

ESTUDO DA DINÂMICA DE UMA PLACA A PARTIR DAS TÉCNICAS DE ESTÉREO CORRELAÇÃO DE IMAGENS E DECOMPOSIÇÃO EM MODOS DINÂMICOS

Lívia Máris Senosien Redígolo, livia.redigolo@usp.br

Igor Paganotto Zago, zago.igor@usp.br

Ricardo Afonso Angélico, raa@sc.usp.br

Departamento de Engenharia Aeronáutica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense, 400 – Centro, CEP 13566-590 – São Carlos, SP, Brasil

Resumo. As características dinâmicas de uma estrutura podem ser obtidas por meio de técnicas não invasivas, como a correlação de imagens digitais (CID), a partir da medição dos campos de deslocamentos. Este trabalho propõe a identificação das frequências naturais e dos modos de vibração de uma placa delgada pela técnica de estéreo correlação. Em uma primeira etapa, foi realizado um experimento de bancada assistido pela técnica de correlação de imagens digitais com aplicação de um carregamento dinâmico na extremidade da placa plana afilada. Em seguida, aplicou-se a técnica de Decomposição em Modos Dinâmicos (DMD) a partir das medidas de deslocamento obtidas experimentalmente. Esse método computacional permitiu prever a frequência de 9.905 Hz para o primeiro modo de flexão.

Palavras chave: Correlação de Imagens Digitais. Decomposição em Modos Dinâmicos. Resposta Dinâmica.

Abstract. The dynamic characteristics of a structure can be obtained using non-invasive techniques, such as digital image correlation (DIC), from the measurement of displacement fields. This work proposes the identification of the natural frequencies and vibration modes of a thin plate by the stereo correlation technique. In a first step, a bench experiment assisted by the digital image correlation technique was carried out by applying a dynamic load on the end of the tapered flat plate. Then, the Dynamic Mode Decomposition (DMD) technique was applied to the displacement measurements obtained experimentally. This computational method allowed predicting the frequency of 9.905 Hz for the first bending mode.

Keywords: Digital Image Correlation. Dynamic Mode Decomposition. Dynamic Response.

1. INTRODUÇÃO

A identificação dos modos de vibração de uma estrutura e as frequências associadas é fundamental para o conhecimento de suas características dinâmicas estruturais. Entretanto, as dificuldades impostas pelas condições experimentais envolvem a necessidade de posicionar um grande número de sensores de vibração, que podem, por vezes, interferir no resultado do modo dinâmico obtido devido ao acréscimo de massa introduzidos pelos sensores (Kato and Watahiki, 2023). Uma alternativa para contornar essa dificuldade é a utilização de técnicas não invasivas, como a técnica de Correlação de Imagens Digitais (CID), usada para medir campos de deslocamento induzidos por carregamentos mecânicos, térmicos, ou ainda qualquer ação que proporcione o deslocamento entre uma configuração de referência e uma configuração deslocada (Hild and Roux, 2012; Vargas *et al.*, 2016). Devido à sua versatilidade, a técnica de CID torna-se alternativa aos modelos tradicionais de medição pontuais, como acelerômetros, e garante a obtenção dos modos dinâmicos a partir do tratamento dos campos medidos pela técnica de CID (Hild *et al.*, 2009; Vargas *et al.*, 2016). A obtenção dos campos de deslocamento e deformação em alta resolução pela técnica permitem mensurar uma ampla faixa de amplitudes, além de movimentos de corpo rígido (Siebert and Splitthof, 2010). Dessa forma, é possível conduzir computacionalmente a identificação dos modos dinâmicos de componentes testados pelo tratamento das informações de campo obtidas da técnica com um método de decomposição matricial. (Roux and Hild, 2020; de Melo *et al.*, 2020).

