

## CARACTERIZAÇÃO DE MOLAS ORTOPLANARES DE RESSONADORES PARA APLICAÇÃO EM METAESTRUTURAS

Ronaldo Vinicius Muzetti dos Santos, ronaldo.muzetti@unesp.br<sup>1</sup>

Atila De Carvalho Almeida, atila.almeida@unesp.br<sup>1</sup>

Paulo José Paupitz Gonçalves, paulo.paupitz@unesp.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube 14-01 - Vargem Limpa Bauru

**Resumo.** O projeto de estruturas periódicas oferece uma solução passiva para controlar vibrações em uma ampla gama de aplicações de engenharia. Essas estruturas são caracterizadas pela disposição de elementos repetidos conhecidos como células. Em termos da teoria linear, existem dois mecanismos de controle de vibração. O primeiro é o fenômeno de espalhamento de Bragg, no qual as ondas interferem destrutivamente, que ocorre quando um comprimento de onda tem tamanho semelhante ao das células estruturais. As faixas de frequência onde isso ocorre são conhecidas como bandgaps (bandas proibidas). O segundo mecanismo explora o efeito de ressonadores acoplados (neutralizadores), o que pode resultar em bandgaps em frequências muito mais baixas. Neutralizadores de vibrações servem como ferramentas importantes para gerenciar vibrações em uma estrutura hospedeira, originadas de fontes externas. Tipicamente compostos por três elementos-chave, uma mola, uma massa e um amortecedor. Esses dispositivos são projetados para mitigar vibrações e são frequentemente ajustados finamente para contrabalançar a frequência das forças harmônicas externas. Um dos desafios do projeto de neutralizadores está relacionado ao elemento de rigidez e é neste contexto que se enquadram as molas ortoplanares. Estes são dispositivos de engenharia projetados para proporcionar flexibilidade em uma direção específica enquanto mantêm rigidez em outras direções ortogonais. Essas molas são amplamente utilizadas em aplicações onde é necessário um movimento linear ou angular preciso, ao mesmo tempo em que se minimizam movimentos indesejados em outras direções.

**Palavras chave:** Estruturas Periódicas. Metamateriais. Metaestruturas, Molas Ortoplanares

**Abstract.** The design of periodic structures offers a passive solution for controlling vibrations across a wide range of engineering applications. These structures are characterized by the arrangement of repeated elements known as cells. Within the framework of linear theory, there are two primary vibration control mechanisms. The first is the Bragg-scattering phenomenon—waves interfere destructively when their wavelength is comparable to the size of the structural cells. The frequency bands in which this occurs are known as bandgaps (forbidden bands). The second mechanism exploits the effect of coupled resonators (neutralizers), which can produce bandgaps at much lower frequencies. Vibration neutralizers are important tools for managing excitations in a host structure; they are typically composed of three key elements, a spring, a mass, and a damper; and are finely tuned to counteract the frequency of external harmonic forces. One of the chief challenges in neutralizer design concerns the stiffness element, and this is where orthoplanar springs come into play. These are engineered devices that provide compliance in a specific direction while maintaining rigidity along the orthogonal axes. Orthoplanar springs are widely used in applications requiring precise linear or angular motion, yet they minimize undesired displacements in other directions.

**Keywords:** Periodic Structures, Metamaterials, Meta-structures, orthoplanar springs

### 1. INTRODUÇÃO

No campo da engenharia, diversas soluções, técnicas e dispositivos têm sido investigados para o controle de vibrações. Nesse contexto, o projeto de estruturas periódicas surge como uma solução passiva, utilizando elementos repetidos, conhecidos como células. Na teoria linear, dois mecanismos principais são explorados: o fenômeno de espalhamento de Bragg e o efeito de ressonadores acoplados (neutralizadores), que podem gerar bandgaps em frequências mais baixas.

Segundo Nehemy *et al.* (2023), neutralizadores de vibração são dispositivos essenciais projetados para reduzir os níveis de vibração em estruturas hospedeiras causadas por fontes externas. Compostos por três elementos principais – mola, massa e amortecedor. O desafio no projeto desses dispositivos está na rigidez do elemento, e nesse contexto, as molas ortoplanares se destacam como uma solução promissora, devido à sua geometria.

