

MEDIÇÃO DE PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS EM FANTOMAS UTILIZANDO INFERÊNCIA BAYESIANA

Pedro Lucas Silva Guimarães, pedro.guimaraes@ufvjm.edu.br¹

Samara Évelin Teixeira, evelin.samara@ufvjm.edu.br¹

José Aguiar dos Santos Júnior, aguiar@academico.ufs.br²

Vinícius Soares Medeiros, viniciussoaresjn@hotmail.com³

Gilmar Guimarães, gguima@ufu.br³

José Ricardo Ferreira Oliveira, jose.ricardo@ufvjm.edu.br¹

¹ Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Instituto de Ciência e Tecnologia, Rodovia MGT 367 – Km 583, nº 5000, Alto da Jacuba, Diamantina/MG, CEP 39100-000.

² Universidade Federal de Sergipe, Departamento de Engenharia Mecânica. Av. Marechal Rondon, s/n, Cidade Universitária Prof. José Aloísio de Campos, Bairro Jardim Rosa Elze, São Cristovão-SE, CEP 49100-000.

³ Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2121 - Santa Mônica, Uberlândia - MG, 38408-100.

Resumo. Este trabalho apresenta uma técnica experimental para medir simultaneamente a difusividade térmica e a condutividade térmica de fantasmas, amostras in vitro que mimetizam um tecido vivo. A medição destas propriedades requer a imposição de fluxo de calor periódico na superfície frontal dos fantasmas. Um transdutor de fluxo de calor com um sensor de temperatura integrado posicionado na face frontal mede o fluxo de calor imposto e a temperatura da superfície aquecida. Um termopar de superfície mede a temperatura na face oposta ao aquecimento. O procedimento experimental prevê a aplicação do mesmo conjunto de dados experimentais em dois modelos térmicos diferentes. O primeiro modelo utiliza a relação de ganho entre duas temperaturas de superfície adquiridas para determinar a difusividade térmica. O problema inverso é então resolvido usando inferência Bayesiana. O segundo modelo aplica a inferência bayesiana sobre os valores teóricos e experimentais das propriedades para obter a máxima verossimilhança da função do erro quadrado da temperatura para estimativa da condutividade térmica. O cálculo das incertezas experimentais indica baixa dispersão dos resultados, e os valores estimados das propriedades apresentaram excelente concordância com os dados da literatura.

Palavras-chave: Condutividade Térmica, Difusividade Térmica, Medição de Temperatura, Problemas Inversos. Quantificação de Incertezas.

Abstract. This work presents an experimental technique for simultaneously measuring the thermal diffusivity and thermal conductivity of phantoms, in vitro samples that mimic living tissue. The measurement of these properties requires the imposition of a periodic heat flux on the front surface of the phantoms. A heat flux transducer with an integrated temperature sensor positioned on the front face measures both the imposed heat flux and the temperature of the heated surface. A surface thermocouple measures the temperature on the opposite face from the heating. The experimental procedure involves applying the same set of experimental data to two different thermal models. The first model uses the gain relationship between two acquired surface temperatures to determine the thermal diffusivity. The inverse problem is then solved using Bayesian inference. The second model applies Bayesian inference to the theoretical and experimental values of the properties in order to obtain the maximum likelihood from the squared temperature error function for estimating the thermal conductivity. The calculation of experimental uncertainties indicates low dispersion of the results, and the estimated property values showed excellent agreement with literature data.

Keywords: Thermal Conductivity, Thermal Diffusivity, Temperature Measurement, Inverse Problems, Uncertainty Quantification.

1. INTRODUÇÃO

Segundo a Organização Mundial da Saúde (WHO), o câncer de mama foi o câncer mais diagnosticado em 2020, com 2,26 milhões de novos casos naquele ano. Trata-se do câncer com maior taxa de letalidade entre as mulheres, sendo responsável por 685 000 óbitos em todo mundo em 2020, o que corresponde a 7 % do total de mortes por câncer no planeta. Segundo a WHO, até 2040, a incidência de câncer de mama aumentará em 1/3, e a mortalidade desta enfermidade

aumentará em quase 50 %. O câncer de mama é uma doença altamente curável quando detectada precocemente, porém altamente mortífera caso descoberta tardiamente.