A técnica de CID consiste em comparar duas imagens do objeto em configurações distintas, uma anterior à aplicação do carregamento (imagem de referência) e a outra posterior (imagem deformada) (Hild and Roux, 2012, 2006). A partir disso, assume-se que o mosqueado (textura aplicada sobre a amostra) se deforma e desloca com o objeto, de modo que os campos de deslocamento do sólido são medidos a partir da análise da conservação dos níveis de tons de cinza da textura (Hild and Roux, 2012). Na aplicação da técnica de CID, o uso de uma única câmera permite somente medir o campo de deslocamentos a partir da projeção, i.e., o campo de deslocamentos medido é bidimensional. Entretanto, duas ou mais câmeras podem ser combinadas de modo a proporcionar uma avaliação do campo de deslocamentos tridimensional da

superfície do corpo de prova monitorado, viabilizando assim a técnica de estéreo correlação (Charbal *et al.*, 2020; Pierré *et al.*, 2017), a qual será aplicada no presente artigo. Nessa técnica, tem-se a possibilidade de capturar os deslocamentos em direções ortogonais aos planos de projeção. Existem muitos fatores que definem a resolução da técnica, como mosqueado, iluminação, resolução da câmera e artefatos na imagem (Vargas *et al.*, 2024; Zago *et al.*, 2024).

A técnica de CID fornece um volume considerável de dados, viz. deslocamentos avaliados em diferentes pontos da estrutura em diferentes instantes de tempo, os quais podem ser reduzidos a partir de diferentes técnicas. Em particular, a técnica de Decomposição em Modos Dinâmicos (DMD) pode ser aplicada para identificação de frequências e respectivos modos a partir do campo de deslocamentos (Kutz *et al.*, 2017). A referida técnica é orientada por dados para analisar sistemas dinâmicos complexos por meio da decomposição de séries temporais de alta dimensão em modos mais simples e interpretáveis, os quais capturam os padrões dominantes e as dinâmicas do sistema. Essa abordagem gera uma representação de baixa dimensão das dinâmicas do sistema, frequentemente revelando frequências dominantes e estruturas espaciais associadas (Schmid, 2011; Schmid *et al.*, 2011; Schmid, 2021). A DMD está intimamente relacionada à teoria do operador de Koopman, oferecendo uma aproximação linear de sistemas potencialmente não-lineares (Schmid, 2021).

Nesse contexto, o presente artigo visa a identificação dos modos dinâmicos e das frequências de uma placa delgada a partir do campo de deslocamentos, obtido via estéreo correlação, com o uso da técnica de DMD, implementada em MATLAB. Apresentam-se o experimento desenvolvido, os parâmetros utilizados para correlação das imagens e as frequências e modos obtidos pela técnica de DMD.

2. METODOLOGIA

2.1 Procedimento experimental

O experimento realizado para identificação dos modos dinâmicos da placa foi realizado em um ensaio de bancada, o qual consistiu na fixação de uma placa plana a uma mesa e na aplicação de um carregamento mecânico impulsivo, induzindo um deslocamento transversal da placa. A força foi aplicada a partir de um impulso aplicado manualmente na extremidade superior da placa. O experimento foi realizado enquanto câmeras do sistema de estéreo correlação registravam imagens a uma taxa de 500 Hz. A placa plana utilizada no experimento foi fabricada em aço e possui um comprimento de 70 mm na raiz, 35 mm na ponta, e uma semi-envergadura (comprimento) de 350 mm. Em preparação para o experimento, a placa foi pintada com tintas spray branca e preta para a criação da textura de mosqueado que auxilia o algoritmo de CID. A Fig. 1 apresenta a placa com a textura já aplicada.



Figura 1. Placa de aço texturizada para avaliação de características dinâmicas a partir de ensaios assistidos pela técnica de CID

A Fig. 2 apresenta o experimento realizado e os equipamentos utilizados. O setup experimental conta com uma mesa óptica na qual a placa ensaiada foi fixada com a utilização de duas cantoneiras, duas câmeras Phantom VEO 1310L (Resolução máxima de 1 Mp) com objetivas de 50 mm, um sistema de iluminação de emissão contínua de alta intensidade e um computador com o software de estéreo correlação Instra4D, desenvolvido pela empresa Dantec Dynamics.

