

Estudo Computacional do Escoamento sobre Geometria Côncava

Maria Fernanda Araujo Santos Rodrigues, maria.rodrigues2@discente.ufg.br¹

Mylena Carvalho Silva, mylena.carvalho@discente.ufg.br²

Andreia Aoyagui Nascimento, aanascimento@ufg.br³

¹Instituto de Física, Universidade Federal de Goiás, Av. Esperança, s/n, Campus Samambaia, Goiânia, Goiás, Brasil, 74690-900,

²Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação, Universidade Federal de Goiás, Alameda Ingá, Goiânia, Goiás, Brasil 74690900,

³Centro de excelência em hidrogênio e tecnologias energéticas sustentáveis cehtes, Bloco C - Q. 86 - Setor Leste Universitário, Goiânia, Goiás, Brasil, 74610-240.

Resumo. Este trabalho apresenta uma análise numérica do escoamento bidimensional ao redor de um cilindro semicircular côncavo aberto, utilizando a metodologia IMERSPEC2D, que combina o método Pseudoespectral de Fourier com o método da Fronteira Imersa. O domínio computacional com comprimento e altura adimensionais ($L_x = 1,5$, $L_y = 0,56$) e os parâmetros do escoamento ($Re = 40$, $D = 0,08$ m) seguem referências experimentais, com malha de 512×256 . A metodologia permitiu capturar o comportamento transiente do escoamento, evidenciando a formação periódica de vórtices na esteira e a influência da concavidade na distribuição de forças sobre o corpo. A simulação demonstrou que a concavidade altera o padrão de desprendimento de vórtices, gerando flutuações assimétricas no coeficiente de sustentação. Os resultados validam a eficácia da metodologia IMERSPEC2D na simulação de escoamentos envolvendo geometrias complexas, com boa estabilidade numérica e resolução espacial eficiente. Essa abordagem mostra-se promissora para estudos de interação fluido-estrutura, contribuindo para o projeto de dispositivos aerodinâmicos com formas não convencionais.

Palavras chave: método pseudoespectral de Fourier, método da fronteira imersa, dinâmica dos fluidos computacional, geometria côncava.

Abstract. This work presents a numerical analysis of two-dimensional flow around an open concave semicircular cylinder, using the IMERSPEC2D methodology, which combines the Fourier Pseudospectral Method with the Immersed Boundary Method. The computational domain, with dimensionless length and height ($L_x = 1.5$, $L_y = 0.56$), and the flow parameters ($Re = 40$, $D = 0.08$ m), follow experimental references, using a 512×256 grid. The methodology allowed for capturing the transient behavior of the flow, highlighting the periodic formation of vortices in the wake and the influence of concavity on the force distribution over the body. The simulation showed that the concavity alters the vortex shedding pattern, generating asymmetric fluctuations in the lift coefficient. The results validate the effectiveness of the IMERSPEC2D methodology in simulating flows involving complex geometries, with good numerical stability and efficient spatial resolution. This approach proves promising for fluid-structure interaction studies, contributing to the design of aerodynamic devices with unconventional shapes.

Keywords: fourier pseudospectral method, immersed boundary method, computational fluid dynamics, concave geometry.

1. INTRODUÇÃO

O estudo de escoamentos em geometrias complexas e sua interação com estruturas tem recebido atenção crescente nas últimas décadas, motivado por sua importância crucial para a indústria. A compreensão detalhada da dinâmica dos fluidos é fundamental para a otimização de design de equipamentos, o aumento da eficiência energética, a garantia da segurança operacional e o desenvolvimento de novas tecnologias em setores como o automotivo, químico, aeroespacial e, notadamente, o energético. Na indústria de energia eólica, por exemplo, a análise aprofundada do escoamento sobre perfis aerodinâmicos complexos, incluindo configurações semicirculares abertas, é essencial para aprimorar o design de pás de turbinas, visando maximizar a captura de energia do vento, reduzir o arrasto parasita e minimizar cargas estruturais induzidas pelo escoamento.