As molas ortoplanares apresentam grande potencial devido a facilidade de fabricação e à sua geometria compacta, tornando-as soluções viáveis para diversos desafios de engenharia. Segundo Sutton *et al.* (2024), a mola ortoplanar

complacente, fabricada em posição ortogonal ao plano, exemplifica esse tipo de mecanismo. Ela permite deflexão até um estado completamente plano, retendo a energia de deformação armazenada e gerando uma força reativa. Neste contexto, busca-se explorar as características e comportamentos dessas molas ortoplanares, quantificando o curso e a força-deflexão para diferentes configurações, com o objetivo de determinar a melhor configuração para aplicações específicas. Muitas outras aplicações podem ser observadas em molas com design plano, como o uso em manipuladores contínuos, conforme descrito por Qi *et al.* (2016), que apresentam um design inovador de manipulador contínuo utilizando molas planas conectadas em série.

De maneira semelhante, as molas de flexão, como descrito por Kharadi *et al.* (2021), são elementos complacentes monolíticos que conectam dois ou mais elos rígidos, permitindo movimentos definidos de forma seletiva. Por meio de deformações elásticas, essas estruturas oferecem alta repetibilidade de posicionamento em seus graus de liberdade, enquanto restringem movimentos nos graus de restrição. Sendo fabricadas a partir de uma única peça, elas eliminam folgas, atritos e a necessidade de lubrificação, além de garantir compacidade e confiabilidade, características essenciais em sistemas de engenharia de alta precisão.

Além disso, pode-se destacar que, em conformidade com Shi *et al.* (2022), na engenharia de defesa nacional, o controle de vibrações estruturais e a mitigação de ondas de choque geradas por explosões representam desafios recorrentes e complexos. Métodos convencionais, como o uso de isoladores de cabo de aço, molas de grande porte e almofadas de borracha, embora amplamente empregados, muitas vezes se mostram insuficientes frente à intensidade das vibrações, que ainda podem comprometer a integridade de instalações e a segurança de pessoas. Diante disso, soluções inovadoras, como os metamateriais, têm sido estudadas e aplicadas, com destaque para os ressonadores locais, capazes de induzir bandgaps – faixas de frequência nas quais as ondas elásticas são significativamente atenuadas. Uma abordagem recente dentro desse contexto envolve a utilização de ressonadores com molas ortoplanares, que permitem a obtenção de estruturas compactas, leves e com características dinâmicas ajustáveis. Esses ressonadores oferecem vantagens práticas e mecânicas para aplicação em metaestruturas, contribuindo para o alargamento da banda de atenuação e para a eficácia da supressão vibracional em faixas de frequência críticas. Portanto, a presente pesquisa busca explorar o potencial dos ressonadores de molas ortoplanares no desenvolvimento de metaestruturas aplicáveis em cenários de engenharia real.

## 2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O sistema considerado neste trabalho é ilustrado na Fig. 1. Trata-se de uma viga que funciona como guia de onda unidimensional está sujeito a uma força externa de amplitude complexa  $F$  na extremidade esquerda. O objetivo deste estudo é investigar a vibração transmitida para a extremidade direita com deslocamento  $W$ . Para o controle de vibração, são empregados neutralizadores de vibração com massa  $m_n$  e rigidez  $k_n$ . A rigidez do sistema será obtida por um dispositivo constituído de molas ortoplanares ilustradas nas figuras (a-f) (Smal *et al.* (2008)). O detalhe da Fig. 1 mostra uma mola ortoplanar<sup>1</sup>.