O diagnóstico de câncer de mama pode ser realizado através de exames convencionais, quais sejam, mamografia, ultrassom e ressonância magnética, ou então através de exames mais recentes, como o PET/Scan. Contudo, estes são procedimentos desconfortáveis, invasivos e onerosos, onde, em alguns casos, o paciente fica exposto a radiações ionizantes durante os exames. Além disso, no tocante à mamografia, a probabilidade de identificar tumores em mulheres com mamas densas é muito baixa em relação às demais técnicas citadas. Existe ainda o inconveniente de pacientes com nanismo ou cadeirantes de realizar este procedimento.

Intentando reduzir o desconforto e o estresse gerado durante os exames convencionais de diagnóstico, faz-se necessário novos exames para triagem do câncer de mama, que sejam cômodos e não invasivos. Neste sentido, as técnicas termométricas apresentam grande potencial para detecção de inclusões em tecidos vivos, por serem procedimentos não invasivos.

Medições de propriedades termofísicas são extremamente importantes para prever o comportamento térmico em tecidos biológicos. Patil e Maniyeris (2019) delinearam modelos computacionais unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais para estudar problemas de biotransferência de calor usando o método de diferenças finitas, visando a identificação térmica de cistos mamários. Bezerra et al. (2020) apresentaram uma metodologia para estimar propriedades térmicas com base nas imagens infravermelhas da mama. Jena e Gupta (2021) apresentaram uma abordagem para estimar simultaneamente a condutividade térmica, capacidade calorífica volumétrica, difusividade térmica e efusividade térmica, a partir da resposta térmica medida em uma única superfície do material usando a técnica de termografia de aquecimento parcial. Sudarsan et al. (2021) apresentaram um método computacional que faz uso da termometria de contato para estimar o centro geométrico, o tamanho e as propriedades termofísicas do tumor de mama.

O princípio físico das técnicas termométricas leva em conta que o crescimento celular desregulado num determinado tecido vivo, proveniente de um câncer, apresenta uma taxa metabólica maior, o que demanda um maior fluxo sanguíneo do que o tecido sadio circundante. Então, o calor adicional gerado é transferido ao tecido vizinho do tumor, causando perturbações no campo de temperatura superficial da pele. Esta perturbação pode ser observada através de câmeras infravermelhas ou por sensores de temperatura. As temperaturas medidas são analisadas através de problemas inversos para inferir sobre a posição e o campo de temperatura tumoral. Este fato demanda técnicas experimentais capazes de estimar as propriedades termofísicas de tecidos vivos quando do conhecimento do campo térmico.

A Equação da Biotransferência de calor é um modelo matemático que relaciona o campo de temperatura de um tecido biológico com suas respectivas propriedades termofísicas. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é estimar as propriedades termofísicas de fantasmas – um tipo de corpo-de-prova usado para simulação in-vitro do comportamento de tecidos vivos, sendo bastante utilizado para a calibração de instrumentos médicos – através da técnica desenvolvida por Santos-Júnior et al. (2022). De modo específico, este trabalho visa desenvolver uma bancada experimental para estimativa simultânea da difusividade térmica e da condutividade térmica utilizando o modelo unidimensional, uma vez que a técnica proposta por Santos-Júnior et al. (2022) foi aplicada a um modelo 1D. Como diferencial, as propriedades são estimadas via inferência bayesiana.

2. METODOLOGIA

2.1 Modelo Matemático

A Figura 1 apresenta o sistema físico adotado para estimativa de propriedades termofísicas.