A investigação experimental tem desempenhado um papel fundamental na validação de modelos teóricos e numéricos de escoamentos complexos. Um conjunto de trabalhos experimentais que se tornaram referências na área foram o Coutanceau and Bouard (1977) e Bouard and Coutanceau (1980). Destacam-se os estudos sobre o desenvolvimento inicial da esteira atrás de um cilindro circular com partida impulsiva, realizado por Bouard and Coutanceau (1980), que analisou o fenômeno para números de Reynolds (Re) na faixa de 40 a 10^4 utilizando visualização de escoamento. Complementar-

mente, o trabalho de Coutanceau and Bouard (1977) investigou as características principais do escoamento permanente na esteira de um cilindro circular em translação uniforme para $5 < Re < 40$, fornecendo dados detalhados sobre a zona de recirculação. Estes estudos pioneiros foram essenciais para a compreensão da física dos escoamentos em torno de cilindros e estabeleceram um banco de dados experimental robusto para validação de métodos numéricos.

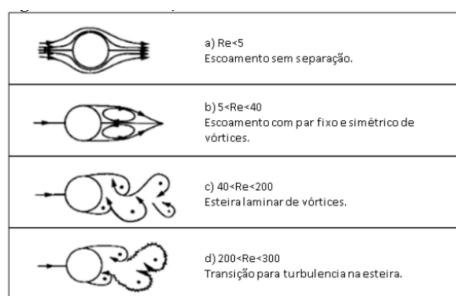
No trabalho de Boisaubert *et al.* (1996) os autores analisaram o desenvolvimento dos vórtices em torno de cilindros de seção semicircular em configurações côncavas fechadas. Os dados experimentais, incluindo dimensões geométricas e os resultados para números de Reynolds variando de 40 a 600 em estágios temporais iniciais, constituem uma base sólida para validações numéricas e exploração de fenômenos de interação fluido-estrutura em geometrias não-clássicas. Adicionalmente, o estudo de Coutanceau *et al.* (2000) complementa essa análise ao investigar experimentalmente o desenvolvimento de esteiras e suas transições para Reynolds similares em configurações côncavas abertas, enriquecendo o entendimento sobre a evolução bidimensional das instabilidades na esteira próxima de cilindros semicirculares.

Baseado no trabalho inicial de Mariano (2011), o presente trabalho aplicou a metodologia IMERSPEC2D na modelagem da queda de corpos rígidos. Nascimento (2016), também empregou a mesma metodologia para modelar a movimentação de corpos rígidos com acoplamento bidirecional (2-way), evidenciando o potencial dessa abordagem para problemas de interação fluido-estrutura.

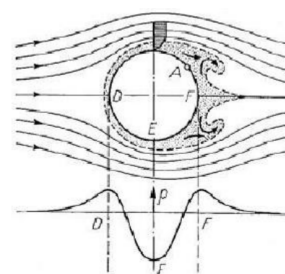
Diante da relevância deste tema, o presente trabalho propõe-se a explorar a aplicação de uma metodologia baseada no acoplamento do método pseudoespectral de Fourier (MPEF), Briggs and Henson (1987), com a método da Fronteira Imersa (MFI) para a análise numérica de escoamentos em torno de distintas configurações geométricas complexas.

2. METODOLOGIA

A Figura 1, (a) apresenta uma classificação dos padrões de escoamento ao redor de cilindros com superfície lisa, com base nos diferentes intervalos do número de Reynolds (Re) apresentada por Sumer and Fredsoe (2006). Para valores de $Re < 5$, o escoamento se mantém aderido à superfície do cilindro, sem separação ou surgimento de instabilidades. Quando o número de Reynolds está entre 5 e 40, formam-se dois vórtices estacionários e simétricos atrás do cilindro, resultantes do gradiente de pressão desfavorável na região posterior. À medida que Re aumenta e se encontra na faixa de 40 a 200, ocorre o desprendimento periódico dos vórtices, configurando uma esteira de von Kármán ainda laminar e bidimensional. Já entre $Re = 200$ e 300, observa-se o início do processo de transição para um escoamento turbulento na esteira. Acima desse limite de $Re > 300$, o padrão de escoamento se torna predominantemente turbulento.



(a)



(b)

Figura 1. (a) Categorias de escoamento ao redor de um cilindro (SUMER e FREDSOE, 2006) e (b) Escoamento com desprendimento de vórtices na esteira de um cilindro (SCHLICHTING, 1979).

Ressalta-se que esse comportamento é típico de cilindros lisos submetidos a escoamentos com baixa perturbação. A presença de rugosidade na superfície do cilindro pode antecipar os processos de transição, modificando os limites de estabilidade do escoamento. Além disso, níveis elevados de turbulência no escoamento incidente influenciam diretamente a camada limite, introduzindo variações imprevisíveis na estrutura da esteira.