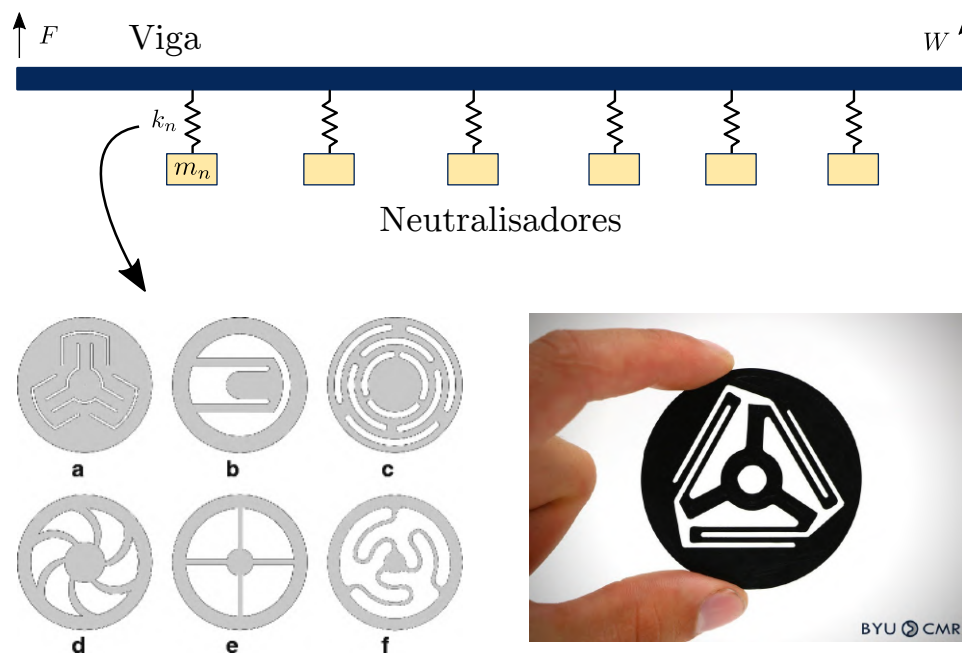


Figura 1. Ilustração de um estrutura unidimensional com diversos ressonadores. A rigidez do ressonador será obtida por uma mola ortoplanar. Os diversos exemplos de molas ortoplanares (a-f) são obtidas de Smal *et al.* (2008)

<sup>1</sup>Extraído de <https://cults3d.com/en/3d-model/various/ortho-planar-spring>

Neste trabalho, o foco é caracterizar a rigidez estática de diferentes tipos de molas ortoplanares. Para isso, foram confeccionados três modelos de molas ortoplanares, e para cada um deles foram apresentadas três amostras. As molas foram produzidas utilizando o método de corte a laser. A Fig. 2 mostra a geometria das molas ortoplanares, destacando suas dimensões.

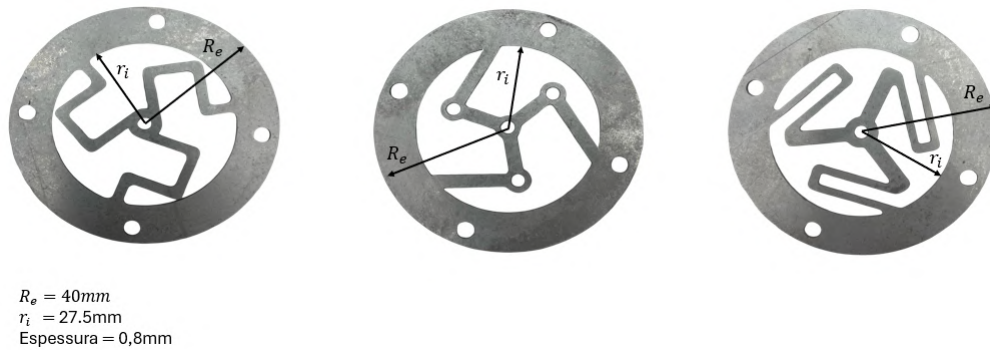


Figura 2. Dimensões das molas tipo: X,Y e Z, respectivamente

## 2.1 Desenvolvimento de suporte para a mola

O dispositivo de suporte para as molas, essencial para possibilitar a utilização adequada da máquina Exceed modelo E42 nos experimentos propostos, foi projetado e fabricado por meio da tecnologia de impressão 3D. O objetivo principal desse suporte foi garantir a fixação precisa e estável da mola de forma ortogonal em relação ao eixo da máquina, assegurando o alinhamento correto durante os ensaios. Com o uso desse dispositivo, tornou-se possível realizar os testes experimentais de maneira eficiente, segura e com a repetibilidade necessária para a validação dos dados obtidos. O dispositivo pode ser identificado na Fig. 3.