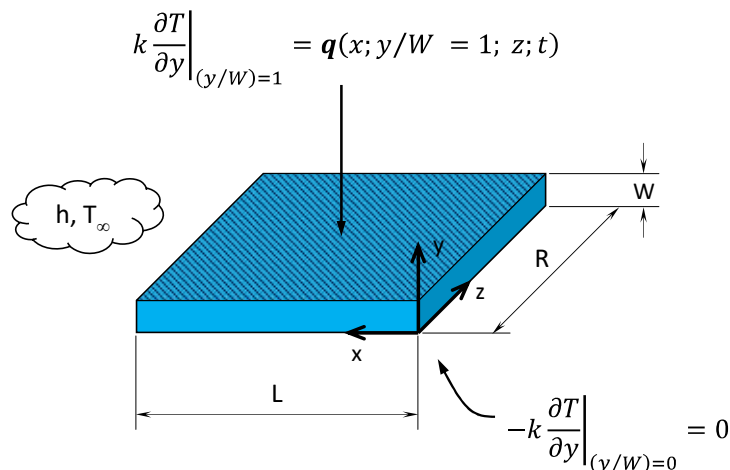


Figura 1. Sistema físico unidimensional

Um fluxo de calor q é imposto de maneira uniforme em $y = W$, numa placa quadrada com dimensões $L \times W \times R$, conforme apresentado na Fig. 1. Em $y = 0$ a face encontra-se isolada termicamente. As laterais do domínio estão sujeitas à convecção livre. Considerando que $L \approx R \gg W$, podemos admitir que, durante um certo tempo, a condução de calor é unidimensional no centro do domínio, ao longo da direção axial. Assim, o modelo matemático que representa o problema direto é dado pela Eq. 1:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Através do método de Funções de Green obtém-se a solução do problema direto proposto, como mostra a Eq. 2.

$$T(y, t) = T_0 + \frac{q \cdot \alpha \cdot t}{k \cdot W} + \frac{q \cdot W^2}{k} \left(\frac{W}{3} - y + \frac{y^2}{2W} \right) - \frac{2q}{k \cdot W} \sum_m \left[\cos\left(\frac{m\pi y}{W}\right) \frac{e^{\left[\left(\frac{m\pi}{W}\right)^2 \alpha t\right]}}{\left(\frac{m\pi}{W}\right)^2} \right] \quad (2)$$

2.2 Aplicação de Inferência Bayesiana para estimativa de parâmetros termofísicos

A Inferência Bayesiana é utilizada para estimar a difusividade e a condutividade térmica, usando a modelagem do problema de transferência de calor obtido a partir das Funções de Green, conforme apresentado no capítulo 3 deste trabalho. A Inferência Bayesiana é baseada nos seguintes princípios: a) *Todas as variáveis incluídas no modelo são consideradas variáveis aleatórias*; b) *A aleatoriedade destas variáveis descreve o grau de informação sobre as suas realizações*; c) *O grau de informação relativa a estes valores é codificado em termo de Funções Densidade de Probabilidade (PDFs)*; d) *A solução do problema inverso é a distribuição de probabilidade posterior*. Logo, o Teorema de Bayes que relaciona os dados experimentais das temperaturas medidas Y de parâmetros desconhecidos X pode ser descrito como:

$$P(X|Y) = \frac{P(Y|X)P(X)}{P(Y)} \quad (3)$$

Onde $P(X|Y)$ é a densidade de probabilidade *a posteriori*, $P(Y|X)$ é a função de verossimilhança, $P(Y)$ é a constante de normalização, ou densidade de probabilidade marginal das medidas e $P(X)$ é distribuição *a priori*, ou densidade de probabilidade *a priori*, geralmente sendo uma informação subjetiva.

O termo $P(Y|X)$ representa a probabilidade de obter Y para um valor assumido de X , podendo ser obtido a partir de uma solução do problema direto e convertido para uma PDF. A informação de $P(X)$ é incorporada na análise mediante conhecimento dos parâmetros de interesse. No presente trabalho, o parâmetro X será a difusividade térmica e a condutividade térmica, a serem estimadas de modo sequencial e simultâneo.

Neste trabalho, a inferência bayesiana é empregada para que as temperaturas obtidas experimentalmente e a distribuição de temperatura simulada — para diferentes valores de propriedades — sejam as mais próximas possíveis. As hipóteses estatísticas para as estimativas de máxima verossimilhança levam em consideração erros de medidas ($Y_{medido} = Y_{simulado} + \varepsilon$) não-correlacionados, com distribuição normal ou gaussiana, média zero e desvio padrão constante σ .