A Figura 1 (b), complementa essa análise ao ilustrar o escoamento ao redor de um cilindro com destaque para a separação da camada limite, a formação de vórtices e a variação da pressão ao longo da superfície apresentado por Schlichting (1979). Observa-se que o escoamento é acelerado de D para E , com conseqüente queda de pressão, e desacelerado de E para F , onde ocorre aumento da pressão. Esse comportamento é coerente com a teoria da camada limite, conforme discutido por Schlichting (1979), em que há uma transformação contínua entre energia de pressão e energia cinética ao longo do contorno do corpo. A separação do escoamento na região posterior do cilindro resulta na formação de regiões de recirculação e instabilidades que alimentam a geração dos vórtices na esteira.

O modelo matemático empregado para a simulação do escoamento ao redor da geometria semicircular aberta baseia-se nas equações que regem o escoamento bidimensional de fluidos newtonianos incompressíveis transientes com propriedades constantes, compostas pela equação da conservação da massa (Eq. 1) e pelas equações de Navier-Stokes (Eqs. 2 e 3):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_x = \rho \frac{du}{dt} \quad (2)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f_y = \rho \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

Nessas equações, u e v representam os campos de velocidade do fluido nas direções x e y , respectivamente. A variável p refere-se ao campo de pressão, enquanto ρ representa a massa específica do fluido, e μ a viscosidade dinâmica. As variáveis g_x e g_y indicam as componentes da aceleração gravitacional. f_x e f_y representam os termos fonte aplicados ao escoamento, particularmente aqueles associados à presença da fronteira imersa.

Aplicando essa transformação às equações de conservação e de quantidade de movimento, obtêm-se as seguintes equações no espaço de Fourier, cujas derivações completas podem ser encontradas nos trabalhos de Mariano (2011) e Nascimento (2016):

$$ik_j \hat{u}_j = 0 \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right) \hat{u}_i(\vec{k}, t) = \mathcal{P}_{im} \left[\hat{f}_m(\vec{k}, t) - ik_j \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \hat{u}_m(\vec{r}, t) \hat{u}_j(\vec{k} - \vec{r}, t) d\vec{r} \right] \quad (5)$$

Nessas equações, $\hat{u}_i$ é a componente transformada da velocidade no espaço de Fourier, $\vec{k}$ representa o vetor número de onda, $\hat{f}_m$ é o termo de fonte transformado, e $\mathcal{P}_{im}$ é o tensor de projeção que assegura a conservação da massa das variáveis no domínio espectral.

No presente trabalho, foi utilizado o método IMERSPEC2D para a geometria côncava.

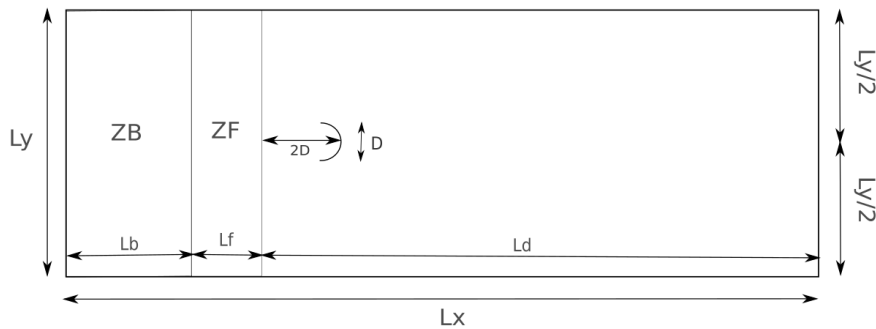


Figura 2. Representação esquemática do domínio computacional utilizado nas simulações.

A Figura 2 apresenta o domínio computacional utilizado nas simulações numéricas, com dimensões $L_x \times L_y = 1,5 \times 0,56$. O diâmetro característico da geometria é $D = 0,08$, sendo utilizado como referência para o posicionamento das diferentes zonas do domínio.

