além de permitir mitigar diversos efeitos experimentais, técnicas de medição de campo contribuem para o desenvolvimento e validação de modelos computacionais. A obtenção da correspondência entre deslocamentos medidos experimentalmente e os identificados em modelos numéricos contribui para a redução de incertezas associadas ao processo de medição (Hild and Roux, 2008). Entretanto, a possibilidade da imposição adequada de condições de contorno obtidas experimentalmente em modelos numéricos depende de técnicas experimentais que propiciem a obtenção de informações de campo.

Na aplicação da técnica de CID em ensaios da mecânica da fratura, observa-se que os níveis de resíduo numérico nas proximidades das descontinuidades do material interferem na acuracidade da medida dos campos de deslocamento (Sciuti *et al.*, 2021). Uma estratégia possível para uma melhor estimativa dos resultados e redução do resíduo é o refinamento da malha. Entretanto, refinar a malha de forma global resulta em grande aumento de custo computacional, de modo que metodologias que possibilitem um refino local da malha em regiões de interesse como as trincas se apresentam como soluções mais interessantes. Sciuti *et al.* (2021) e Wittevrongel *et al.* (2015) propuseram estratégias para refinamento de malha local para minimizar este resíduo. O primeiro usando refinamento-h com malhas não conformes, onde as funções de forma do elemento são mantidas e aumenta-se o número de nós e elementos; o segundo utilizando refinamento do tipo-p, no qual aumenta-se a ordem da função de forma, mantendo a quantidade de elementos fixa.

O presente trabalho visa propor uma estratégia de refinamento-h, fazendo uso dos algoritmos presentes no *software* Gmsh (Geuzaine and Remacle, 2009) para geração, controle e refinamento de malha. A abordagem aqui descrita faz uso da ferramenta de especificação de tamanho de elementos por meio de campos escalares, cujos valores são passados para os nós e designam o comprimento característico alvo dos elementos. Tal como Sciuti *et al.* (2021), é utilizado o campo de abertura média de trinca (ou *mean crack opening displacement*, MCOD) para identificação do caminho de trinca, consistindo no alvo do refinamento de malha.

Esse artigo visa apresentar os benefícios obtidos na análise do ensaio escolhido com a utilização da estratégia de refino de malha proposta em relação a utilização de uma malha de refino uniforme. Os resultados obtidos demonstram a minimização do resíduo de correlação para a malha adaptativa em comparação com a malha uniforme. Além disso, discute-se a influência do fator de refinamento no processo iterativo de refinamento da malha.

## 2. METODOLOGIA

### 2.1 Experimento

Realizou-se um ensaio de flexão três-pontos em temperatura ambiente sobre uma barra de alumina com dimensões de 150 x 25 x 25 mm<sup>3</sup>, seguindo diretrizes adaptadas da norma ASTM Standard C293 (2016). O objetivo principal do experimento foi fornecer dados de campo de deslocamento completo para posterior análise numérica. A superfície da amostra foi preparada com uma textura aleatória à base de barbotina cerâmica, que contrasta com o corpo de prova e contribui para um maior alcance dinâmico; isto é, aumenta a variação de tons de cinza, favorecendo o cálculo do gradiente deste, necessário para a aplicação da CID.

O carregamento foi aplicado por uma máquina de ensaio universal MTS *Exceed* E44.304. A aquisição das imagens para aplicação da CID foi feita por uma câmera de modelo Canon EOS 5DS, com 8688 x 5792 px de resolução. Utilizou-se um tempo de exposição de 1/4000 s, com abertura  $f/7.1$  e ISO 100. A montagem experimental, com o corpo de prova iluminado ao centro, é apresentada na Fig. 1(a). Inicialmente, capturaram-se 10 imagens de referência sob uma pré-carga de 40 N. Uma das imagens capturadas, com sobreposição da malha inicial sobre a região de interesse (ROI), consta na Fig. 1(b). Na sequência, incrementou-se a carga a uma taxa de deslocamento constante de 0,1 mm min<sup>-1</sup>. Nessa etapa, capturaram-se imagens a cada 30 segundos, totalizando 16 aquisições, se contabilizadas as de referência. Atingiu-se um valor último de 195 N, conforme a curva de carga vs. deslocamento da Fig. 1(c), que também indica os instantes de aquisição de imagens. A escala espacial obtida foi de 37,2 μm por píxel. Informações mais detalhadas do experimento podem ser consultadas em Zago, 2024.