O experimento realizado apresenta uma montagem complexa devido aos diferentes ajustes para a realização do ensaio, os quais devem ser realizados para cada aplicação, como disposição das câmeras, ajuste de iluminação e foco, aplicação de textura sobre o objeto estudado, calibração da projeção e, por fim, a correlação efetuada pelo programa. A primeira etapa para a realização do experimento consistiu no enquadramento da placa no campo de visão de ambas as câmeras do sistema e o ajuste do foco. Devido a limitações da distância focal das objetivas da câmera, a placa não pôde ser totalmente enquadrada na imagem das câmeras, priorizando a visualização da base da placa para ajuste das condições de contorno posteriormente. As câmeras foram posicionadas em uma angulação de $35,23^\circ$ – angulação dentro da faixa otimizada para a identificação de deslocamentos fora do plano (Sutton *et al.*, 2009). Após isso, a etapa seguinte consistiu no ajuste da iluminação incidente na superfície da placa. O software Instra4D conta com ferramentas que auxiliam a avaliação da distribuição de luminosidade na superfície. Nessa etapa, também são ajustados parâmetros das câmeras como abertura e tempo de exposição, os quais foram ajustados em $f/8$ e $0,55 \mu s$, respectivamente. A última etapa pré-ensaio é a realização da calibração da projeção das câmeras. O sistema usa um algoritmo de contraste entre a imagem

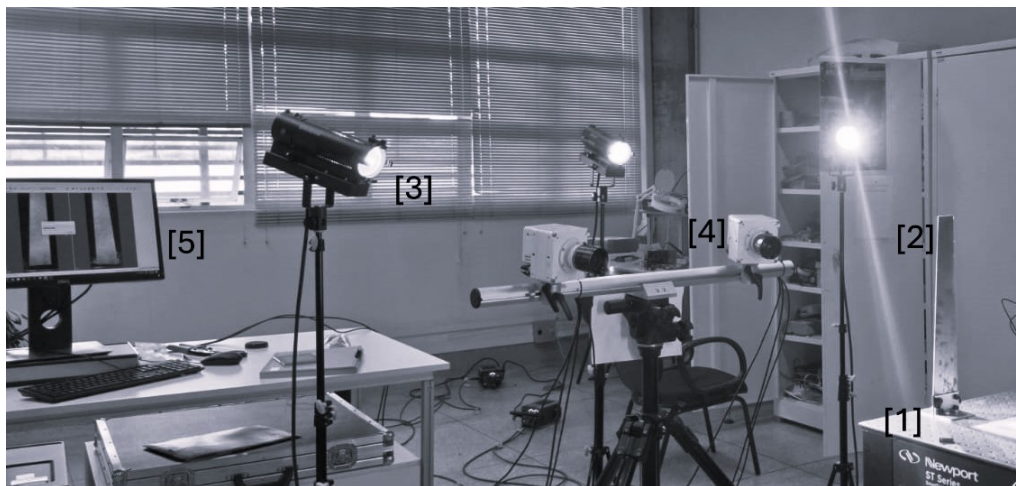


Figura 2. Vista da montagem experimental: [1] bancada; [2] modelo texturizado a ser ensaiado; [3] sistema de iluminação; [4] câmeras; [5] computador equipado com o software Instra4D

das duas câmeras para identificar pontos de interseção entre quadrados brancos e pretos de um alvo padrão. A cada imagem registrada, uma movimentação do objeto de calibração é efetuada em torno de todos os eixos e campo de visão para fornecer uma variedade de perspectivas ao software (Sutton *et al.*, 2009). Na Figura 3 é apresentado o alvo padrão utilizado para a calibração do sistema de estéreο correlação.