O domínio está dividido em três regiões principais: a zona de buffer (ZB), a zona de fronteira (ZF) e a região de desenvolvimento do escoamento. A zona de buffer, com comprimento $L_b = 3D$, é posicionada a montante da geometria e tem a função de estabilizar o escoamento que entra no domínio, minimizando a influência de condições artificiais de entrada e promovendo o desenvolvimento de um perfil de velocidade mais realista. Já a zona de fronteira, com extensão $L_f = 2D$, compreende a região imediatamente anterior à posição da geometria imersa e é responsável por acomodar gradualmente os efeitos do corpo no escoamento, reduzindo possíveis descontinuidades ou perturbações abruptas.

A geometria côncava de interesse está posicionada de forma que seu centro, na direção x , encontra-se a uma distância de $2D$ do final da zona de fronteira, e seu centro, na direção y , está situado em $L_y/2$. A jusante da geometria localiza-se a região de desenvolvimento do escoamento, com comprimento L_d , de modo que $L_x = L_b + L_f + L_d$.

O domínio computacional foi definido conforme os parâmetros apresentados na Tabela 1:

Tabela 1. Parâmetros gerais da simulação

Símbolo	Descrição	Valor
D	Diâmetro da geometria	0,08m
M	Resolução da malha no domínio computacional	512×256
Re	Número de Reynolds	$\frac{U_{\infty} \cdot D}{\nu} = 40$
CFL	Número de Courant-Friedrichs-Lewy	0,1
t_f	Tempo final físico da simulação	0,8
ρ	Massa específica do fluido	1000 kg/m ³
L_x	Comprimento adimensional do domínio	1,5
L_y	Altura adimensional do domínio	0,56
t^*	Tempo adimensional	$\frac{t U_{\infty}}{D} = 10$
U_{∞}	Velocidade de referência	1,0

Para investigar com maior precisão o comportamento do escoamento ao redor de geometrias complexas, pode-se utilizar o Método da Fronteira Imersa (MFI). Esse método é especialmente útil em problemas de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), pois permite simular corpos imersos em um fluido sem a necessidade de gerar malhas corporativas que se adaptem exatamente ao contorno do objeto. Em vez disso, a geometria do corpo é inserida em uma malha cartesiana fixa, e as condições de contorno na superfície do corpo são aplicadas por meio de funções de força que atuam sobre o campo de velocidade do fluido.

O MFI adota uma abordagem mista Euleriano-Lagrangiana, o domínio fluido é descrito em uma grade euleriana, ou seja, formulada em um referencial espacial fixo, no qual as variáveis de campo são determinadas em pontos fixos do domínio. Já o contorno do corpo imerso é representado por uma malha lagrangiana, a qual se desloca de forma independente e define os pontos específicos nos quais as condições físicas do problema devem ser impostas.

A utilização do MFI possibilita a análise de escoamentos com geometrias não convencionais, preservando a estabilidade numérica e a eficiência computacional, especialmente em regimes de baixos e médios números de Reynolds.

$$D_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) = \frac{1}{h} W_c(r_x) W_c(r_y) \quad (6)$$

onde a função peso cúbica W_c é definida como Nascimento (2016):

$$W_c(r) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}|r| - |r|^2 + \frac{1}{2}|r|^3, & 0 \leq |r| \leq 1 \\ \frac{1}{6}(2 - |r|)^3, & 1 \leq |r| \leq 2 \\ 0, & |r| > 2 \end{cases} \quad (7)$$

A integração no tempo das equações diferenciais ordinárias resultantes do método pseudoespectral é realizada utilizando o esquema de Runge-Kutta de quarta ordem com seis estágios Mariano (2011); Nascimento (2016). O passo de tempo Δt é determinado com base na condição de estabilidade de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), dada por:

$$\Delta t = \text{CFL} \cdot \min \left[\min \left(\frac{\Delta x}{\max |u|}, \frac{\Delta y}{\max |v|} \right), \frac{2\nu}{\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)} \right] \quad (8)$$

Por fim, a análise dos resultados é realizada por meio de coeficientes adimensionais clássicos: o coeficiente de sustentação C_l , o coeficiente de arrasto C_d , e o número de Strouhal St . Os dois primeiros são calculados a partir das forças resultantes nas direções y e x , respectivamente:

$$C_l = \frac{2F_{cy}}{\rho D U_{\infty}^2} \quad (9)$$

$$C_d = \frac{2F_{cx}}{\rho D U_{\infty}^2} \quad (10)$$

O número de Strouhal, por sua vez, é definido como:

$$St = \frac{f_r D}{U_\infty} \quad (11)$$

Os coeficientes adimensionais C_l , C_d e St são amplamente utilizados na análise de escoamentos ao redor de corpos imersos, pois permitem caracterizar o comportamento dinâmico do sistema independentemente da escala do problema.