### 2.2 Correlação de imagens digitais

Sejam duas imagens em estados de solicitação distintos:  $f$ , chamada de imagem de referência, e  $g$ , chamada de imagem deformada. Tome  $\mathbf{x}$  o vetor de coordenadas dos píxeis da imagem, contido no domínio  $\Omega$ .  $f(\mathbf{x})$  e  $g(\mathbf{x})$  são campos escalares que retornam o valor de nível de cinza em cada píxel da imagem. A técnica de CID assume a conservação do fluxo óptico entre os dois instantes dessas imagens, de forma que

$$f(\mathbf{x}) \approx g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})), \quad (1)$$

onde  $\mathbf{u}$  corresponde ao campo de deslocamentos aplicado.

Para a determinação do campo, utiliza-se a minimização da diferença quadrática entre os dois campos de níveis de cinza, dada por,

$$\mathcal{T} = \|f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}))\|_{\Omega}^2, \quad (2)$$

onde  $\mathcal{T}$  corresponde ao GLR global; ou seja, um único escalar que representa o nível de resíduo de tom de cinza médio da correlação para toda a imagem. As funções utilizadas para efetuar a CID estão contidas no *framework* Correli 3.2, uma extensão da versão 3.0 (Leclerc *et al.*, 2015), que consiste em uma biblioteca feita em MATLABInc. (2022) com *kernels* em C++.

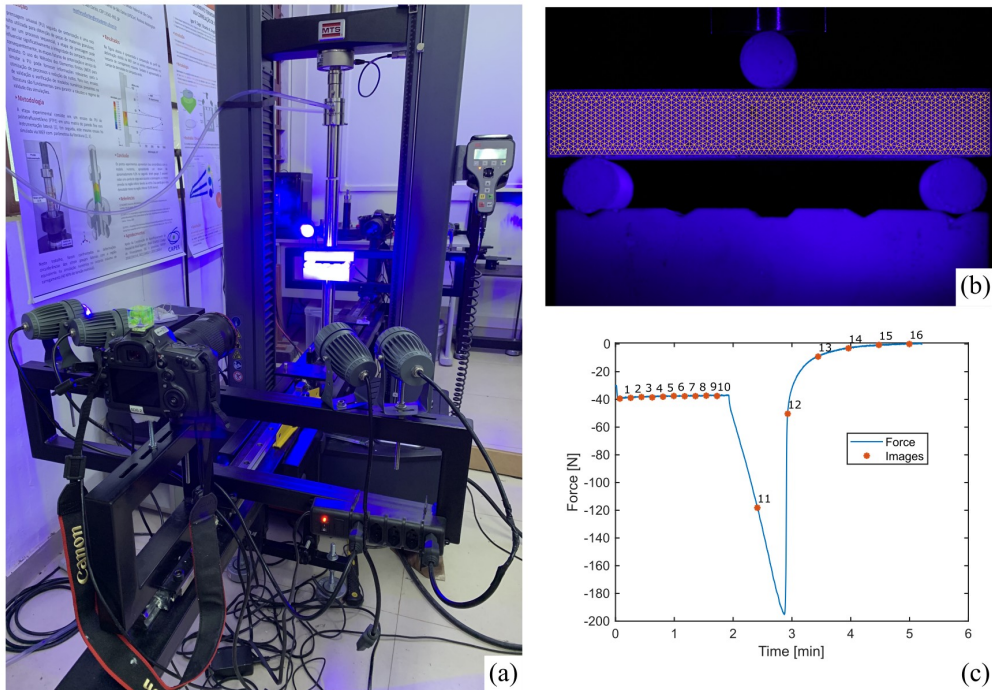


Figura 1. *Setup* experimental e características do ensaio. (a) Montagem experimental realizada na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) com câmera, iluminação, e corpo de prova posicionado na máquina de ensaios universal; (b) Corpo de prova com malha inicial sobreposta, de tamanho de elemento igual a 100 px; (c) Gráfico de força por tempo obtido no ensaio de flexão três pontos.

