

## MODELOS DE INTERAÇÃO BROCA-ROCHA PARA O CONTROLE DE PERFURAÇÃO DE POÇOS DE PETRÓLEO

Henrique Yukyo Matsuda, yukmatsuda@usp.br<sup>1</sup>  
Marcelo Areias Trindade, trindade@sc.usp.br<sup>2</sup>

<sup>1</sup> <sup>2</sup>Laboratório de Dinâmica, Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil

**Resumo.** O processo de perfuração de poços de petróleo profundos é fortemente influenciado por oscilações do tipo stick-slip decorrentes da interação broca-rocha, tornando a modelagem desse fenômeno essencial para o projeto do controle e a análise de seu desempenho. Neste trabalho, são analisados três modelos de interação broca-rocha: o modelo de Karnopp com atrito decrescente (KDF), o modelo de Tucker-Wang (TW) e um novo modelo regularizado de atrito. O novo modelo proposto combina transições suaves com o comportamento stick-slip observado, oferecendo uma alternativa contínua às leis de atrito descontínuas. Seus parâmetros são identificados por meio de uma estratégia híbrida de ajuste de curvas, que combina algoritmos genéticos com otimização por mínimos quadrados não lineares para ajustar dados experimentais de torque versus velocidade angular. Simulações dinâmicas de perfuração demonstram que o modelo proposto reproduz de forma satisfatória os resultados de referência, ao mesmo tempo em que assegura um comportamento mais suave, facilitando a implementação numérica e o projeto de controladores.

**Palavras chave:** Perfuração profunda. Vibrações não lineares. Modelos de atrito seco. Oscilações stick-slip

**Abstract.** Deep oil well drilling process is strongly influenced by stick-slip oscillations arising from bit-rock interaction, making the modeling of this phenomenon vital for control design and performance analysis. In this work, three bit-rock interaction models are analyzed: Karnopp with decaying friction model (KDF), Tucker-Wang model (TW), and a newly proposed regularized friction model. The novel model blends smooth transitions with observed stick-slip behavior, providing a continuous alternative to discontinuous friction laws. Its parameters are identified through a hybrid curve-fitting strategy that combines genetic algorithms with nonlinear least-squares optimization to fit experimental torque-velocity data. Dynamic drilling simulations demonstrate that the proposed model reproduces benchmark stick-slip dynamics satisfactorily while ensuring smoother behavior that eases numerical implementation and control design.

**Keywords:** Deep drilling, Nonlinear vibrations, Dry friction models, Stick-slip oscillations

### 1. INTRODUÇÃO

A perfuração de poços profundos de petróleo envolve interações dinâmicas complexas entre a coluna de perfuração e a formação rochosa. Em profundidades superiores a 3.000 m, o sistema torna-se altamente suscetível a vibrações multiaxiais, com destaque para o fenômeno de stick-slip na interface broca-rocha. Esse comportamento oscilatório pode provocar reversões abruptas de torque, interrupções momentâneas na rotação da broca e danos por fadiga na coluna e na broca (Placido *et al.*, 2002; Ghasemloonia and Rideout, 2015; Tucker and Wang, 2003).

Modelos lineares tradicionais não são capazes de capturar os efeitos não lineares dessa interação, especialmente o acoplamento axial-torcional observado em profundidades elevadas (Ritto *et al.*, 2009). Para lidar com esse desafio, são necessários modelos mais precisos, capazes de representar com fidelidade o atrito seco e suas transições dinâmicas.

Do ponto de vista do controle, estratégias convencionais baseadas em controladores proporcionais-integrais (PI) enfrentam limitações diante da natureza não linear e incerta do sistema. Abordagens avançadas, como SoftTorque e ZTorque, têm demonstrado maior eficácia, mas dependem criticamente da qualidade da modelagem da interação broca-rocha (Cruz Neto and Trindade, 2023). A incerteza nos parâmetros dos modelos de atrito seco, se não quantificada adequadamente, compromete a robustez dessas técnicas (Trindade, 2020).

Apesar de existirem alguns modelos semiempíricos na literatura, poucos estudos realizam uma comparação sistemática de suas respostas sob condições realistas de operação. Este trabalho visa preencher essa lacuna por meio de: (i) implementação e comparação de três modelos representativos de interação broca-rocha (Karnopp, Tucker-Wang e um modelo regularizado proposto), (ii) avaliação de seus impactos na dinâmica torcional da

coluna de perfuração, e (iii) análise de robustez mediante variações paramétricas.

## 2. REVISÃO SOBRE O AJUSTE DE CURVAS

A calibração de modelos não lineares exige técnicas de ajuste de curvas robustas, capazes de lidar com funções objetivo não convexas e multimodais. Nesta seção, são apresentadas duas abordagens amplamente utilizadas para esse fim: algoritmos genéticos e mínimos quadrados não lineares.