Sendo $P(Y)$ uma constante de normalização, a função de densidade de probabilidade *a posteriori* pode ser escrita como sendo proporcional ao produto da verossimilhança e da distribuição *a priori*:

$$P(X|Y) = \frac{1}{\text{constante}} P(Y|X)P(X) \propto P(Y|X)P(X) \quad (4)$$

Considerando que os dados de temperatura são variáveis independentes e identicamente distribuídos, a verossimilhança de uma distribuição Normal pode ser escrita como:

$$P(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(Y - T(X))^T (Y - T(X))}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

Onde $T(X)$ é a temperatura calculada em função dos parâmetros a serem estimados, de forma analítica, Y tem dimensão das n medidas disponíveis e σ^2 é a variância das medidas experimentais Y . A equação anterior pode ser rearranjada:

$$P(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) \quad (6)$$

Onde:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(Y_{medido,i} - Y_{simulado,i})^2}{\sigma^2} \right) \quad (5)$$

Na Equação 7, a variável $Y_{simulado,i}$ trata dos valores simulados de Y para um X assumido. E $Y_{medido,i}$ são os dados de temperatura medidos. Para uma distribuição a priori uniforme, ou seja, $P(X)$ é igual a 1, a função de densidade de probabilidade a posteriori (FDPP) é a própria PDF. Assim:

$$P(X|Y) = P(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} \right) \quad (8)$$

O que é semelhante a estimativa de mínimos quadrados para o caso linear e não-linear. Mas a distribuição *a priori* pode regularizar os problemas inversos mal postos significativamente, o que auxilia no processo de estimativa de parâmetros. Para uma distribuição a priori normal $P(\beta)$ com parâmetros com média μ_p e desvio padrão σ_p , têm-se:

$$P(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_p^2}} \exp \left(\frac{-(X - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right) \quad (9)$$

Substituindo a Equação (9) na Equação (3) e sabendo que:

$$P(Y) = \int P(Y|\beta) \cdot P(\beta) dx \quad (10)$$

A PPDF para uma distribuição gaussiana torna-se:

$$P(\beta|Y) = \frac{\exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)}{\int \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right) dx} \quad (11)$$

Não é necessário realizar o cálculo do denominador da equação anterior, já que se trata de uma densidade marginal e que a distribuição conjunta não está disponível em primeira instância. Um estimador frequentemente utilizado é o MAP (Máximo *a posteriori*), e é calculado como:

$$\beta_{MAP} = \arg \max [P(\beta|Y)] \quad (12)$$

Esse estimador permite identificar dentre os parâmetros β 's testados qual apresentou melhor concordância entre a temperatura experimental Y e a temperatura calculada a partir desses parâmetros.

Para dados discretos, a média e a variância dos parâmetros estimados são calculados respectivamente, por:

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_i \beta_i \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)}{\sum_i \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)} \quad (13)$$

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{\sum_i (\beta_i - \bar{\beta})^2 \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)}{\sum_i \exp - \left(\frac{\chi^2}{2} + \frac{(\beta - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right)} \quad (14)$$

Com base no procedimento proposto neste estudo, β_i , ($\beta_i = \alpha$ e $\beta_i = k$) é estimado aplicando o teorema de Bayes, que também é a solução para problemas de estimativa de parâmetros dados pelo estimador de máximo *a posteriori*. Deve-se mencionar aqui que o estimador de máximo *a posteriori* se reduz ao estimador de máxima verossimilhança dentro do espaço de parâmetros dado pela distribuição *a priori* uniforme.

Apesar de sua similaridade, é importante enfatizar a distinção entre estimadores clássicos e bayesianos. Os primeiros são estatísticos e, portanto, possuem uma distribuição amostral a partir da qual suas propriedades serão estabelecidas. Os estimadores bayesianos baseiam-se na distribuição *a posteriori* que é sempre condicional ao valor observado da amostra e, portanto, suas propriedades baseiam-se na distribuição *a posteriori*, um objeto totalmente diferente. No entanto, podem ser vistos como funções da amostra observada e, desta forma, comparados numericamente com a estimativa clássica.

2.3 Aplicação da razão de temperaturas e inferência bayesiana para estimativa da difusividade térmica

Serão estimados simultaneamente da difusividade térmica e da condutividade térmica efetiva, para isso será utilizado o modelo X22Y22Z22. Primeiramente determina-se a difusividade térmica sem o conhecimento da condutividade térmica e, posteriormente, a partir do conhecimento da difusividade térmica determina-se a condutividade térmica, a partir do mesmo experimento.