### 2.3 Estratégia de adaptatividade de malha

O refinamento de malha baseia-se em um dos algoritmos do *software* GMSH (Geuzaine and Remacle, 2009), denominado *PostView*, que possibilita a especificação do tamanho de elemento de malha, definido como a raiz quadrada da área do elemento, via campos escalares. A partir de uma malha com discretização inicial e da especificação de um campo escalar com valores nodais de tamanho de elemento desejado, o algoritmo realiza o refinamento da malha, visando satisfazer os valores nodais descritos no campo fornecido (Geuzaine and Remacle, 2009). Figura 3 ilustra a aplicação deste algoritmo. A Figura 3(a) apresenta a discretização inicial utilizando uma malha de elementos triangulares lineares; posteriormente, define-se os valores de tamanho de elemento nos nós dessa malha (Fig. 2(b)). Por fim, obtém-se a malha refinada utilizando-se a imagem como referência para o refinamento da malha (Fig. 2(c)).

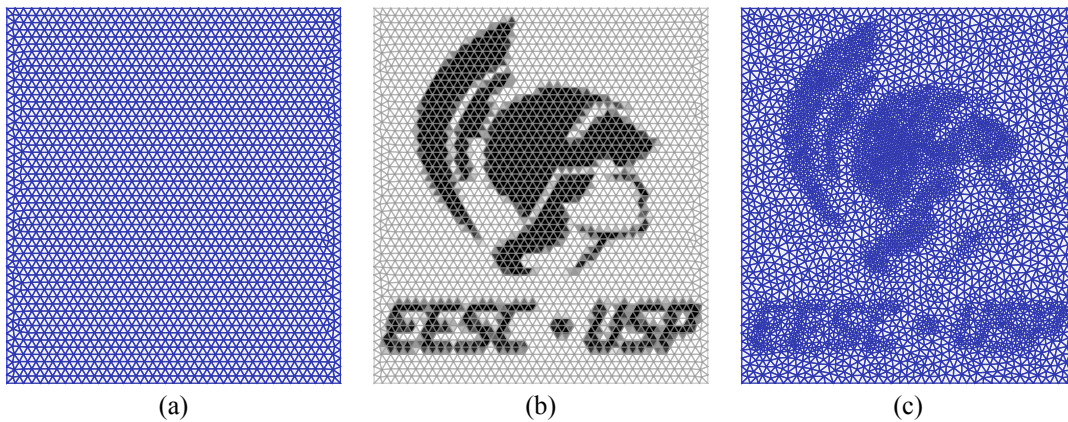


Figura 2. Aplicação de imagem de *background* para refinamento de malha. (a) Malha inicial, com  $\ell_{mean} = 100$  px; (b) Campo escalar de *background* com  $\ell$  desejados; (c) Malha refinada a partir do campo de interesse.

Estratégias de refinamento como a apresentada são denominadas refinamento-h, onde mantém-se as funções de forma do elemento – lineares para o caso apresentado – e aumenta-se o número de nós e elementos. Essa estratégia permite capturar elevados gradientes de deformação, como ocorre nas regiões de trinca (Sciuti *et al.*, 2021). Aqui, utiliza-se

como campo escalar o MCOD, o qual é definido como  $\overline{[u]} = \varepsilon_1 \ell$ . Nessa aproximação, considera-se que as deformações elásticas no tensor de deformações são desprezíveis em relação à contribuição singular da trinca (Sciuti *et al.*, 2021), e que a contribuição principal para abertura de trinca está associada com o regime de modo I.

A identificação da trinca por meio do campo de MCOD é ilustrada na Fig. 3, obtido por meio da técnica de CID, empregando a malha inicial da Fig. 1. Verifica-se que maiores valores de MCOD sinalizam a presença de maiores deformações em relação ao próprio tamanho do elemento e, portanto, sinalizam a presença de trinca. A trinca surge na região central, partindo da superfície inferior, a qual está submetida a esforços de tração.

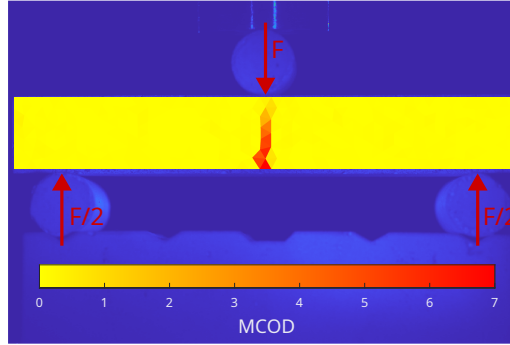


Figura 3. Identificação da trinca por meio de malha inicial com tamanho médio de elemento igual a 100 px, utilizando o campo de MCOD obtido por meio da CID.