### 2.1 Algoritmos genéticos

Inspirados na seleção natural, algoritmos genéticos (GAs) são meta-heurísticas estocásticas baseadas em população, adequadas para otimização global em paisagens não convexas (Holland, 1975). Cada indivíduo  $\theta^{(i)} \in \mathbb{R}^d$  representa uma solução candidata avaliada por uma função de aptidão baseada no erro quadrático residual. As operações de seleção, crossover e mutação promovem evolução da população. GAs não exigem gradientes e são altamente paralelizáveis, mas podem ser ineficientes para refinar ótimos locais, sendo comuns hibridações com técnicas locais.

### 2.2 Mínimos quadrados não lineares

Métodos de mínimos quadrados não lineares (NLSQ) minimizam a soma dos quadrados dos resíduos  $S(\theta) = \sum_i [y_i - f(x_i; \theta)]^2$ , onde a relação modelo-dados é não linear (Seber and Wild, 2003). O método de Gauss-Newton e o algoritmo de Levenberg-Marquardt são comumente empregados. O primeiro assume linearidade local, sendo eficiente com boas estimativas iniciais; o segundo combina descida de gradiente com ajuste dinâmico de passo, conferindo robustez a problemas mal condicionados. Essas técnicas são eficazes para refinar soluções obtidas por heurísticas, sendo amplamente usadas na identificação de sistemas e estimação de parâmetros.

## 3. MODELOS DE SISTEMAS DE PERFURAÇÃO

A dinâmica rotacional do sistema de perfuração é representada por um modelo concentrado com dois graus de liberdade (2-GDL), que descreve os efeitos torcionais dominantes da mesa rotativa (top drive) e da broca. Esses elementos são interligados por rigidez e amortecimento torcionais equivalentes, que sintetizam a dinâmica da coluna de perfuração.

Consideram-se apenas os efeitos torcionais, com amortecimento linear viscoso. O torque na superfície é controlado por um controlador proporcional-integral (PI), enquanto a broca interage com a formação via torque de atrito não linear. As equações de movimento resultantes são:

$$J_t \ddot{\theta}_t(t) + D_{ts} [\dot{\theta}_t(t) - \dot{\theta}_b(t)] + K_{ts} [\theta_t(t) - \theta_b(t)] = T_{\text{drive}}(t) \quad (1)$$

$$J_b \ddot{\theta}_b(t) - D_{ts} [\dot{\theta}_t(t) - \dot{\theta}_b(t)] - K_{ts} [\theta_t(t) - \theta_b(t)] = -T_{\text{bit}}(\dot{\theta}_b(t)) \quad (2)$$

Nessas expressões,  $J_t$  e  $J_b$  são os momentos de inércia equivalentes da mesa de perfuração e da broca ( $\text{kg m}^2$ ),  $K_{ts}$  é a rigidez torcional da coluna ( $\text{N m/rad}$ ), e  $D_{ts}$  representa o amortecimento torcional equivalente ( $\text{N m s/rad}$ ).  $T_{\text{drive}}(t)$  é o torque aplicado na superfície e  $T_{\text{bit}}$  o torque resistivo da broca.

Essas equações diferenciais acopladas são a base da modelagem torcional empregada para simular vibrações, especialmente fenômenos de stick-slip.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros adotados com base na literatura e condições operacionais realistas.

Tabela 1: Parâmetros utilizados no modelo 2-GDL

Parâmetro	Valor
Momento de inércia da mesa $J_t$	972 $\text{kg m}^2$
Momento de inércia da broca $J_b$	866 $\text{kg m}^2$
Rigidez torcional $K_{ts}$	290 $\text{N m/rad}$
Amortecimento torcional $D_{ts}$	55 $\text{N m s/rad}$
Ganho proporcional $K_p$	650 $\text{N m/rad}$
Ganho integral $K_i$	150 $\text{N m/rad/s}$
Velocidade de referência $\omega_{\text{ref}}$	100 RPM

## 4. MODELOS DE INTERAÇÃO BROCA-ROCHA

Nesta seção, são apresentados três modelos de atrito para representar a interação torcional entre a broca e a rocha. Cada modelo captura as características não lineares do torque de atrito com diferentes níveis de fidelidade e suavidade. Os modelos selecionados priorizam simplicidade, interpretabilidade física e eficiência computacional, mantendo a precisão na reprodução de fenômenos validados na literatura.