Pelo fato que a difusividade térmica ser diretamente proporcional ao tempo de difusão, ela é obtida avaliando-se a temperatura em dois momentos distintos. A razão da temperatura entre dois momentos diferentes, $T(t_2)/T(t_1)$, é proporcional à razão da função de Green nesses tempos, indicando que a razão da temperatura não depende de condutividade térmica, mas somente da difusividade térmica, como mostrado na equação Eq. (17).

Portanto, para $\theta(x, y, z, t)$ na localização (x_1, y_1, z_1) , no tempo t_1 é escrita como:

$$\theta(x_1, y_1, z_1, t_1) = \frac{\alpha}{k} \int_0^{t_1} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_1, y_1, z_1, t_1 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau \quad (15)$$

Similarmente, para $\theta(x, y, z, t)$ na localização (x_2, y_2, z_2) , no tempo t_2 é escrita como:

$$\theta(x_2, y_2, z_2, t_2) = \frac{\alpha}{k} \int_0^{t_2} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_2, y_2, z_2, t_2 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau \quad (16)$$

Finalmente, obtêm-se a razão $\theta(x_1, y_1, z_1, t_1)/\theta(x_2, y_2, z_2, t_2)$ por:

$$\frac{\theta(x_1, y_1, z_1, t_1)}{\theta(x_2, y_2, z_2, t_2)} = \frac{\int_0^{t_1} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_1, y_1, z_1, t_1 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau}{\int_0^{t_2} \int_{L_1}^{L_2} \int_{R_1}^{R_2} q''(\tau) G(x_2, y_2, z_2, t_2 | x', y', z', \tau) dx' dz' d\tau} = f(\alpha) \quad (17)$$

A razão da Eq. (17) não depende da condutividade térmica, mas somente da difusividade térmica. Assim, uma função de probabilidade com base na razão das temperaturas da superfície em quaisquer dois momentos, $\theta(r_1, t_1)/\theta(r_2, t_2)$, é usada para estimar a difusividade térmica, e assumindo que os dados de temperatura são independentes e identicamente distribuídos, a função de verossimilhança é:

$$P(\alpha|Y) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp \left[-\frac{\left(\frac{\theta(r_1, t_1, \alpha)}{\theta(r_2, t_2, \alpha)} - \frac{Y(r_1, t_1)}{Y(r_2, t_2)} \right)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (18)$$

Com o valor da difusividade térmica calculado, estima-se o valor da condutividade térmica a partir da maximização de uma nova função de verossimilhança, com base na função erro quadrático das temperaturas teóricas e experimentais da amostra, dado por:

$$P(k|Y) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp \left[-\frac{(\theta(x_i, W, z_i, t, k) - Y(x_i, W, z_i, t))^2}{2\sigma^2} \right] \quad (19)$$

Portanto, a função de máxima verossimilhança, dada pela Eq. (19), é a condutividade térmica ótima entre as temperaturas teóricas e experimentais.

3. RESULTADOS

Foram realizados 40 experimentos para estimativa de difusividade térmica e condutividade térmica do fantoma. A Figura 1 apresenta as medições de fluxo de calor e aumento de temperatura realizadas nestes experimentos.

O fluxo de calor medido apresentou baixa dispersão, uma vez que o desvio-padrão médio foi menor que 5,0 %. As medições de temperatura também foram bastante precisas, uma vez que o desvio-padrão, no geral, foi menor que a incerteza dos termopares ($\pm 0,15$ K). O Critério de Chauvenet foi aplicado ao conjunto de dados experimentais, visando identificar erros grosseiros, eventuais falhas ocorridas no procedimento experimental.

As estimativas de difusividade térmica e de condutividade térmica foram realizadas com base nas medições de fluxo de calor e temperatura. A razão dos aumentos de temperatura e a inferência bayesiana foram aplicadas para estimar o α . A condutividade térmica foi estimada pela inferência bayesiana, quando do conhecimento do α . Admite-se probabilidade a priori uniforme para as duas propriedades termofísicas analisadas. Os intervalos adotados para valores randômicos para difusividade térmica e condutividade térmica foram 10^{-2} a 10^{-6} m^2s^{-1} e 10^{-2} a 10^1 $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, respectivamente. O número de amostragens realizadas na inferência bayesiana foi de 128. A Figura 2 apresenta a função densidade de probabilidade dos valores randômicos de difusividade térmica e o *Box-Plot* da estimativa experimental desta propriedade termofísica. A Figura 3 apresenta a PDF dos valores randômicos da condutividade térmica e o *Box-Plot* do conjunto de dados desta propriedade estimados experimentalmente.