A estratégia de refinamento adotada consiste em refinar somente os elementos que apresentarem nível de MCOD,  $\overline{[u]}$ , superior a um dado *threshold*,  $\overline{[u^*]}$ . Esse é calculado como:

$$\overline{[u^*]} = \overline{[u]}_{min} + \gamma(\overline{[u]}_{max} - \overline{[u]}_{min}) \quad (3)$$

onde  $\gamma$  é um coeficiente que determina o limite percentual entre os valores mínimo e máximo do campo de MCOD.

Essa abordagem foi adotada pois, conforme os elementos reduzem em torno de regiões com elevados valores de deformação a nível de pixel, o valor de MCOD a nível de elemento tende a aumentar. Assim, tornando o *threshold* função da porcentagem entre mínimo e máximo MCOD calculado mantém que o refinamento ocorra sempre nas regiões que mantêm a proporção escolhida. Já a intensidade do refinamento é controlada por meio do coeficiente  $0 < \beta < 1$ , o qual determina o comprimento dos elementos que satisfazem  $\overline{[u]} > \overline{[u^*]}$  a partir de uma porcentagem do comprimento atual. O processo iterativo de refinamento se encerra quando o mínimo comprimento de elemento de algum elemento da malha é menor que 4 px.

### 3. RESULTADOS

A fim de exemplificar a aplicação das técnicas, adotou-se  $\gamma = 0,1$  e variou-se os valores de  $\beta$  para investigar a influência dele sobre o refinamento e sobre o resíduo global de correlação. Os resultados estão ilustrados na Fig. 4 e na Tab. 1. Na Fig. 4, observa-se que, para valor de  $\beta < 0,5$ , há uma concentração de refinamento na região da trinca, que facilita a identificação da sua propagação sem elevar o número de graus de liberdade em regiões em que o MCOD é menor. Já para valores de  $\beta \geq 0,5$ , verifica-se que o refinamento passa a ser menos localizado no entorno da trinca, em função do maior número de iterações. Isso ocorre porque, como o refinamento é realizado a partir da atribuição de valores nodais, os nós de elementos na interface entre a região de maior nível de MCOD e as de menor nível passam a refinar os elementos da vizinhança; e portanto, o refinamento passa a abranger uma maior região no entorno da trinca.

Tabela 1. Resultados de número de graus de liberdade, GLR global e número de iterações para cada valor de  $\beta$  adotado para refinamento.

Parâmetros	Malha inicial ( $\beta = 1$ )	$\beta = 0,9$	$\beta = 0,7$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,3$	$\beta = 0,1$
Graus de liberdade	714	7698	1928	1540	1348	1738
Resíduo na imagem final [px]	39,48	37,62	37,95	38,21	38,29	38,29
Redução do resíduo global	0%	4,72%	3,90%	3,23%	3,04%	3,03%
Número de iterações	0	20	7	4	2	1

Com relação ao resíduo global de correlação, ilustrado na Tab. 1, observa-se que todos os refinamentos apresentam redução de ao menos 3% em relação à malha inicial, com um aumento de aproximadamente 3 vezes do número de graus