### 4.1 M1: Modelo clássico de Karnopp com decaimento exponencial

O primeiro modelo, M1, baseia-se na formulação clássica de atrito de Karnopp. Ele incorpora um atrito seco tipo Coulomb, com níveis distintos de atrito estático e dinâmico, usando um decaimento exponencial para interpolar entre eles conforme a velocidade angular relativa aumenta. Esse comportamento, relacionado à primeira parte do efeito Stribeck, é crítico para capturar a dinâmica stick-slip.

$$T_b = \begin{cases} T & , \text{ se } |\omega_b| \leq \delta \text{ e } |T| \leq a_2 WOB \\ a_2 WOB \operatorname{sgn}(T) & , \text{ se } |\omega_b| \leq \delta \text{ e } |T| > a_2 WOB \\ [a_1 + (a_2 - a_1) e^{-\beta|\omega_b|}] WOB \operatorname{sgn}(\omega_b) & , \text{ se } |\omega_b| > \delta \end{cases} \quad (3)$$

Aqui,  $a_1$  e  $a_2$  são os coeficientes equivalentes de atrito estático e dinâmico,  $\beta$  controla a taxa de decaimento e  $\operatorname{sgn}(\omega_b)$  define a direção do torque. Embora esse modelo capture bem a transição stick-slip, o uso de funções por partes pode introduzir dificuldades numéricas nas simulações.

### 4.2 M2: Modelo suave de atrito de Tucker & Wang

O segundo modelo, M2, é uma lei empírica suave originalmente proposta por Tucker and Wang (2003) para a dinâmica da coluna de perfuração:

$$T_b(\omega_b) = b_0 WOB \left[ \tanh(b_1 \omega_b) + \frac{b_2 \omega_b}{1 + b_3 \omega_b^2} \right] \quad (4)$$

Esse modelo é totalmente diferenciável e evita lógica por partes. O termo  $\tanh$  satura em altas velocidades, enquanto o componente racional modela o comportamento em baixas e médias velocidades. Embora não possua um limiar explícito de torque estático ( $T_b(0) = 0$ ), sua suavidade é benéfica para aplicações de controle.

### 4.3 M3: Modelo regularizado proposto

O terceiro modelo, denominado M3, é introduzido neste trabalho como uma formulação híbrida que combina características-chave dos modelos M1 e M2. Embora o modelo clássico de Karnopp (M1) seja eficaz na reprodução do comportamento stick-slip, suas descontinuidades podem causar instabilidades numéricas. Por outro lado, o modelo de Tucker e Wang (M2) oferece uma representação funcional suave, mas carece de correspondência física explícita com os regimes de atrito estático e dinâmico, podendo ter desempenho inferior em cenários com transições bruscas de torque.

Para superar essas limitações, o modelo M3 propõe uma função de torque regularizada que combina um decaimento exponencial—representando a primeira parte do efeito Stribeck—com uma aproximação suave da função sinal. Essa estrutura garante continuidade numérica, tornando-a adequada para simulações dinâmicas e aplicações em controle.

O modelo é definido pela seguinte expressão:

$$T_b = WOB \left[ (c_2 - c_1) e^{-c_3 |\omega_b|} + c_1 \right] \tanh(c_4 \omega_b) \quad (5)$$

Aqui,  $T_b$  representa o torque resistivo (em  $Nm$ ) na broca, e  $\omega_b$  é a velocidade angular (em  $\text{rad/s}$ ). Os parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  correspondem aos níveis de torque dinâmico e estático, respectivamente, enquanto  $c_3$  e  $c_4$  controlam a taxa de decaimento exponencial e a inclinação da transição na aproximação da função sinal.

Essa estrutura alcança várias propriedades desejáveis. Em baixas velocidades angulares, o torque converge para  $c_2 \cdot WOB$ , representando o pico de atrito estático. Quando  $|\omega_b| \rightarrow \infty$ , o torque tende suavemente a um valor correspondente ao atrito cinético. O uso da função  $\tanh$  garante uma transição gradual e contínua em torno da velocidade nula, eliminando descontinuidades e melhorando a robustez numérica.

Do ponto de vista computacional, esse modelo oferece derivadas suaves com relação à velocidade angular, facilitando sua aplicação em análises de sensibilidade baseadas em gradiente, síntese de controle e simulações em tempo real. Além disso, todos os quatro parâmetros têm significado físico intuitivo, facilitando sua identificação e interpretação. Assim, o modelo representa um compromisso entre flexibilidade empírica e plausibilidade física, estendendo as capacidades dos modelos anteriores e mantendo a simplicidade de implementação.