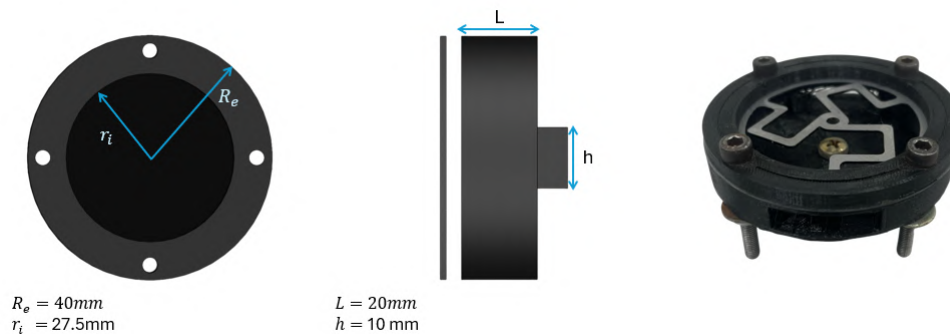


Figura 3. Suporte projetado para fixação das molas ortoplanares

## 2.2 Ensaios de caracterização de rigidez

Para a caracterização da rigidez das molas ortoplanares, foram realizados três experimentos independentes para cada tipo de mola a fim de garantir reprodutibilidade e confiabilidade nos resultados obtidos. Inicialmente, cada mola foi acoplada ao suporte ilustrado na Fig. 3. Esse suporte permitiu o correto posicionamento da mola na máquina de ensaio universal Sistemas de teste Eletromecânicos Exceed modelo E42, assegurando que a aplicação da carga ocorresse de forma ortogonal ao plano da mola. Esse alinhamento é crucial para que os deslocamentos observados sejam exclusivamente atribuídos à flexão do mecanismo ortoplanar, evitando interferências decorrentes de desalinhamentos ou componentes indesejados da força. Durante os ensaios, a força foi aplicada em deslocamento controlado, e os valores de carga e deflexão foram registrados continuamente, possibilitando a construção da curva força-deflexão para cada amostra. A partir dessas curvas, foi possível determinar a rigidez das molas por meio da análise do trecho linear inicial da deformação mecânica, correspondente ao regime elástico do material. A repetição dos testes também permitiu avaliar a consistência do comportamento das molas e identificar possíveis variações decorrentes de imperfeições de fabricação ou montagem.

### 2.2.1 Montagem do experimento

A Figura 4 apresenta um dos ensaios experimentais conduzidos, ilustrando a montagem da mola do tipo Y acoplada ao dispositivo de fixação (b). Esse procedimento foi repetido para as três molas estudadas. Concluída a montagem, o conjunto foi criteriosamente posicionado nos suportes da máquina de ensaio (a), dando-se início aos testes de caracterização mecânica.

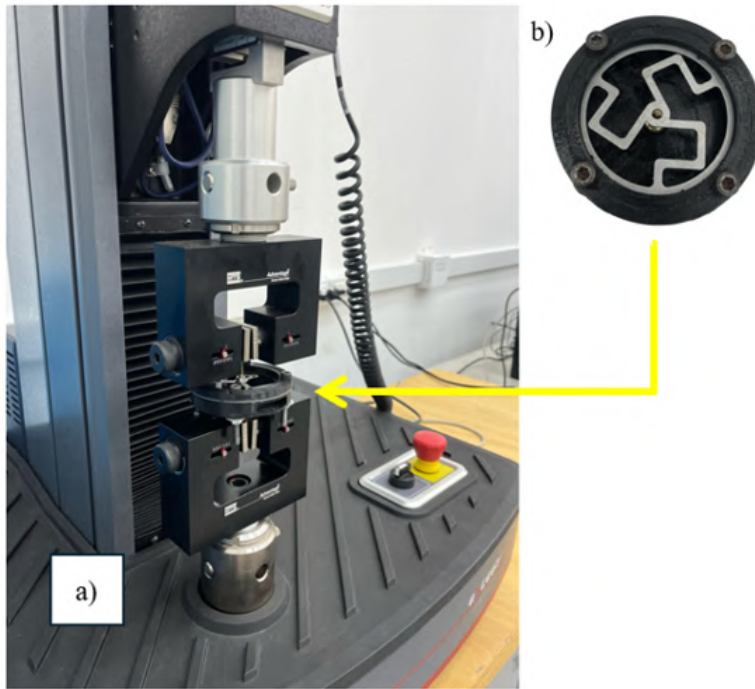


Figura 4. a) Máquina Exceed modelo E42, b) Suporte com a mola tipo Y

## 3. RESULTADOS DO ENSAIO ESTÁTICO

Todas as molas foram ensaiadas considerando a faixa de deformação de -2 a 2 mm, a fim de obter a força medida por uma célula de carga. Para cada tipo de mola, foram realizados três ensaios com diferentes amostras, e as curvas de força-deflexão são mostradas em Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7. Observa-se nas figuras que há um pequeno comportamento de histerese devido à velocidade do carregamento.