O coeficiente de sustentação C_l representa a força que atua na direção transversal ao escoamento livre, ou seja, perpendicular à velocidade do fluido. Essa força está relacionada ao efeito de pressão e ao movimento do fluido ao redor do corpo, sendo particularmente importante em aplicações onde há oscilação ou movimento transversal.

O coeficiente de arrasto C_d , por outro lado, quantifica a resistência do fluido ao movimento do corpo na direção do escoamento principal. Essa resistência resulta da combinação dos efeitos de pressão e viscosidade, sendo um dos principais parâmetros para avaliar o desempenho aerodinâmico ou hidrodinâmico de estruturas submersas.

Já o número de Strouhal St relaciona a frequência de desprendimento de vórtices na esteira do corpo com o comprimento característico e a velocidade do escoamento livre. Ele é fundamental para descrever fenômenos oscilatórios e a formação periódica de vórtices, como ocorre na esteira de von Kármán atrás de cilindros, indicando a natureza não estacionária do escoamento.

3. RESULTADOS

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos com a metodologia de Boisaubert *et al.* (1996).

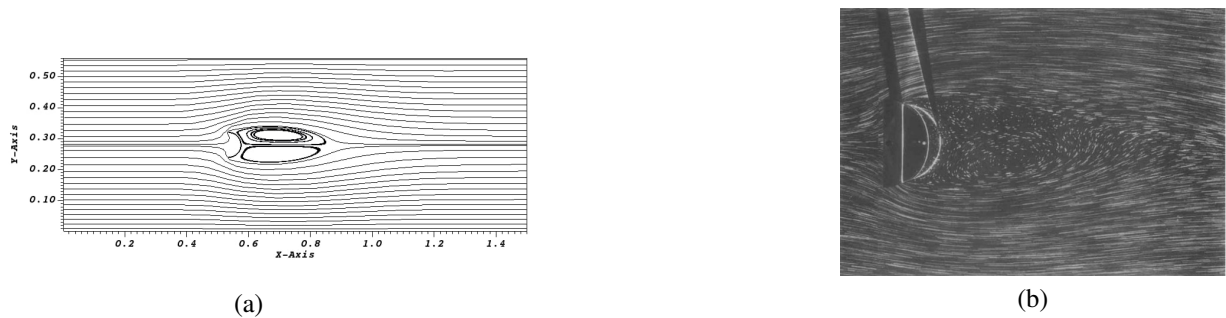
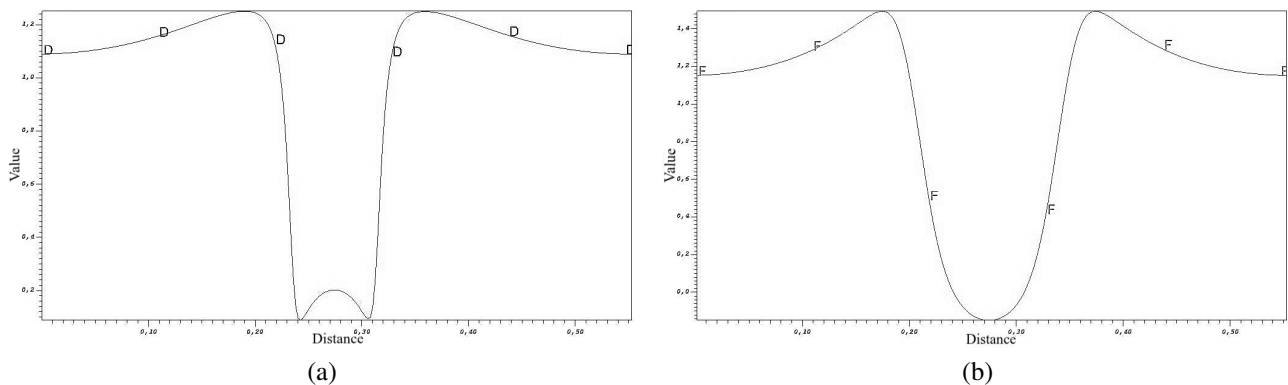


Figura 3. Comparação entre os campos de vorticidade em $t^* = 9$, (a) Próprio autor e (b) Boisaubert *et al.* (1996)

A Figura 3 ilustra o escoamento obtido pela metodologia IMERSPEC (a) e a metodologia experimental (b). Observa-se que, embora ambos apresentem zona de recirculação bem definida.