A difusividade térmica estimada foi de $(0,22 \times 10^{-6} \pm 12,51 \%) \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, com 95,45 % de confiabilidade e fator de abrangência igual a 2,00. A condutividade térmica estimada foi de $0,42 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \pm 2,63 \%$, com confiança de 95,45 % e fator de abrangência 2,00.

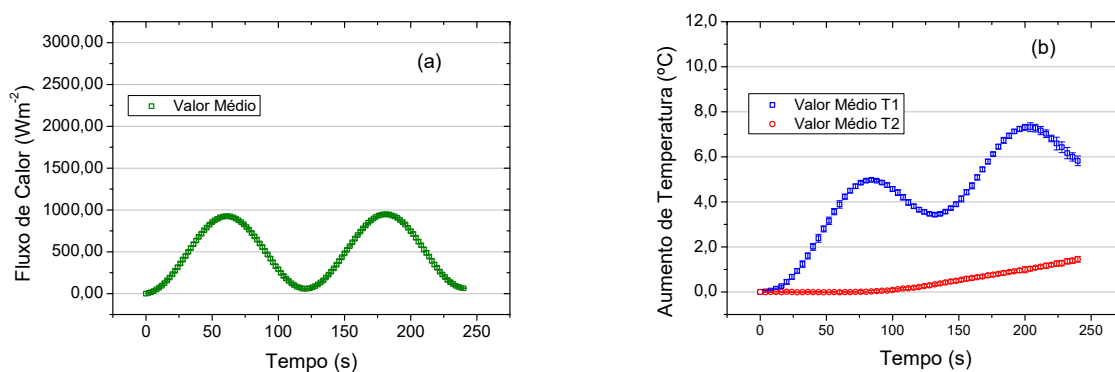


Figura 1. Medições da bancada experimental 1D para fantasmas: (a) Fluxo de calor imposto e (b) aumento de temperatura.

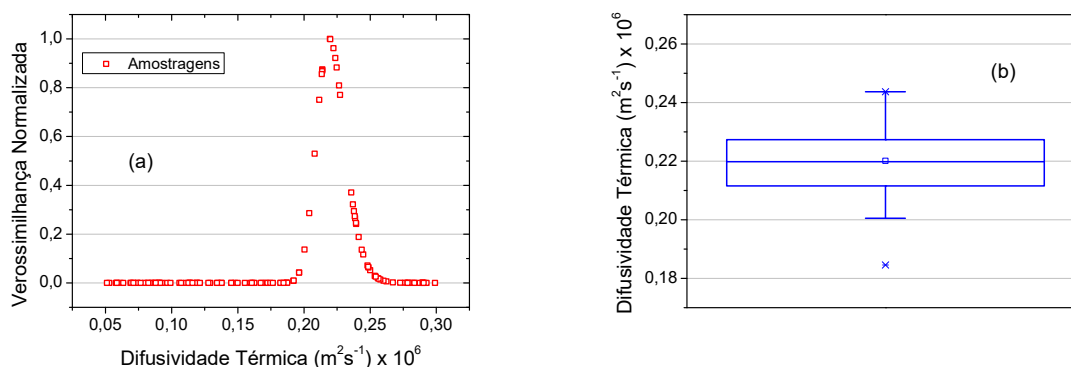


Figura 2. Fantoma modelo 1D: (a) Função densidade de probabilidade de α randômico e (b) *Box-Plot* de α estimado.