## 5. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MODELOS DE INTERAÇÃO BROCA-ROCHA

Esta seção descreve o procedimento utilizado para identificar os parâmetros dos três modelos de interação broca-rocha analisados: (i) o modelo clássico de Karnopp, (ii) o modelo empírico proposto por Tucker e Wang, e (iii) uma formulação regularizada desenvolvida neste trabalho. O processo de identificação consiste em uma abordagem de otimização em duas etapas, projetada para aumentar a robustez e a precisão do ajuste ao longo de toda a faixa de velocidade angular.

O modelo de Karnopp (Karnopp, 1985) caracteriza o atrito por meio de uma formulação descontínua que distingue entre os regimes estático e cinético. Embora eficaz para capturar o comportamento stick-slip, suas descontinuidades próximas à velocidade zero podem comprometer a convergência numérica. O modelo de Tucker e Wang (Tucker and Wang, 2003) oferece uma formulação empírica totalmente diferenciável, baseada em dados medidos de torque de perfuração, incorporando tanto uma tangente hiperbólica quanto um termo racional para refletir a relação não linear entre velocidade angular e torque resistivo. O modelo regularizado proposto baseia-se na estrutura de Karnopp, introduzindo transições suaves entre o atrito estático e cinético por meio de uma tangente hiperbólica, melhorando assim a estabilidade numérica sem perder a coerência física.

Para calibrar os parâmetros de cada modelo, foi empregada uma estratégia híbrida de otimização. Primeiramente, um Algoritmo Genético (GA) foi utilizado para exploração global do espaço de parâmetros, dada sua eficácia em lidar com problemas não convexos e multimodais em identificação de sistemas (Katoch *et al.*, 2021; Liao *et al.*, 2023). Os limites da população inicial foram baseados na literatura e em ajustes preliminares com o modelo de Karnopp. Em seguida, os melhores candidatos foram refinados utilizando um otimizador local de mínimos quadrados não lineares (NLSQ), como o algoritmo de Levenberg-Marquardt (Rojas-Dueñas *et al.*, 2021), para melhorar a convergência próxima aos mínimos locais.

A função de custo minimizada durante esse procedimento foi a norma euclidiana de um vetor de resíduos, calculado como a diferença ponto a ponto entre a resposta de torque de cada modelo candidato e uma curva de referência para simulação por elementos finitos a partir do modelo de Karnopp com decaimento exponencial (Cruz Neto and Trindade, 2023). Para enfatizar regiões críticas do domínio de velocidade angular, pesos escalares foram aplicados elemento a elemento neste vetor de resíduos antes do cálculo da norma.

Três faixas de velocidade receberam pesos distintos para construção do vetor de resíduos utilizado na função de custo. Esses pesos foram aplicados elemento a elemento com base na velocidade angular  $\omega_b$ , priorizando a fidelidade em regiões dinâmicas-chave. Especificamente:

$$\mu(\omega_b)_i = \begin{cases} 2.0 & , \text{ para } \omega_{b,i} \in [-110, -90] \cup [90, 110] \text{ RPM} \\ 1.2 & , \text{ para } \omega_{b,i} \in [-3, 3] \text{ RPM} \\ 1.1 & , \text{ para } |\omega_{b,i}| > 200 \text{ RPM} \\ 1.0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

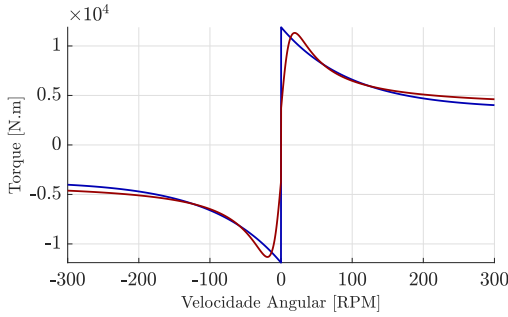
Esses coeficientes de ponderação foram projetados para priorizar a precisão do ajuste em regiões críticas: um peso alto de 2,0 na *região de interesse* (em torno de  $\pm 100$  RPM) para capturar o início do stick-slip, um peso levemente elevado de 1,2 na região de partida ( $-3 \text{ RPM} \leq \omega_b \leq +3 \text{ RPM}$ ) para melhorar a transição a partir do repouso, e 1,1 na região de *saturação* ( $|\omega_b| > 200 \text{ RPM}$ ) para manter a fidelidade em altas velocidades sem sobrecarregá-las. Em todas as outras regiões, foi aplicado um peso neutro de 1,0.