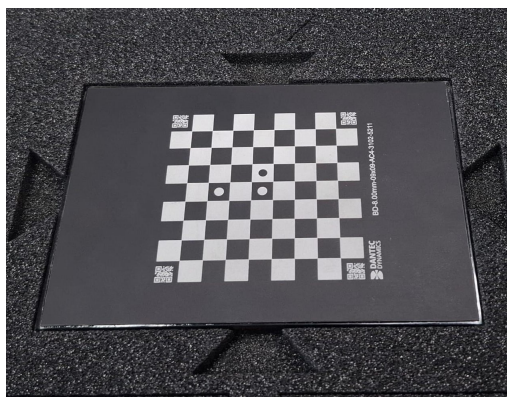


Figura 3. Alvo utilizado para a calibração das câmeras

Com a preparação para o ensaio finalizada, o experimento foi conduzido. A realização do experimento se deu com o início da aquisição das imagens e, após aproximadamente 1 segundo, a aplicação do impulso na placa, sendo que o tempo total de aquisição foi de 10 segundos, totalizando 5000 imagens obtidas por cada câmera. O primeiro segundo, onde a placa está em repouso, é essencial para a avaliação do ruído experimental, que serve como medida de incerteza do experimento.

2.2 Aplicação de estéreο correlação de imagens digitais ao ensaio

Em uma abordagem local, a correlação é realizada através da procura de janelas quadradas de grupos de pixels, denominadas Zonas de Interesse (ZOIs), em cada imagem subsequente à de referência. O processo de correlação identifica, então, os pixels dentro das zonas por meio dos seus valores de cinza proporcionados pela aplicação de textura e computa mudanças significativas nas suas posições para calcular os deslocamentos (Hild and Roux, 2006).

Para a execução da correlação utilizando o software Instra4D, inicialmente deve ser definida uma região de interesse da análise, i.e. a região na qual a técnica irá computar os campos de deslocamento das ZOIs. Quatro pontos foram selecionados sobre a imagem de uma das câmeras seguindo a geometria da placa. Em seguida, são selecionados os parâmetros de Facet size (Tamanho da ZOI) e grid distance (Distância entre o centro das ZOIs). O grid distance impacta diretamente no refinamento dos resultados, enquanto o Facet size ajusta o tamanho da janela de busca do algoritmo. Três correlações foram realizadas: Facet size = 19 e Grid distance = 13; Facet size = 11 e Grid distance = 7; Facet size = 9 e Grid distance = 5. A relação entre os parâmetros foi selecionada de modo que a razão entre Facet size e Grid distance $\approx 1,5$ por recomendação do manual do software.

A Figura 4 ilustra a seleção da região de interesse da placa ensaiada e demonstra a discretização sobre a imagem produzida pelo software a partir da seleção dos parâmetros de Facet size = 19 e Grid distance = 13. É possível observar na região ampliada que essa discretização promove uma sobreposição da janela de busca de pontos de controle vizinhos.