As linhas de corrente evidenciam a estrutura do escoamento, com escoamento externo contornando a geometria e linhas fechadas preenchendo a cavidade, indicando a recirculação. A ausência de destacamento periódico de vórtices confirma o caráter estacionário do escoamento no regime laminar.

Os coeficientes adimensionais associados à força, o coeficiente de arrasto (C_d) e o de sustentação (C_l), atingem valores constantes após um breve transiente inicial. O número de Strouhal (St), indicador da frequência de oscilações periódicas, é nulo, corroborando a ausência de instabilidades ou desprendimentos alternados de vórtices.



Na Figura 4, (a), observa-se um perfil de velocidade simétrico e suavemente senoidal, característico de escoamentos laminares plenamente desenvolvidos. Não há indícios de perturbações ou zonas de recirculação, o que evidencia o estabelecimento de um regime estável logo após a entrada do escoamento. Nota-se em (b) a formação de uma leve depressão no centro do perfil, indicando o início da influência da geometria na organização do escoamento. Em (c), intensifica esse

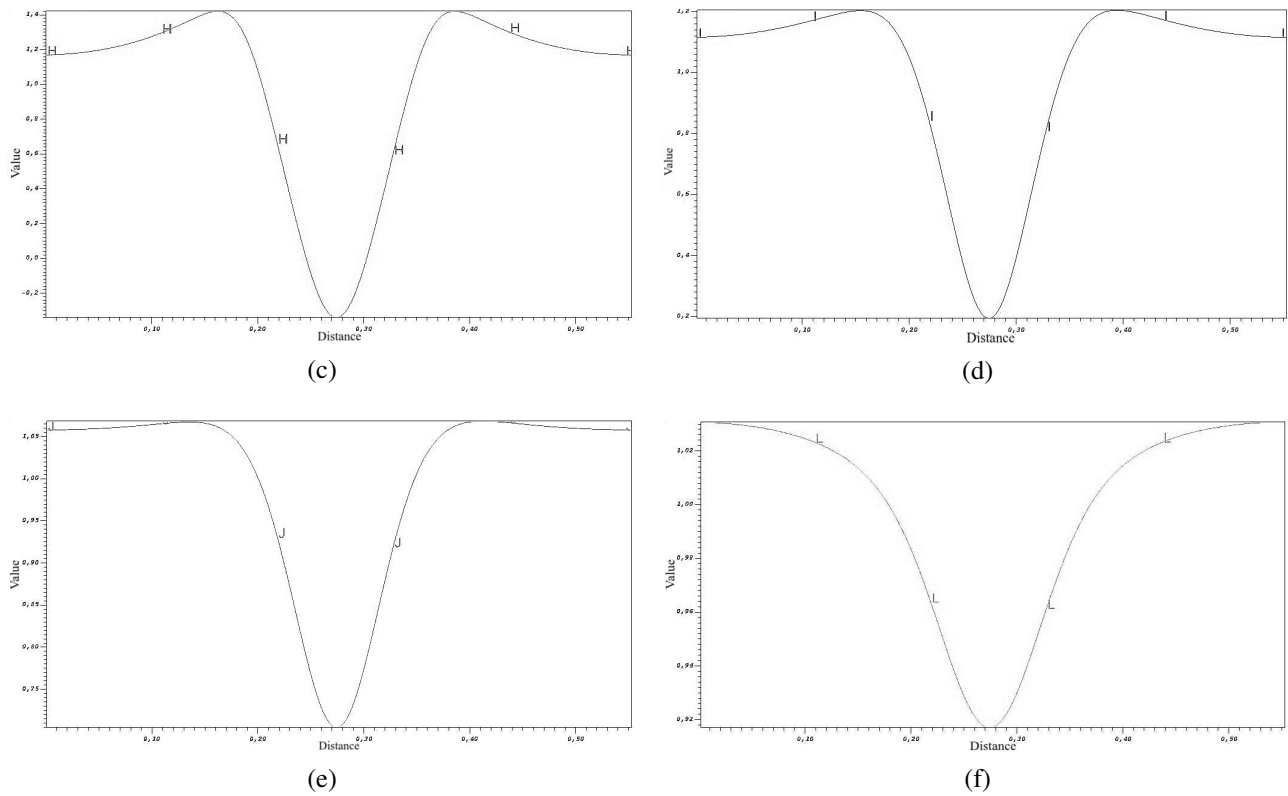
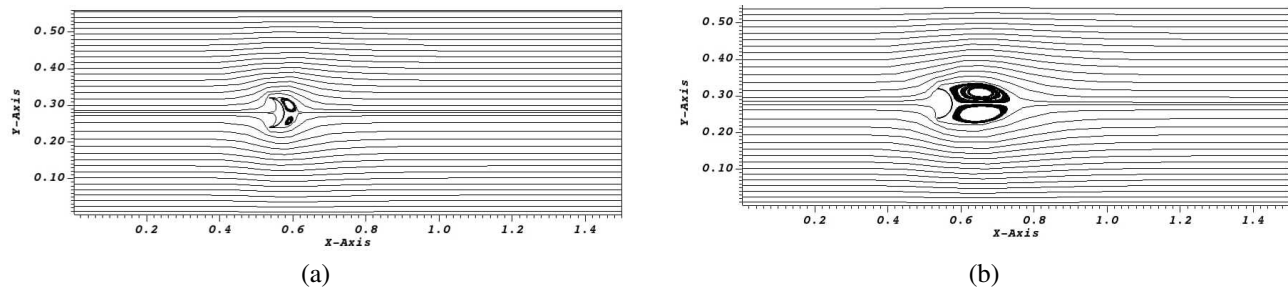