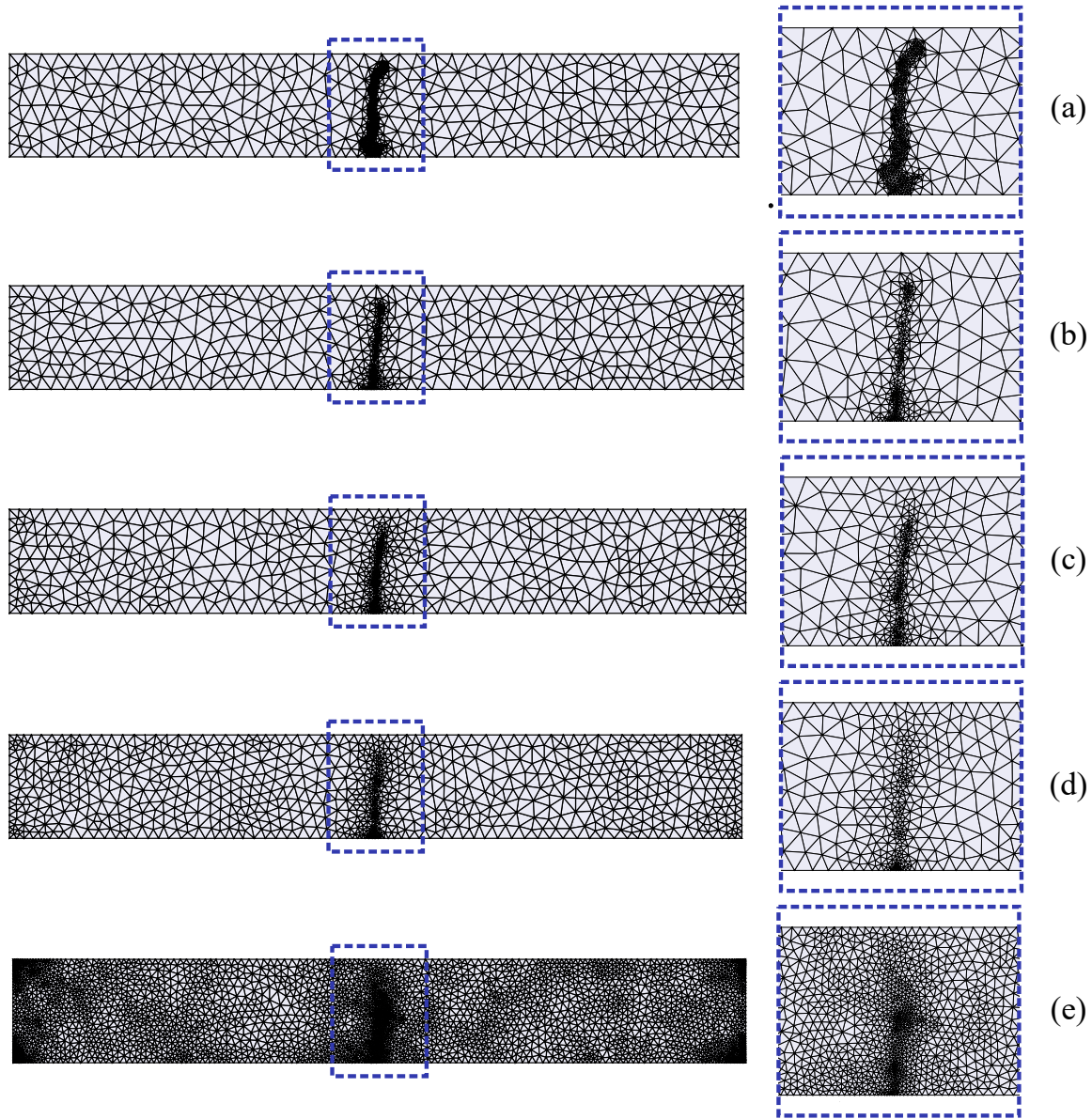


Figura 4. Comparativo entre as malhas adaptativas para diferentes valores de  $\beta$ . (a)  $\beta = 0,1$ ; (b)  $\beta = 0,3$ ; (c)  $\beta = 0,5$ ; (d)  $\beta = 0,7$ ; (e)  $\beta = 0,9$ .

de liberdade para  $\beta \leq 0,7$ , e de aproximadamente 10 vezes para  $\beta = 0,9$ . É possível concluir que a redução do resíduo acompanha o aumento de graus de liberdade na descrição da cinemática do ensaio, sobretudo no entorno da trinca, já que a redução de 3% foi obtida desde a malha com  $\beta = 0,1$ .

Por outro lado, como já constatado na literatura (Besnard *et al.*, 2006; Bornert *et al.*, 2009; Sciuti *et al.*, 2021), como a CID se trata de um problema inverso, quanto menores os elementos, maior a incerteza de medida. Então, mesmo no caso  $\beta = 0,9$ , em que o refinamento passou a ser menos localizado, o fato de adotar elementos muito pequenos (com tamanho próximo ao critério de parada, de 4 px) somente na região da trinca, com elementos de tamanho médio de 30 px nos demais, foi essencial para que a correlação convergisse.