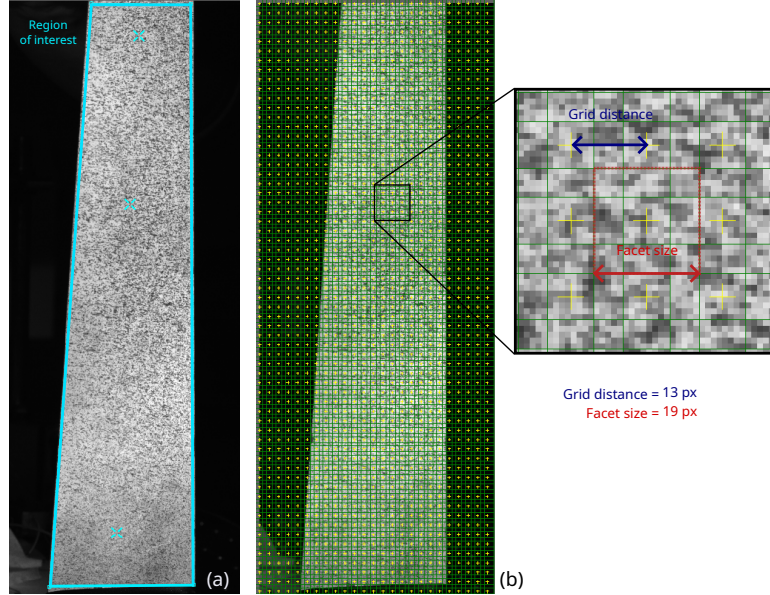


Figura 4. Seleção de parâmetros para realização da estéreo correlação: (a) definição da região de interesse na qual se dará o processo de correlação; (b) definição da distância entre os pontos de controle (Grid distance) e definição da janela de busca (Facet size)

A partir dos campos de deslocamento obtidos via estéreo-CID, pode-se determinar o conjunto experimental que apresenta menor ruído para aplicação de métodos de redução de dimensionalidade para calcular um conjunto de modos dinâmicos e suas respectivas frequências naturais.

2.3 Identificação das frequências naturais e modos de vibrar

As frequências naturais e respectivos modos de vibração da estrutura podem ser identificados a partir dos dados de correlação utilizando a técnica de Decomposição em Modos Dinâmicos (DMD) (Kutz *et al.*, 2017). A fim de aplicar essa técnica aos dados de correlação obtidos para uma série de $n + 1$ fotos, esses são organizados em uma matriz $\mathbf{X}$ cujas colunas são formadas pelos vetores $\mathbf{x}_k$, $k = 1, \dots, n$, i.e.

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 | \dots | \mathbf{x}_n] \quad (1)$$

sendo que a primeira coluna corresponde aos resultados de correlação da primeira imagem em relação a imagem de referência e a n -ésima coluna aos resultados de correlação da última foto. Em cada coluna $\mathbf{x}_k$, os deslocamentos $\mathbf{u}_x$, $\mathbf{u}_y$ e $\mathbf{u}_z$ estão organizados como $\mathbf{x} = \{\mathbf{u}_x^T | \mathbf{u}_y^T | \mathbf{u}_z^T\}^T$.

Os deslocamentos em um instante de tempo $t_{k+1} = t_k + \Delta t$ pode ser relacionado com os deslocamentos do instante t_k como $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k$, sendo $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\Delta t)$ a matriz de transição de estados. De forma matricial, os deslocamentos mensurados nos instantes $k = 2 \dots n$ podem ser relacionados com os medidos nos instantes $k = 1 \dots n - 1$, respectivamente. Assim, de forma matricial, pode-se escrever:

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{A} \mathbf{X}_1 \quad (2)$$

sendo $\mathbf{X}_2 = [\mathbf{x}_2 | \dots | \mathbf{x}_n]$ e $\mathbf{X}_1 = [\mathbf{x}_1 | \dots | \mathbf{x}_{n-1}]$.

O ruído inerente as medições está presente em toda a matriz $\mathbf{X}$. A matriz $\mathbf{X}_1$ pode ser descrita a partir de uma decomposição em valores singulares, i.e. $\mathbf{X}_1 = \mathbf{U}_1 \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{V}_1^T$. Com isso, a matriz $\mathbf{A}$ pode ser aproximada por:

$$\mathbf{A} \approx \mathbf{X}_2 \mathbf{V}_1 \mathbf{\Sigma}_1^{-1} \mathbf{U}_1^T \quad (3)$$

Os autovalores da matriz $\mathbf{A}$ correspondem às frequências do sistema, enquanto os autovetores associados, aos modos de vibrar da estrutura (Kutz *et al.*, 2017).

3. RESULTADOS

3.1 Seleção da discretização

A seleção dos parâmetros de correlação, i.e. tamanho do subconjunto de pixels e distância entre os centros dos subconjuntos, foi realizada a partir da análise da dispersão do campo de deslocamentos obtidos para uma série de imagens registradas antes da perturbação. O desvio padrão para cada subconjunto de pixels foi obtido baseando-se nos resultados de correlação das 320 imagens iniciais. O ruído de correlação foi estimado como o valor médio dos desvios padrão nodais para cada campo de interesse entre as imagens de referência, resultando assim em uma métrica global dos desvios dos campos de deslocamento resultantes da configuração experimental utilizada. A Tabela 1 apresenta os desvios médios obtidos para as componentes de deslocamento para três combinações de parâmetros.