Esse vetor de resíduos ponderado foi então passado ao operador de norma euclidiana, produzindo um valor escalar representando o custo. A função de custo resultante permitiu que o processo de ajuste priorizasse a reprodução precisa da dinâmica não linear do stick-slip enquanto mantinha consistência geral ao longo de todo o espectro de velocidades:

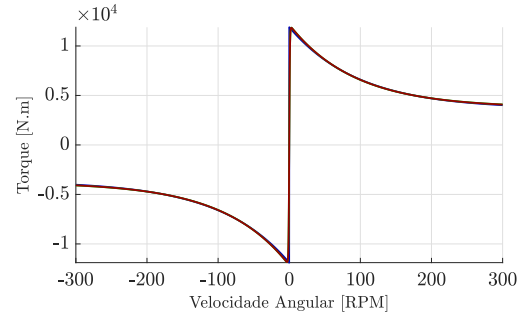
$$J = \left\| \mu(\omega_b)_i \cdot [T_{b,\text{model}}(\omega_b) - T_{b,\text{ref}}(\omega_b)]_i \right\|_2 \quad (7)$$

Aqui,  $T_{b,\text{model}}(\omega_b)$  é o torque previsto pelo modelo candidato,  $T_{b,\text{ref}}(\omega_b)$  é o torque de referência da simulação com elementos finitos do modelo de Karnopp com decaimento exponencial, e  $\mu(\omega_b)$  aplica os pesos locais conforme definidos na Eq. (6).

Os parâmetros finais identificados para cada modelo estão listados na Tabela 2. Em termos de desempenho de ajuste em relação à curva de referência, o modelo de Karnopp apresentou erro quadrático médio (RMSE) igual a 0,00 N·m e coeficiente de determinação  $R^2 = 1,0000$ , servindo como referência absoluta. O modelo Tucker-Wang obteve RMSE de 969,10 N·m e  $R^2 = 0,9785$ , enquanto o modelo proposto apresentou desempenho intermediário com RMSE de 411,27 N·m e  $R^2 = 0,9961$ . Esses resultados confirmam que o modelo regularizado proposto reproduz a resposta do modelo de referência com excelente fidelidade, superando o modelo Tucker-Wang em termos de precisão.



(a) Comparativo Tucker-Wang versus modelo de Karnopp



(b) Comparativo proposto versus modelo de Karnopp

Figura 1: Torque versus velocidade angular: modelos ajustados (vermelho) comparados ao modelo de Karnopp (azul)

Tabela 2: Parâmetros ajustados para cada modelo de interação broca-rocha

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
<b>Modelo de Karnopp</b>			
$a_1$	Coefficiente de atrito cinético	0,026	m
$a_2$	Coefficiente de atrito estático	0,085	m
$\delta$	Limiar de velocidade (zona morta)	0,0001	rad/s
$\beta$	Constante de decaimento da velocidade	0,098	s/rad
<b>Modelo Tucker-Wang</b>			
$b_0$	Escala de torque de atrito	0,026	m
$b_1$	Ganho da tanh (escala de velocidade)	511	s/rad
$b_2$	Numerador do ganho viscoso	2,105	s
$b_3$	Fator de forma do ganho viscoso	0,249	s <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
<b>Modelo Regularizado (Proposto)</b>			
$c_1$	Torque cinético (normalizado)	0,0269	m
$c_2$	Torque estático (normalizado)	0,0869	m
$c_3$	Constante de decaimento	0,105	s/rad
$c_4$	Ganho de transição da tanh	10,00	s/rad

## 6. RESPOSTA DINÂMICA DO SISTEMA DE PERFURAÇÃO

### 6.1 Comparativo entre respostas dinâmicas obtidas com diferentes modelos de interação broca-rocha

A Figura 2 apresenta a resposta do sistema sob parâmetros de atrito nominais, comparando os resultados dos modelos de interação broca-rocha M1 (Karnopp, 1985), M2 (Tucker and Wang, 2003) e do modelo regularizado M3. As Figuras 2a, 2b e 2c mostram a velocidade angular da broca, o torque de interação broca-rocha e o torque de controle da perfuração aplicado na mesa rotativa, respectivamente, em função do tempo. Todos os três modelos capturam claramente o comportamento oscilatório característico de stick-slip do sistema de perfuração.

A amplitude dessas oscilações e sua forma qualitativa são muito semelhantes entre os modelos. Destaca-se que a resposta do modelo regularizado proposto é praticamente indistinguível do resultado de referência do modelo M1: os históricos de velocidade angular e torques do modelo proposto, M3, sobrepõem-se aos do modelo de referência M1, tanto em amplitude quanto em forma transitória. Isso indica que a estratégia de regularização preserva as dinâmicas essenciais do atrito tipo stick-slip representadas no modelo e referência. Os resultados comparativos mostrados na Figura 2 destacam a concordância geral entre os três modelos de atrito na reprodução da dinâmica torcional do sistema de perfuração em condições nominais. Todos os modelos replicam com sucesso o comportamento característico de stick-slip, evidente nas transições cíclicas entre as fases de aderência (velocidade baixa ou nula) e as fases de deslizamento acelerado. Esse alinhamento confirma que a formulação contínua do modelo proposto é capaz de emular os efeitos não lineares intrínsecos ao atrito stick-slip, como transições abruptas e carregamento assimétrico, mesmo sem uma lei de atrito descontínua. O modelo Tucker-Wang, M2, também reproduz o fenômeno stick-slip com diferenças menores nas transições suavizadas.