Figura 4. Perfis de velocidade para $Re = 40$, $ly = 0.56$, $V = 50$. As seções apresentadas correspondem a: (a) $lx = 0,525$, (b) $lx = 0,600$, (c) $lx = 0,700$, (d) $lx = 0,800$, (e) $lx = 0,900$ e (f) $lx = 1,000$.

comportamento, revelando uma depressão mais acentuada na região central, sugerindo o desenvolvimento de zonas de recirculação ou de separação do fluxo.

Esse efeito persiste nas seções mais à jusante. Em (d) o vale central continua presente, porém começa a indicar sinais de reorganização do escoamento, com leve elevação na velocidade próxima ao centro. Finalmente, em (e) mostra um perfil mais regular e simétrico, com a atenuação da depressão central, indicando que o escoamento recupera gradativamente sua uniformidade após atravessar a região perturbada pela geometria.

Esses resultados permitem concluir que, mesmo sob condições de um baixo Reynolds $Re = 40$ e ausência de turbulência, a geometria influencia significativamente o campo de velocidades, com impacto observável ao longo da direção do escoamento. A análise dos perfis ao longo de diferentes seções evidencia a formação e posterior dissipação da esteira, bem como o comportamento típico de um escoamento laminar em fase de reorganização.



Na Figura 5 está a evolução do campo de vorticidade em distintos instantes de tempo adimensional para o número de Reynolds $Re = 40$, com o intuito de caracterizar o comportamento transiente do escoamento ao redor da cavidade semicircular.

No instante inicial $t^* = 1$, 5(a), observa-se o início do processo de formação da região de recirculação no interior da cavidade, com o surgimento de estruturas vórtices incipientes próximas à parede posterior da geometria. O escoamento externo apresenta, até então, um perfil simétrico e suavemente contornado ao redor do obstáculo.

Para $t^* = 4$, a recirculação já se encontra bem estabelecida, com a formação de um vórtice coeso e estável no interior da cavidade. As linhas de corrente assumem configuração fechada e organizada, característica de um regime laminar com