Tabela 1. Medidas dos desvios médios nas três coordenadas do espaço para diferentes tamanhos de subconjunto e distância entre centros medidos em números de pixels

Tamanho do subconjunto	Distância de centros	Desvio em x (μm)	Desvio em y (μm)	Desvio em z (μm)
19	13	0.9	0.9	2.8
11	07	1.4	1.4	4.5
09	05	1.7	1.7	5.6

A análise dos desvios médios permite concluir que, para os maiores parâmetros definidos, o ruído do experimento foi menor, isto é, no período que antecede à aplicação do impulso, a placa apresentou menores deslocamentos em todas as direções. Desse modo, as frequências e modos da estrutura serão obtidos utilizando-se um subconjunto de 19 pixels com uma distância entre centros de 13 pixels.

3.2 Identificação dos campos de deslocamento

Os campos de deslocamentos foram obtidos para todos os instantes de tempo. Os deslocamentos máximos absolutos registrados, em x, y e z, respectivamente, foram de 0.3973, 0.992 e 19.44 mm, os quais apresentam uma incerteza associada ao ruído calculado anteriormente pela média dos desvios padrões, tal que os deslocamentos absolutos máximos serão (0.3973 ± 0.0009) , (0.9924 ± 0.0009) e (19.437 ± 0.003) mm. Afim de ilustrar os resultados obtidos, apresenta-se na Fig. 5 a evolução temporal do campo de deslocamentos em z do ponto 400 (Fig. 5b). A frequência de aquisição (500 Hz) das imagens permitiu obter diversos pontos durante um período, como pode ser visto no detalhe.

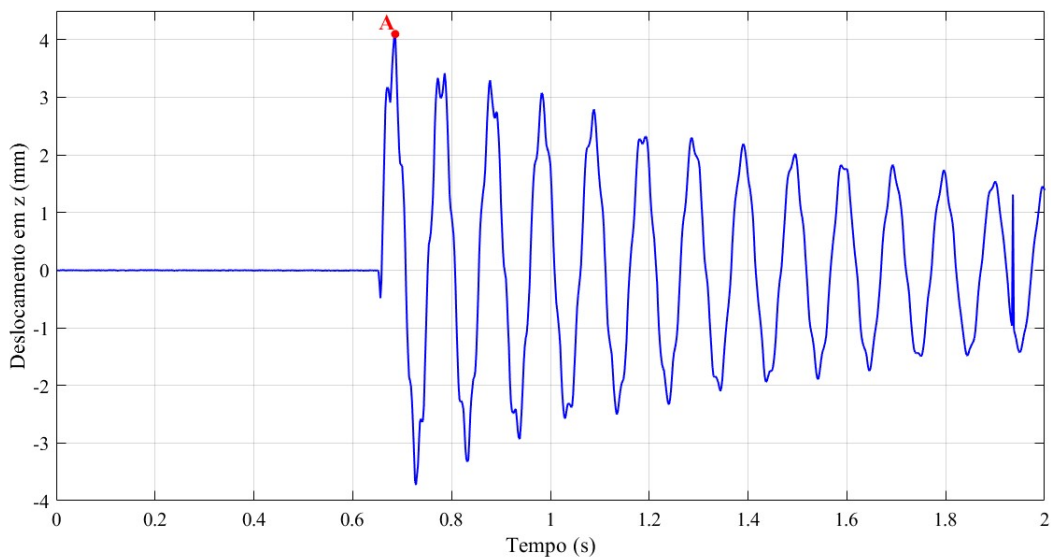


Figura 5. Evolução no tempo do campo de deslocamento em z do ponto 400

O gráfico representa o comportamento esperado da placa quando submetida a um impulso. Nos instantes iniciais, anterior à aplicação do estímulo, o deslocamento em z da placa corresponde ao ruído decorrente das condições experimentais, seguida por oscilações amortecidas após a excitação impulsiva. A Figura 6 representa graficamente a configuração deslocada da placa delgada no instante temporal indicado por A na Fig 5.