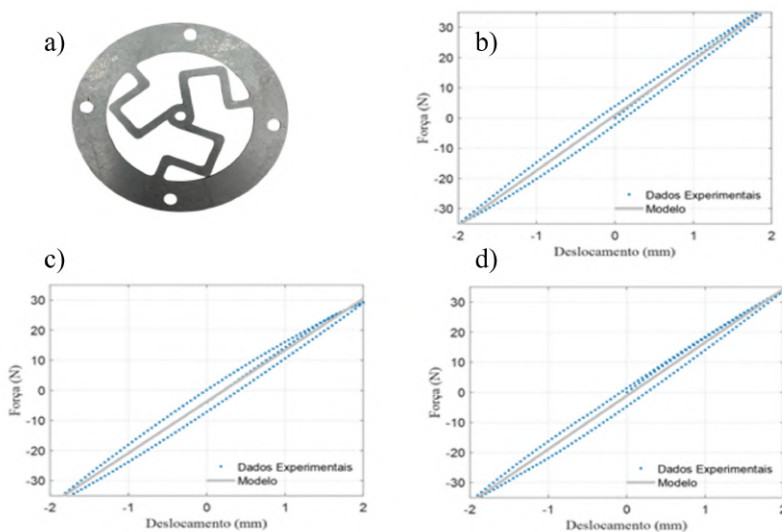


Figura 5. a) Imagem da mola tipo X; b), c) e d) Gráficos força vs. deslocamento obtidos nos três ensaios experimentais.

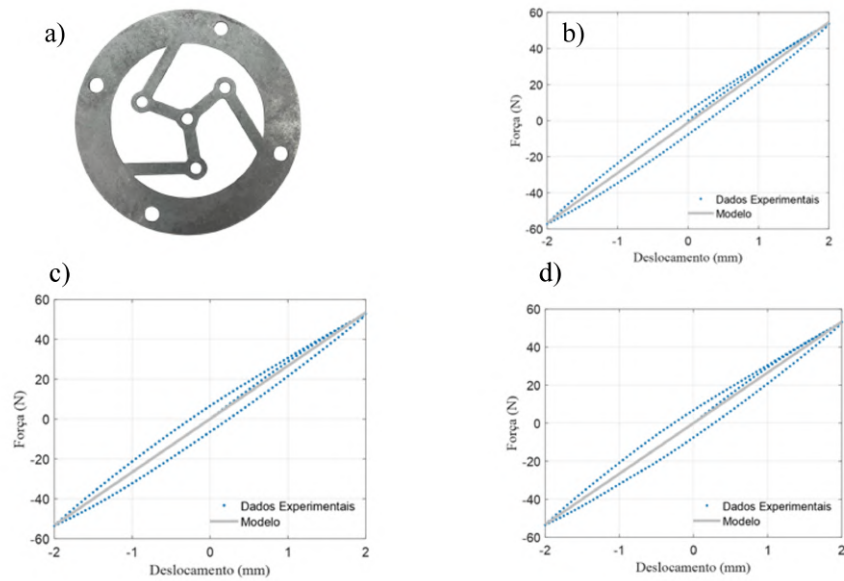


Figura 6. a) Imagem da mola tipo Y; b), c) e d) Gráficos força vs. deslocamento obtidos nos três ensaios experimentais.

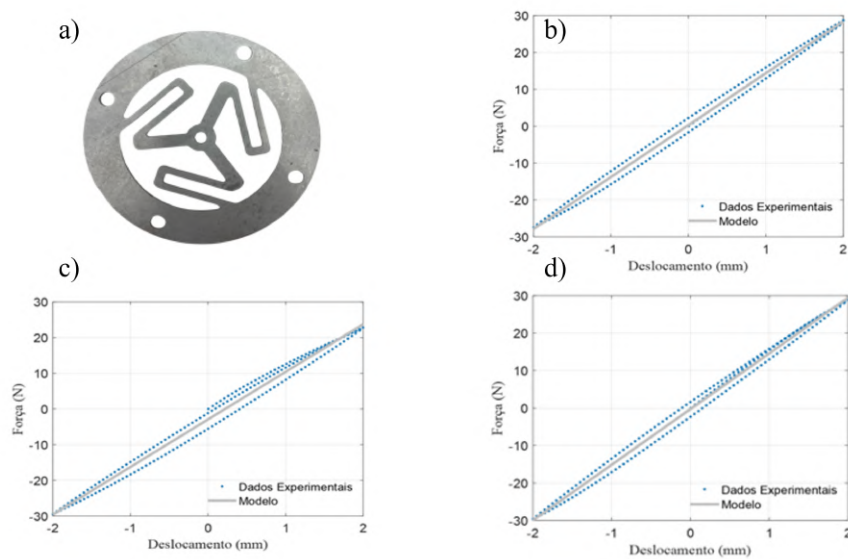


Figura 7. a) Imagem da mola tipo Z; b), c) e d) Gráficos força vs. deslocamento obtidos nos três ensaios experimentais.