Por fim, na Figura 5, apresentam-se os campos de deslocamento na direção da abertura da trinca para os casos de malha inicial,  $\beta = 0,9$  e  $\beta = 0,1$ , a fim de evidenciar o impacto da adaptatividade de malha sobre a descrição cinemática na trinca, e ilustrando que a diferença entre os  $\beta$  extremos diz respeito às oscilações do campo nesta região.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma abordagem de refinamento de malha aplicada à técnica de CID foi apresentada, elucidando seus benefícios na identificação do campo de deslocamentos, sobretudo nas redondezas de trincas. Analisou-se a influência do fator de refinamento ( $\beta$ ) a partir do campo de MCO. No estudo de caso analisado, um maior número de iterações de refinamento com o um valor de  $\beta$  próximo da unidade permitiu reduzir o resíduo global dos níveis de tons de cinza em 4,72% em

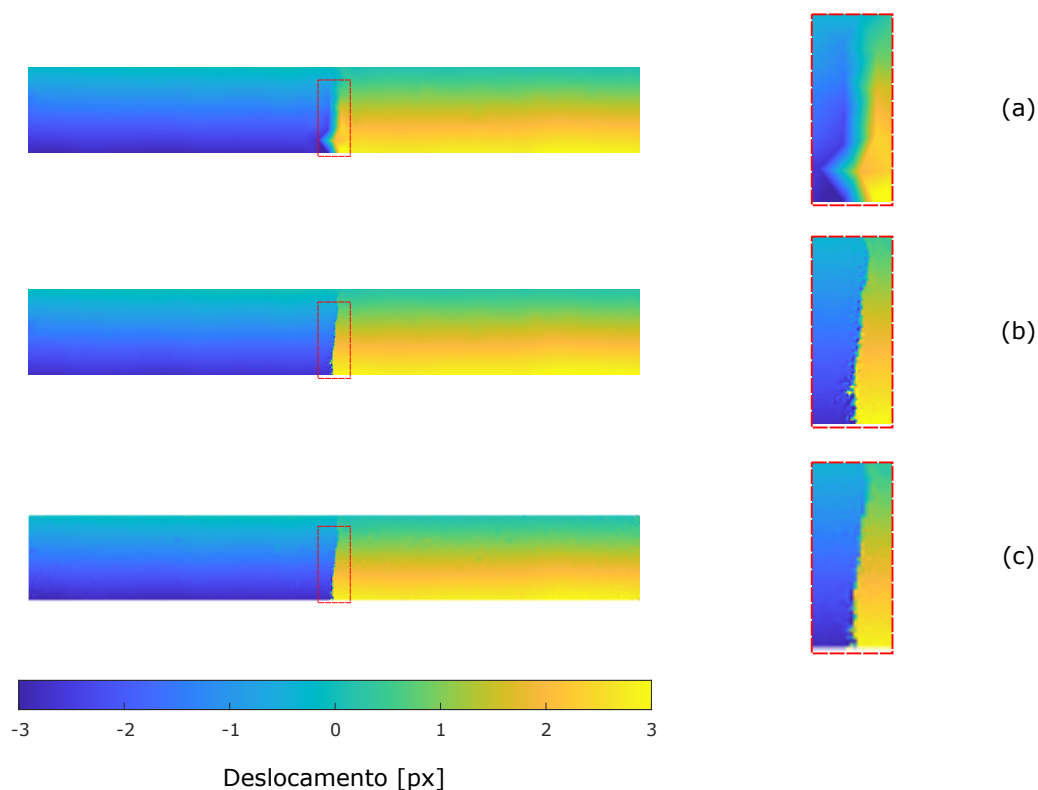


Figura 5. Campos de deslocamento horizontal: (a) malha inicial, (b)  $\beta = 0,1$  e (c)  $\beta = 0,9$ .

relação a malha uniforme. Entretanto, valores próximos da unidade tendem a aumentar de forma significativa o número de graus de liberdade. Para um fator de refinamento  $\beta = 0,1$ , o refinamento ocorre essencialmente em uma única iteração, com uma redução de 3,03% para o caso avaliado. Ambos os parâmetros permitem uma melhor definição do campo de deslocamentos nas redondezas da trinca, entretanto, com uma diferença significativa do número de graus de liberdade.

As técnicas de refinamento podem aprimorar o processo de aplicação da técnica de CID em sistema com presença de trincas ou descontinuidades. A influência dos parâmetros de controle de refinamento, bem como de parada do processo, devem ser melhor avaliados e são tópicos de continuidade da presente pesquisa.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro por meio dos processos Proc. 2024/05884-9, Proc. 2023/13594-8 e Proc. 2020/08077-6. Os autores agradecem também aos Prof. Rodrigo Bresciani Canto e Vinicius Fiocco Sciuti do Departamento de Engenharia de Materiais (DEMa) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) por disponibilizarem a infraestrutura necessária para realização dos ensaios.