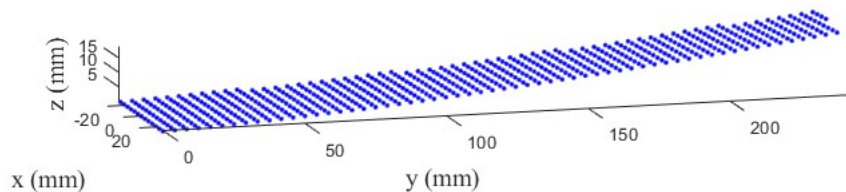


Figura 6. Representação da placa deslocada no instante A

3.3 Determinação dos modos dinâmicos e frequências naturais

A técnica DMD foi aplicada na amostra experimental de subconjunto de 19 pixels e distância de centros de 13 pixels, que apresentou menor ruído. Os deslocamentos medidos nas imagens iniciais, obtidas antes da aplicação do impulso sobre a placa, não foram computadas nessa etapa para que não interferissem na execução da técnica, uma vez que o objetivo é determinar o comportamento dinâmico da placa induzido pelo carregamento. Desse modo, os autovetores da matriz de transição de estados $\mathbf{A}$ fornecem os modos dinâmicos da placa, i.e., o padrão de deslocamento da estrutura ao vibrar em resposta ao estímulo. As frequências naturais das oscilações livres realizadas pela placa, por sua vez, são obtidas através da parte imaginária dos autovalores de $\mathbf{A}$. A Figura 7 ilustra o modo de flexão da placa, aplicado um fator de escala de 10 para auxiliar na visualização. A frequência natural obtida, associada, a esse modo de flexão foi de 9,905 Hz.

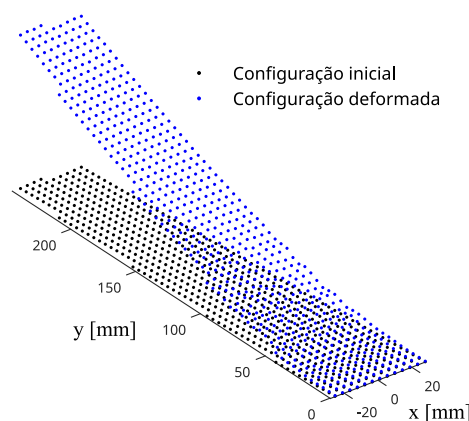


Figura 7. Primeiro modo de flexão da placa

4. CONCLUSÕES

O presente artigo teve como enfoque a identificação de frequências e modo de vibrar de uma placa plana afilada submetida a uma solicitação impulsiva. A resposta da placa em termos do campo de deslocamento foi mensurada utilizando a técnica de estéreo correlação de imagens digitais. A aplicação da técnica de DMD nos resultados de correlação permitiu identificar a frequência de 9.905 Hz para o modo 1 de flexão. Outros modos não foram satisfatoriamente identificados em função do estímulo aplicado sobre a placa e da relação entre sinal e ruído. Na continuidade desse estudo, os autores visam investigar outras formas de aumentar a razão entre sinal e ruído. Além disso, pretende-se avaliar o comportamento da placa aqui analisada sob carregamentos aerodinâmicos em ensaios no túnel de vento, também assistidos pela técnica de estéreo-CID.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), por meio do PIBIC, pelo apoio financeiro à pesquisa. Além disso, são dedicados agradecimentos ao Departamento de Engenharia Aeronáutica, da Escola de Engenharia de São Carlos, pelo fornecimento da infraestrutura necessária para a realização da pesquisa. Ao Proc. FAPESP 21/13652-2 pelo sistema de correlação de imagens de alta velocidade.