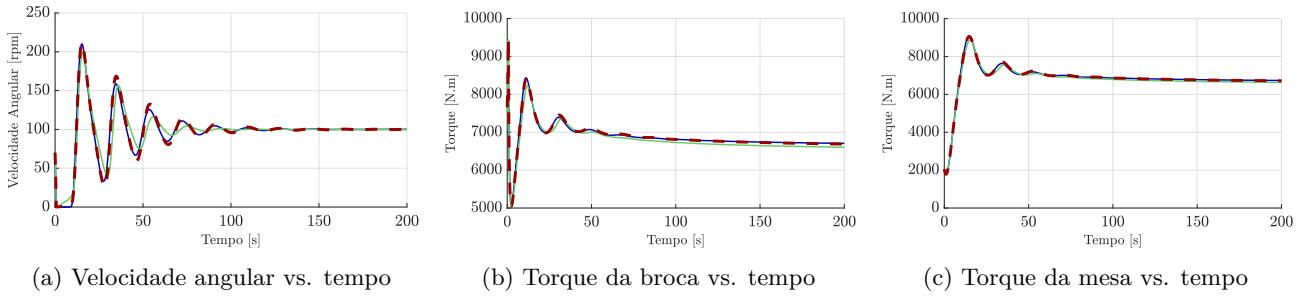


Figura 2: Respostas no domínio do tempo para os modelos de atrito em condições nominais: Karnopp (azul), Tucker-Wang (verde), Modelo Proposto (vermelho)

Em contraste, o modelo Tucker-Wang, embora ainda produza comportamento qualitativamente similar, apresenta desvios mais claros tanto nas respostas transitórias quanto no regime permanente. Em particular, ele não representa bem a fase de stick, pois a velocidade angular da broca se afasta gradualmente de zero. Observa-se transições de torque mais suaves e amplitudes de oscilação ligeiramente distorcidas quando comparadas aos outros dois modelos. Essas diferenças são atribuíveis à natureza intrinsicamente dependente da taxa do modelo Tucker-Wang, que tende a regularizar transições abruptas e suprimir descontinuidades bruscas de velocidade.

De modo geral, os resultados validam o uso do modelo regularizado proposto como uma alternativa prática e computacionalmente mais interessante à formulação de Karnopp, com excelente fidelidade na captura das principais dinâmicas de oscilações torcionais do tipo stick-slip.

## 6.2 Análise paramétrica comparativa

As Figuras 3, 4 e 5 apresentam a resposta dinâmica do sistema de perfuração sob variações do parâmetro de peso sobre a broca (WOB). Para cada modelo (Karnopp, Tucker-Wang e o modelo proposto), as Figuras 3a, 3b e 3c exibem cinco curvas sobrepostas representando níveis de WOB de 50%, 75%, 100%, 125% e 150% do valor nominal. Essa disposição permite uma comparação direta de como os modelos reagem ao aumento ou diminuição das forças de atrito estático na interface broca-rocha.

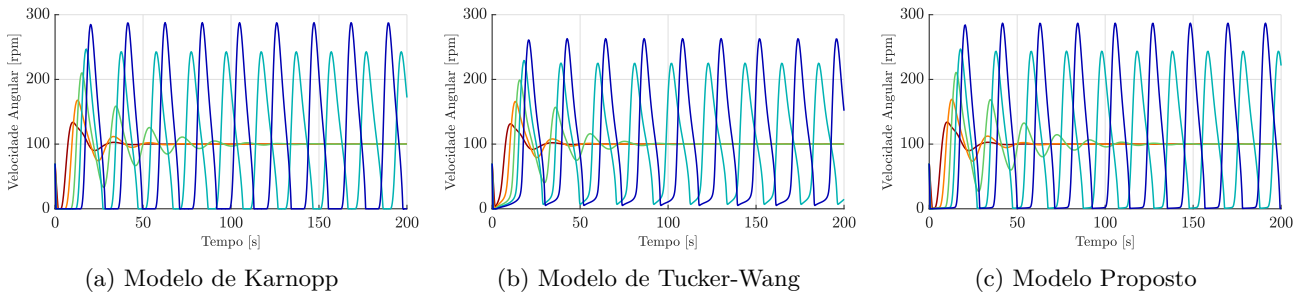


Figura 3: Resposta da velocidade angular da broca para diferentes níveis de WOB.