#### 4. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Com o objetivo de complementar os ensaios experimentais e obter uma compreensão mais aprofundada do comportamento mecânico das molas ortoplanares, foi realizada uma simulação numérica utilizando o método de elementos finitos (MEF) no software ANSYS Mechanical 2024 R2 – versão estudantil. Essa abordagem possibilitou a visualização detalhada da distribuição de tensões, deformações e regiões de concentração de esforços ao longo da estrutura das molas, permitindo a validação dos resultados experimentais e o aprimoramento dos modelos geométricos. Para isso, foram cuidadosamente definidas as condições de contorno, os pontos de aplicação da carga e os locais de restrição, garantindo uma correlação precisa com os dados obtidos em laboratório. A análise foi conduzida no regime elástico, utilizando propriedades mecânicas compatíveis com o material das amostras, o que permitiu a extração da rigidez equivalente a partir da curva força-deslocamento simulada. Dessa forma, o MEF se mostrou uma ferramenta fundamental na avaliação do desempenho estrutural das molas ortoplanares e no auxílio ao processo de otimização de seus parâmetros geométricos.

#### 4.1 Malha

A malha foi gerada com elementos quadráticos de tamanho 1 mm, priorizando a precisão mecânica. Foi utilizado um refinamento adaptativo, com resolução 7, transição rápida e ângulo grosseiro (Coarse), além do Initial Size Seed configurado como Assembly. Para garantir a confiabilidade dos resultados numéricos, foi realizado um estudo de convergência de malha. Foram testadas três configurações de tamanho de elemento: 2 mm, 1 mm e 0,5 mm. O parâmetro monitorado foi a deformação total na região de maior concentração de esforços. Observou-se que, ao refinar a malha de 2 mm para 1 mm, e de 1 mm para 0,5 mm, não houve variações significativas, confirmando a convergência da malha proposta.

#### 4.2 Condições de Contorno

A mola foi fixada rigidamente nas extremidades externas, utilizando uma restrição do tipo Fixed Support, que impede qualquer deslocamento ou rotação. A carga foi aplicada no centro da mola, na direção normal ao plano da mola (eixo Z), simulando o deslocamento imposto nos testes experimentais. A aplicação da carga foi feita de forma crescente e controlada, replicando o comportamento observado nos ensaios físicos. Além da fixação nas extremidades, não foram impostas outras restrições ao corpo da mola, permitindo que a geometria se deformasse livremente sob a ação da carga. A simulação foi realizada sob a suposição de que o material da mola é linear elástico, homogêneo e isotrópico, com propriedades mecânicas previamente caracterizadas experimentalmente.

#### 4.3 Resultados Numéricos

Após a execução da simulação numérica no software ANSYS Mechanical, os resultados foram analisados em termos de deformação total da mola. A deformação foi expressa em milímetros (mm), refletindo o deslocamento da mola sob as condições de carga impostas. Os resultados obtidos são ilustrados nas Fig. 8, Fig. 9 e Fig. 10, que mostram a deformação ao longo da estrutura da mola.

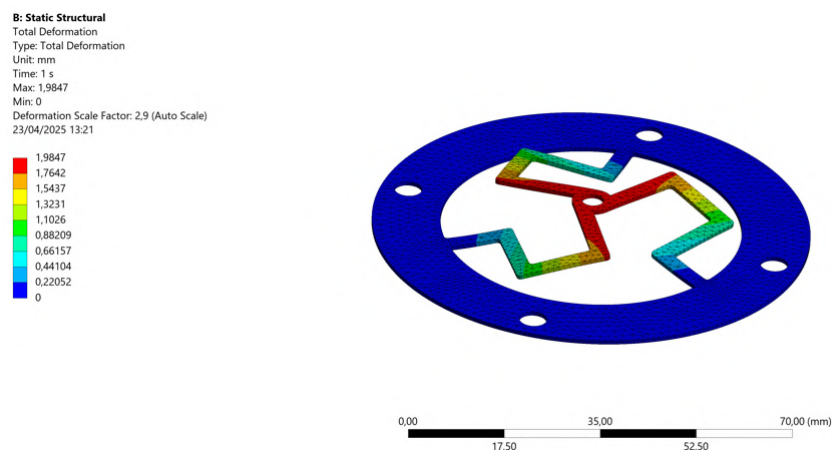


Figura 8. Análise estática (deformação total) na mola X.