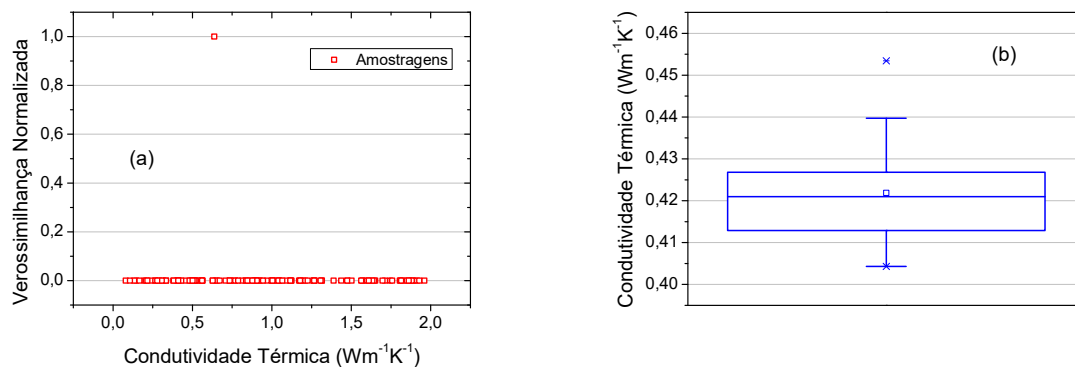


Figura 3. Fantoma modelo 1D: (a) Função densidade de probabilidade de k randômico e (b) Box-Plot de k estimado.

4. CONCLUSÃO

As propriedades estimadas apresentaram baixa dispersão, com desvios inferiores a 10 %, a um nível de confiança de 95,45 % para um fator de abrangência igual a 2,00. Os valores estimados de α e k do fantoma apresentaram boa concordância com a literatura, com desvios absolutos inferiores a 10 % dos valores médios das respectivas propriedades. Os testes Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov foram aplicados para verificar a normalidade da distribuição dos resultados experimentais de α e k . Portanto, a um nível de 99 %, ambos os testes indicam que o conjunto de dados de α e k foram obtidos de uma PDF Normal. O comparativo entre as temperaturas teóricas e experimentais, considerando as propriedades estimadas do meio, indicou boa aderência entre estas temperaturas, com desvios da ordem da incerteza de medição dos termopares (± 0.15 K), o que respalda a efetividade e a validade da técnica proposta.).

5. AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão de bolsa de Iniciação Científica ao autor Pedro Lucas Silva Guimarães. À Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas pela concessão de Bolsa de Iniciação Científica à autora Samara Evelin Teixeira através do Programa ABCM de Bolsas de Iniciação Científica. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio a esta pesquisa através do projeto de demanda universal APQ-02676-24. Ao Instituto de Ciência e Tecnologia da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri.

6. REFERÊNCIAS

- Agência Internacional de Pesquisa sobre o Câncer. Breast Cancer Awareness Month 2021. International Agency for Research on Cancer, 2021. Disponível em: < <https://iarc.who.int/featured-news/breast-cancer-awareness-month-2021/> >. Acesso em: 09/01/2022.
- Patil, H. M.; Maniyeri, R. Finite difference method-based analysis of bio-heat transfer in human breast cyst. Thermal Science and Engineering Progress, v. 10, p. 42-47, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tsep.2019.01.009>.
- Bezerra, L. A.; Ribeiro, R. R.; Lyra, P. R. M.; Lima, R. C. F. An empirical correlation to estimate thermal properties of the breast and of the breast nodule using thermographic images and optimization techniques. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 149, p. 119215, 2020.
- Jena, P.; Gupta, R. Simultaneous estimation of multiple thermal properties using single-sided step heating thermography. Infrared Physics & Technology, v. 115, p. 103726, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.infrared.2021.103726>.
- Sudarsan, N.; Arathy, K.; Antony, L.; Sudheesh, R. S.; Muralidharan, M. N.; Satheesan, B.; Ansari, S. A Computational Method for the Estimation of the Geometrical and Thermophysical Properties of Tumor Using Contact Thermometry. Journal of Medical Devices, v. 15, p. 031012-2, <http://dx.doi.org/10.1115/1.4051517>.
- Santos-Junior JA, Ferreira-Oliveira, JR, Nascimento, JG, Fernandes, AP, Guimarães, G. (2022) Simultaneous estimation of thermal properties via measurements using one active heating surface and Bayesian inference. International Journal of Thermal Sciences, v. 172, Part A, p. 107304. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2021.107304>.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.