A Figura 3 mostra que valores mais altos de WOB (em tons de azul) levam a oscilações do tipo stick-slip mais pronunciadas em todos os três modelos. Embora as respostas sejam comparáveis, o modelo Tucker-Wang tem dificuldades em bem representar a fase de stick; sua resposta não se aproxima da velocidade zero e se desvia significativamente do comportamento esperado. O modelo proposto, em contrapartida, demonstra forte concordância com o modelo de referência, mesmo durante os intervalos de stick, e fornece uma excelente aproximação dos patamares de velocidade zero. Destaca-se ainda que o modelo Tucker-Wang exibe uma amplitude de oscilação da velocidade angular menor em todos os níveis de WOB.

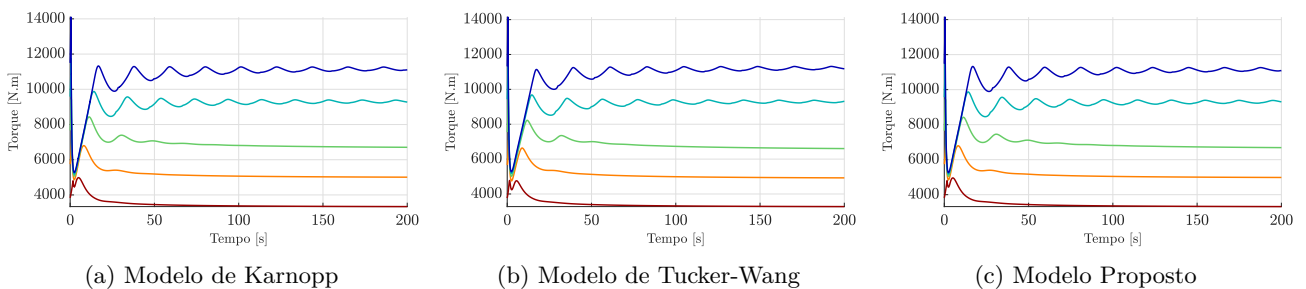


Figura 4: Resposta de torque na broca para diferentes níveis de WOB.

Conforme mostrado na Figura 4, as respostas de torque na broca permanecem visualmente semelhantes entre os três modelos. Os níveis médios de torque são comparáveis, e todos os modelos apresentam maiores amplitudes de oscilação com o aumento do WOB, como esperado. O modelo proposto acompanha de perto o traçado de referência de Karnopp em todo o intervalo. O modelo Tucker-Wang segue a mesma tendência geral, com oscilações de torque com forma e frequência comparáveis e apenas amplitude ligeiramente menor. No geral, os três modelos produzem sinais de torque muito similares, e não se observam diferenças significativas de sensibilidade ao WOB ou de comportamento dinâmico nas condições testadas.

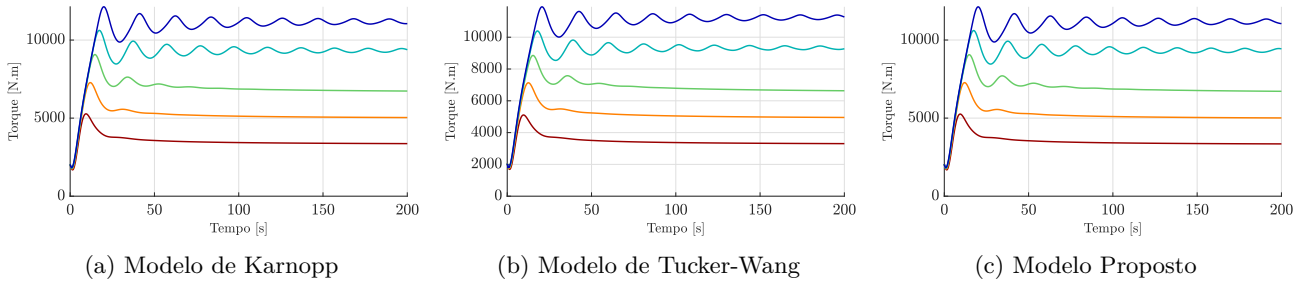


Figura 5: Resposta de torque na mesa de perfuração para diferentes níveis de WOB.