## 6. REFERÊNCIAS

- ASTM Standard C293, 2016. *Standard test method for flexural strength of concrete (using simple beam with center-point loading)*. ASTM International, West Conshohocken, PA. doi:10.1520/C0293-08.
- Besnard, G., Hild, F. and Roux, S., 2006. ““finite-element” displacement fields analysis from digital images: application to portevin-le châtelier bands”. *Experimental mechanics*, Vol. 46, pp. 789–803.
- Bornert, M., Brémand, F., Doumalin, P., Dupré, J.C., Fazzini, M., Grédiac, M., Hild, F., Mistou, S., Molimard, J., Orteu, J.J. *et al.*, 2009. “Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results”. *Experimental mechanics*, Vol. 49, pp. 353–370.
- Geuzaine, C. and Remacle, J.F., 2009. “Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities”. *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 79, No. 11, pp. 1309–1331.
- Hild, F. and Roux, S., 2008. “Correliq4: A software for finite element displacement field measurements by digital image correlation”. *Rapport interne LMT Cachan*, Vol. 269, p. 195.
- Inc., T.M., 2022. “Matlab version: 9.13.0 (r2022b)”. URL <https://www.mathworks.com>.
- Janiukstis, R. and Chen, X., 2021. “Review of digital image correlation application to large-scale composite structure

- testing”. *Composite Structures*, Vol. 271, p. 114143.
- Leclerc, H., Neggers, J., Mathieu, F., Roux, S. and Hild, F., 2015. “Correli 3.0”. IDDN.FR.001.520008.000.S.P.2015.000.31500.
- Liu, B., Lan, S., Li, J., Fang, Q., Ren, Y., He, W. and Xie, H., 2024. “Digital image correlation in extreme conditions”. *Thin-Walled Structures*, Vol. 205, p. 112589. ISSN 0263-8231. doi:<https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112589>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263823124010292>.
- Sciuti, V.F., Vargas, R., Canto, R.B. and Hild, F., 2021. “Pyramidal adaptive meshing for Digital Image Correlation dealing with cracks”. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 256, p. 107931. doi:10.1016/j.engfracmech.2021.107931.
- Shi, Z., Jin, N., Chen, D. and Ai, D., 2024. “A comparison study of semantic segmentation networks for crack detection in construction materials”. *Construction and Building Materials*. doi:10.1016/j.conbuildmat.2024.134950.
- Sun, Y., Pang, J.H.L., Wong, C.K. and Su, F., 2005. “Finite element formulation for a digital image correlation method”. *Appl. Opt.*, Vol. 44, No. 34, pp. 7357–7363. doi:10.1364/AO.44.007357. URL <https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-44-34-7357>.
- Tekieli, M., De Santis, S., de Felice, G., Kwiecień, A. and Roscini, F., 2017. “Application of digital image correlation to composite reinforcements testing”. *Composite Structures*, Vol. 160, pp. 670–688.
- Vargas, R., Zago, I.P., Sciuti, V.F., Furlan, M., Angélico, R.A., Hild, F. and Canto, R.B., 2024. “Multi-window setup for thermomechanical experiments assisted by dic up to 900°C”. *Materials Research*, Vol. 27. ISSN 19805373. doi:10.1590/1980-5373-MR-2024-0072.
- Wittevrongel, L., Lava, P., Lomov, S.V. and Debruyne, D., 2015. “A self adaptive global digital image correlation algorithm”. *Experimental Mechanics*, Vol. 55, No. 2, pp. 361–378.
- Zago, I.P., 2024. *ON THE THERMOMECHANICAL BEHAVIOR OF MODEL COMPOSITES USING DIGITAL IMAGE CORRELATION*. Ph.D. thesis, Federal University of São Carlos.
- Zago, I.P., Vargas, R., Sciuti, V.F., Canto, R.B. and Angélico, R.A., 2024. “Dic to evaluate a model composite system cracking due to cte mismatch”. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 131, p. 104330. ISSN 01678442. doi:10.1016/j.tafmec.2024.104330. URL <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2024.104330>.

## 7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.