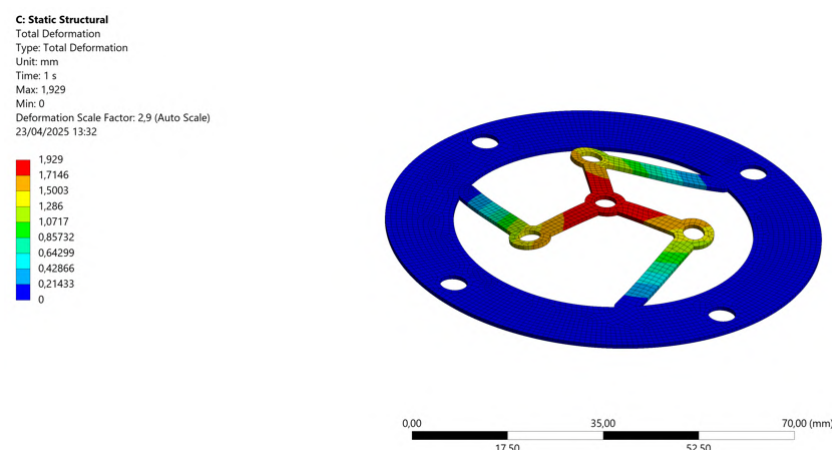


Figura 9. Análise estática (deformação total) na mola Y.

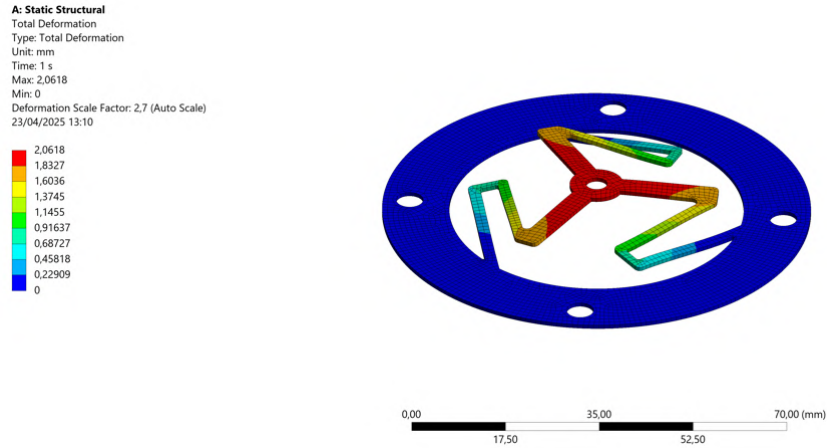


Figura 10. Análise estática (deformação total) na mola Z.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para compreender o comportamento mecânico das molas ortoplanares e prever sua resposta sob carregamentos, é fundamental estabelecer as equações que regem sua deformação. A seguir, são apresentadas as principais equações utilizadas na análise teórica dessas molas, com base nos fundamentos da mecânica dos sólidos e na teoria da elasticidade linear, considerando deformações pequenas, materiais homogêneos e isotrópicos.

Essas formulações servem como base tanto para o desenvolvimento de modelos analíticos quanto para a validação de resultados numéricos obtidos por simulação computacional. A Lei de Hooke, expressa na Eq. (1), indica que a força necessária ( $F$ ) para gerar deformação é diretamente proporcional ao produto entre a constante de elasticidade ( $K$ ) e a deformação gerada ao longo da geometria da mola ( $\Delta x$ ).

$$F = K \Delta x \quad (1)$$

O erro relativo quantifica a discrepância entre os valores experimentais e teóricos, proporcionando uma medida do erro em percentual, e é expresso pela Eq. (2).

$$\text{Erro Relativo (\%)} = \left| \frac{K_{\text{exp}} - K_{\text{teo}}}{K_{\text{teo}}} \right| \times 100, \quad (2)$$

onde  $K_{\text{exp}}$  é o valor experimental e  $K_{\text{teo}}$  é o valor teórico.