6. REFERÊNCIAS

- Charbal, A., Cinoglu, I.S.S., Hild, F., Roux, S. and Vermaak, N., 2020. "Stereocorrelation formalism considering brightness and contrast effects: Application to torsional loadings". *Experimental Mechanics*, Vol. 60, No. 5, p. 727–732.
- de Melo, C.C., Furlan, M., Hild, F., Schmitt, N. and Canto, R.B., 2020. "Uniaxial compression test on ceramic green compact with bending consideration using digital image correlation". *Powder Technology*, Vol. 376, pp. 136–148.
- Hild, F. and Roux, S., 2006. "Digital image correlation: from displacement measurement to identification of elastic properties – a review". *Strain*, Vol. 42, No. 2, p. 69–80.
- Hild, F. and Roux, S., 2012. "Comparison of local and global approaches to digital image correlation". *Experimental Mechanics, Society for Experimental Mechanics (SEM)*, Vol. 52, No. 9, pp. 1503–1519.
- Hild, F., Roux, S., Périé, J.N. and Leclerc, H., 2009. "Integrated digital image correlation for the identification of mechanical properties". *Lecture notes in computer science*, Vol. 5496, p. 161–171.
- Kato, Y. and Watahiki, S., 2023. "Vibration mode identification method for structures using image correlation and compressed sensing". *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 199, p. 110495–110495.
- Kutz, J.N., Brunton, S., Brunton, B. and Proctor, J., 2017. *Dynamic mode decomposition : data-driven modeling of complex systems*. Society For Industrial And Applied Mathematics, Philadelphia.
- Pierré, J.E., Passieux, J.C. and Périé, J.N., 2017. "Finite element stereo digital image correlation: Framework and mechanical regularization". *Experimental Mechanics*, Vol. 57, No. 3, p. 443–456.
- Roux, S. and Hild, F., 2020. "Optimal procedure for the identification of constitutive parameters from experimentally measured displacement fields". *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 184, pp. 14–23.
- Schmid, P., 2011. "Application of the dynamic mode decomposition to experimental data". *Experiments in Fluids*, Vol. 50, pp. 1123–1130. doi:10.1007/S00348-010-0911-3. URL <https://doi.org/10.1007/S00348-010-0911-3>.
- Schmid, P., 2021. "Dynamic mode decomposition and its variants". *Annual Review of Fluid Mechanics*. doi:10.1146/annurev-fluid-030121-015835. URL <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-030121-015835>.
- Schmid, P., Li, L., Juniper, M. and Pust, O., 2011. "Applications of the dynamic mode decomposition". *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 25, pp. 249–259. doi:10.1007/S00162-010-0203-9. URL <https://doi.org/10.1007/S00162-010-0203-9>.
- Siebert, T. and Splithhof, K., 2010. "Vibration analysis using 3d image correlation technique". *EPJ Web of Conferences*, Vol. 6, p. 11004.
- Sutton, M., Orteu, J.J. and Schreier, H., 2009. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements*. Springer, New York.
- Vargas, R., Neggers, J., Rodrigues, J.A. and Canto, R.B., 2016. "Analysis of wedge splitting test on refractory castable via integrated dic". *Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 36, No. 16, p. 4309–4317.
- Vargas, R., Zago, I.P., Sciuti, V.F., Furlan, M., Angélico, R.A., Hild, F. and Canto, R.B., 2024. "Multi-window setup for thermomechanical experiments assisted by dic up to 900°C". *Materials Research*, Vol. 27. ISSN 19805373. doi:10.1590/1980-5373-MR-2024-0072.
- Zago, I.P., Vargas, R., Sciuti, V.F., Canto, R.B. and Angélico, R.A., 2024. "Dic to evaluate a model composite system cracking due to cte mismatch". *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 131, p. 104330. ISSN 01678442. doi:10.1016/j.tafmec.2024.104330. URL <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2024.104330>.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.