A Figura 5 ilustra tendências semelhantes para o torque na mesa. Os modelos de Karnopp e o proposto produzem curvas de torque praticamente indistinguíveis, tanto em frequência quanto em amplitude das oscilações, para todos os níveis de WOB. O modelo Tucker-Wang novamente apresenta resposta comparável, com oscilações seguindo o mesmo padrão e apenas amplitude ligeiramente inferior. Em todos os casos, as características das oscilações se intensificam com o aumento do WOB, e quaisquer diferenças remanescentes entre os modelos são sutis. Esses resultados confirmam que o modelo proposto se alinha de forma próxima à referência de Karnopp e que todos os modelos capturam consistentemente as dinâmicas essenciais de torque tipo stick-slip.

Para complementar as métricas de acurácia previamente apresentadas, o tempo total de simulação para cada modelo de atrito durante os cenários de variação do WOB foi analisado com as mesmas configurações do algoritmo de integração numérica e do intervalo de tempo. Os resultados evidenciam uma diferença significativa de desempenho computacional: enquanto o modelo de Karnopp exigiu aproximadamente 1950,8 segundos (mais de 30 minutos) para concluir as simulações, os modelos Tucker-Wang e o modelo regularizado proposto apresentaram tempos de 4,0 e 3,8 segundos, respectivamente. Esses resultados demonstram os claros benefícios de eficiência associados aos modelos regularizados, que são particularmente vantajosas para estudos paramétricos e simulações em larga escala.

## 7. CONCLUSÃO

O modelo regularizado proposto para a interação broca-rocha demonstrou elevada capacidade de reprodução das dinâmicas torcionais fundamentais do sistema de perfuração. As simulações apresentaram excelente concordância com o modelo clássico de Karnopp com decaimento exponencial, tanto em termos de velocidade angular da broca quanto dos torques de interação broca-rocha e de controle de perfuração. Essa equivalência foi mantida mesmo sob variações nos parâmetros de atrito, indicando que o modelo regularizado captura com fidelidade o comportamento stick-slip na interação broca-rocha, igualando os resultados do modelo descontínuo e com menor custo computacional, facilitando sua aplicação ao projeto de controle e otimização do sistema.

Em contraponto, o modelo de Tucker-Wang, embora matematicamente suave e inteiramente diferenciável, apresentou desvios sistemáticos em relação às dinâmicas de referência, particularmente quando os coeficientes de atrito foram modificados.

Como extensão deste trabalho, recomenda-se a aplicação de técnicas de quantificação de incertezas para avaliação probabilística do desempenho dos modelos. Métodos como simulação de Monte Carlo ou expansões em polinômios de caos permitirão caracterizar o impacto da variabilidade dos parâmetros de atrito sobre as respostas do sistema, ampliando o entendimento sobre a robustez do modelo em condições reais de operação.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), por meio da bolsa PIBITI e do auxílio à pesquisa nº 304954/2022-5.

## 8. REFERÊNCIAS

Cruz Neto, H.J. and Trindade, M.A., 2023. "Reduction of negative damping effects in the drilling process using

- active control”. *DINAME 2023 - Proceedings of the XIX International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*, pp. 1–9.
- Ghasemlooia, A. and Rideout, D.G., 2015. “A review of drillstring vibration modeling and suppression methods”. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 131, pp. 150–164.
- Holland, J.H., 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press.
- Karnopp, D., 1985. “Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems”. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 107, No. 1, pp. 100–103.
- Katoch, S., Chauhan, S.S. and Kumar, V., 2021. “A review on genetic algorithm: past, present, and future”. *Multimedia Tools and Applications*, Vol. 80, pp. 8091–8126.
- Liao, J., Zhou, F. and Zheng, J., 2023. “An improved parameter identification algorithm for the friction model of electro-hydraulic servo systems”. *Sensors*, Vol. 23, No. 4, p. 2076.
- Placido, R. *et al.*, 2002. “Experiments on stick-slip vibrations in drilling with drag bits”. *Proceedings of the 9th International Congress on Sound and Vibration*, pp. 1–8.
- Ritto, T., Rosales, M. and Sampaio, R., 2009. “Drill-string horizontal dynamics with uncertainty on the frictional force”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 321, No. 3, pp. 608–628.
- Rojas-Dueñas, G., Riba, J.R. and Moreno-Eguilaz, M., 2021. “Nonlinear least squares optimization for parametric identification of dc–dc converters”. *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 36, No. 1, pp. 654–662.
- Seber, G.A.F. and Wild, C.J., 2003. *Nonlinear Regression*. Wiley-Interscience.
- Trindade, M.A., 2020. “Robust evaluation of stability regions of oil-well drilling systems with uncertain bit-rock nonlinear interaction”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 483, p. 115481.
- Tucker, R.W. and Wang, C., 2003. “Torsional vibration control and Cosserat dynamics of a drill-rig assembly”. *Meccanica*, Vol. 38, No. 1, pp. 143–159.

## 9. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.