Para a construção dos gráficos experimentais, admitiu-se que a relação entre a força aplicada e o deslocamento resultante pode ser descrita por uma função linear da forma:

$$y = ax + b \quad (3)$$

Onde  $y$  representa a força,  $x$  o deslocamento,  $a$  é a inclinação da reta (associada à rigidez do sistema), e  $b$  é o intercepto com o eixo  $y$ . O ajuste foi realizado pelo método dos mínimos quadrados, minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre os valores experimentais  $y_i$  e os valores previstos pela reta:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2. \quad (4)$$

Esse procedimento resulta em uma reta que representa a tendência média dos dados experimentais, reduzindo o efeito de flutuações individuais. No contexto do experimento com molas, a variável independente é o deslocamento. Com o objetivo de encontrar a equação de uma reta que melhor se ajusta aos dados experimentais, minimizando a soma dos erros quadráticos.

### 5.1 Resultados

Após a produção de todos os gráficos no MATLAB e a realização das simulações no software ANSYS, foi feita uma análise comparativa entre os modelos teóricos e os dados experimentais. Essa comparação permitiu avaliar a coerência entre as previsões dos modelos matemáticos e os resultados obtidos experimentalmente, fornecendo subsídios importantes para a validação do estudo.

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos para as molas ortoplanares, comparando os valores teóricos com os valores experimentais. A Tabela 1 mostra a rigidez das molas para os três designs propostos, incluindo o erro relativo entre os valores teóricos e experimentais, calculado conforme a Eq. (2).

Tabela 1. Deformação das molas ortoplanares

| Tipo de mola | K teórico (N/m) | K simulado (N/m) | Erro (%) |
|--------------|-----------------|------------------|----------|
| X            | 16338           | 16243            | 0,6      |
| Y            | 27062           | 27257            | 0,7      |
| Z            | 13930           | 13728            | 1,45     |

## 6. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos pela simulação foram consistentes com os dados experimentais. Tanto a análise estática linear quanto os ensaios experimentais foram fundamentais para caracterizar a rigidez das molas ortoplanares sob pequenas deformações. Durante os ensaios, todas as molas foram submetidas a uma faixa de deformação de -2 a 2 mm, e os dados obtidos através da célula de carga corroboraram a precisão das previsões numéricas. O erro percentual entre os valores teóricos e experimentais foi pequeno, confirmando a precisão das previsões numéricas e validando a metodologia utilizada, além de fornecer um entendimento mais detalhado sobre o comportamento das molas.

Como sugestões para futuros trabalhos neste campo, destaca-se a exploração do comportamento não linear das molas ortoplanares de forma numérica, o que possibilitará uma análise mais aprofundada das respostas mecânicas dessas molas sob condições de deformação mais complexas.

## 7. AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) e à Universidade Estadual Paulista (UNESP) pela oportunidade de desenvolvimento deste projeto e pelo apoio financeiro concedido por meio da bolsa de iniciação científica.

## 8. REFERÊNCIAS

- Kharadi, F.H., Karthikeyan, A. and Virendra, B., 2021. "Optimization of material of flexure spring by finite element analysis". *Materials Today: Proceedings*, Vol. 44, pp. 3929–3932.
- Nehemy, G.F., Rustighi, E., Gonçalves, P.J.P. and Brennan, M.J., 2023. "A passive self-tuning vibration neutraliser using nonlinear coupling between the degrees of freedom". *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 185, p. 109786. ISSN 0888-3270. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2022.109786>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327022008548>.
- Qi, P., Qiu, C., Liu, H., Dai, J.S., Seneviratne, L.D. and Althoefer, K., 2016. "A novel continuum manipulator design using serially connected double-layer planar springs". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 21, No. 3, pp. 1281–1292. doi:10.1109/TMECH.2015.2498738.
- Shi, D., Liu, Y., Chen, H., Meng, F., An, X., Jin, F. and Fan, H., 2022. "An engineering feasible metastructure: Ring-spring-resonator based sandwich metabeam for vibration attenuation". *Engineering Structures*, Vol. 273, p. 115105.
- Smal, O., Dehez, B., Raucourt, B., De Volder, M., Peirs, J., Reynaerts, D., Ceyssens, F., Coosemans, J. and Puers, R., 2008. "Modelling, characterization and testing of an ortho-planar micro-valve". *Journal of Micro-Nano Mechatronics*, Vol. 4, pp. 131–143.
- Sutton, J., Ynchausti, C., Dahl, K., Magleby, S.P., Howell, L.L. and Jensen, B.D., 2024. "Ultra-compact orthoplanar spring via euler-spiral flexures". *Machines*, Vol. 12, No. 4, p. 273.

## 9. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.