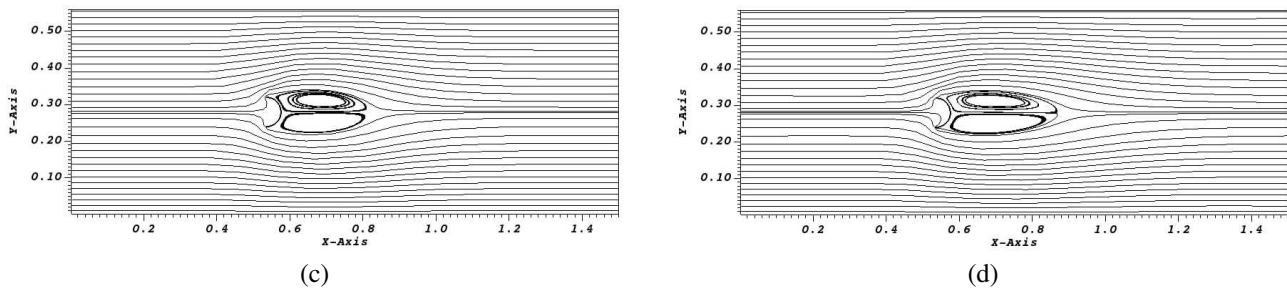


Figura 5. Evolução temporal do campo de vorticidade para $Re = 40$, sendo (a) $t^* = 1$, (b) $t^* = 4$, (c) $t^* = 7$ e (d) $t^* = 10$.

comportamento quase-estacionário.

A partir do tempo adimensional $t^* = 7$, verifica-se que o escoamento atinge um estado próximo ao permanente, mantendo a morfologia e a posição do vórtice principal. Não se observam indícios de desprendimentos periódicos ou instabilidades associadas à transição para regime turbulento.

Finalmente, em $t^* = 10$, o campo de vorticidade permanece praticamente inalterado em relação ao instante anterior, indicando que o escoamento atingiu efetivamente o regime estacionário. A ausência de variações temporais relevantes reforça a estabilidade do escoamento laminar para a condição de $Re = 40$.

4. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos com a metodologia numérica IMERSPEC2D demonstraram que, para mínimos números de Reynolds, o escoamento em torno da geometria simulada mantém-se laminar, estável e simétrico. As estruturas de vórtices formadas permanecem organizadas, sem sinais de instabilidade ou transição para turbulência, o que corrobora as observações de Boisaubert et al. (1996) sobre o comportamento de escoamentos em baixas velocidades.

Dessa forma, confirma-se a eficácia do IMERSPEC2D na reprodução precisa de regimes laminares, reforçando seu potencial como ferramenta para a investigação numérica de escoamentos com fronteiras complexas. Os resultados apresentados atendem ao objetivo principal deste estudo, ao validarem a aplicação do método na simulação de geometrias não convencionais e no exame do comportamento hidrodinâmico associado a baixos números de Reynolds.

5. AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Programa de Iniciação à Pesquisa da Universidade Federal de Goiás (PIP/UFG), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG) e à Centrais Elétricas Brasileiras S.A. (Eletrobras) pelo apoio essencial ao desenvolvimento deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS

- Boisaubert, N., Coutanceau, M. and Ehrmann, P., 1996. "Comparative early development of wake vortices behind a short semicircular-section cylinder in two opposite arrangements". *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, Vol. 15, No. 5, pp. 681–706.
- Bouard, R.B. and Coutanceau, M., 1980. "The early stage of development of the wake behind an impulsively started cylinder for $40 < Re < 10^4$ ". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 101, No. 3, pp. 583–607.
- Briggs, W.L. and Henson, V.E., 1987. *The DFT: An Owner's Manual for the Discrete Fourier Transform*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia. ISBN 978-0898713428.
- Coutanceau, M. and Bouard, R., 1977. "Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation. part 1. steady flow". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 79, No. 4, pp. 771–787.
- Coutanceau, M., Migeon, C. and Ehrmann, P., 2000. "Particulars of the cross- and spanwise near-wake development of a short semicircular-section shell, through the transition re-range ($60 < re < 600$)". *Journal of Visualization*, Vol. 3, No. 1, pp. 9–26.
- Mariano, F., 2011. *Soluções Numéricas de Navier-Stokes Utilizando uma Hibridação das Metodologias Fronteira Imersa e Pseudospectral de Fourier*. Ph.D. thesis, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Uberlândia, MG, Brazil.
- Nascimento, A.A., 2016. *Métodos Pseudoespectral De Fourier e Fronteira Imersa Aplicados a Escoamentos Simplificados De Engenharia De Perfuração*. Ph.D. thesis, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Universidade Federal de

Uberlândia (UFU), Uberlândia, MG, Brazil.

Schlichting, H., 1979. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, New York, 7th edition.

Sumer, B.M. and Fredsoe, J., 2006. *Hydrodynamics Around Cylindrical Structures*, Vol. 26 of *Advanced Series on Ocean Engineering*. World Scientific.