

CARACTERIZAÇÃO VISCOELÁSTICA DE POLÍMEROS COM AJUSTE HÍBRIDO NO DOMÍNIO DO TEMPO VIA MODELO WIECHERT-WLF

Erick Pedro Krauczuk, ekrauczuk@gmail.com¹

Tiago Lima de Sousa, tiago.sousa.eng@gmail.com²

Jucélio Tomás Pereira, jucelio.tomas@ufpr.br¹

¹Universidade Federal do Paraná (UFPR); Departamento de Engenharia Mecânica

²Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Departamento de Engenharia Mecânica

Resumo. Materiais viscoelásticos (MEVs) desempenham papel fundamental em aplicações onde o controle de vibrações, dissipação de energia e resposta mecânica dependente do tempo são essenciais. A caracterização precisa desses materiais é crucial para prever seu comportamento em condições variadas de carga e temperatura. Este trabalho propõe uma metodologia de otimização híbrida para a identificação de parâmetros constitutivos de MEVs no domínio do tempo, considerando o modelo de Wiechert e o fator de deslocamento tempo-temperatura baseado na equação de Williams-Landel-Ferry (WLF). A abordagem de otimização híbrida combina Algoritmos Genéticos e Programação Não Linear, possibilitando uma busca global robusta seguida de um refinamento local preciso. Dados experimentais do polímero EAR® C1002 foram utilizados para validação da metodologia. O processo iterativo de ajuste com até 33 termos de Prony indicou convergência numérica a partir de 17 termos, com erro reduzido a $3,19 \times 10^{-7}$ e parâmetros fisicamente consistentes. Os resultados demonstram a eficiência da metodologia proposta para representar com elevada acurácia o comportamento termorreológico de MEVs, contribuindo para aplicações em engenharia estrutural, automotiva e aeroespacial.

Palavras chave: Materiais viscoelásticos. Metodologia de otimização híbrida. Série de Prony. Modelo de Wiechert.

Abstract. Viscoelastic materials (VEMs) play a key role in applications where vibration control, energy dissipation, and time-dependent mechanical response are essential. Accurate characterization of these materials is crucial for predicting their behavior under varying load and temperature conditions. This work proposes a hybrid optimization methodology for identifying constitutive parameters of VEMs in the time domain, considering the Wiechert model and the time-temperature shift factor based on the Williams-Landel-Ferry (WLF) equation. The hybrid optimization approach combines Genetic Algorithms and Nonlinear Programming, enabling robust global search followed by precise local refinement. Experimental data from the polymer EAR® C1002 were used to validate the methodology. The iterative fitting process with up to 33 Prony series terms showed numerical convergence starting from 17 terms, with a reduced error of $3,19 \times 10^{-7}$ and physically consistent parameters. The results demonstrate the efficiency of the proposed methodology in accurately representing the thermorheological behavior of VEMs, contributing to applications in structural, automotive, and aerospace engineering.

Keywords: Viscoelastic materials. Hybrid optimization methodology. Prony series. Wiechert model.

1. INTRODUÇÃO

Os materiais viscoelásticos (MEVs) possuem características mecânicas que dependem fortemente de variáveis como tempo, frequência e temperatura (Emri et al., 2012; Chae et al., 2010). Seu comportamento situa-se em algo intermediário entre sólidos elásticos e fluidos viscosos, e é característico de materiais como polímeros, borracha e fibras sintéticas. Com isso, apresentam um retardo na recuperação da sua forma original após serem submetidos a esforços, revelando sua capacidade intrínseca de dissipação de energia (Findley et al., 1976).

Devido à sua capacidade de absorver e dissipar energia mecânica, os MEVs são usados em dispositivos controladores de vibrações, gerando um aumento no conforto, durabilidade e desempenho de sistemas e estruturas (Sousa et al., 2024). Os polímeros sintéticos são destaques na engenharia devido às suas propriedades mecânicas como a baixa densidade, alta resistência à corrosão, flexibilidade, boa resistência ao impacto e, além disso, sua facilidade de manufatura e modelagem (Lai, 1995; Lakes, 2009).

Com a evolução das tecnologias, os MEVs passaram a ter novas utilidades, sendo usados em distintas áreas, entre elas a construção civil, indústria automotiva e aeroespacial, energia eólica, transporte e biomedicina (Lakes, 2009; Sousa et

al., 2025). Nesse contexto, a caracterização precisa do comportamento viscoelástico desses materiais torna-se essencial, pois permite o desenvolvimento de soluções mais seguras, eficientes e confortáveis, com impacto direto na inovação e na qualidade de vida da sociedade.

Apesar da ampla aplicação de MEVs, na literatura, muitos estudos são limitados à caracterização sob condições isotermais ou abordagem exclusivamente determinísticas para a otimização. Isso pode ocasionar soluções sensíveis a mínimos locais e com baixa robustez (Goldberg, 1989). A influência da temperatura e da taxa de deformação é um ramo de estudos pouco abordados utilizando técnicas híbridas de otimização. Essa metodologia permite uma exploração global do espaço de soluções, bem como um refinamento preciso para obtenção das propriedades ótimas do modelo.

Diante disso, o presente trabalho propõe uma abordagem computacional que une a generalidade dos modelos baseados em séries de Prony com a robustez de técnicas híbridas de otimização, visando uma caracterização viscoelástica termorreológica mais realista e aplicável a contextos de engenharia avançada.

2. REVISÃO TEÓRICA

2.1 Modelo constitutivo

A modelagem do comportamento constitutivo viscoelástico pode ser realizada por meio de diferentes formulações, baseadas tanto em derivadas inteiras quanto derivadas fracionárias (Yang *et al.*, 2020). Nesse trabalho, adota-se um modelo baseado em derivadas de ordem inteira, especificamente o modelo de Maxwell, que utiliza uma associação de mola (comportamento elástico) e amortecedor viscoso (comportamento dissipativo), conectados em série, para representar o comportamento do material.

Para representar com maior fidelidade a resposta real dos MVEs, modelos generalizados podem ser empregados. Tais modelos que expandem os modelos básicos -como Maxwell e Kelvin-Voigt - ao conectar múltiplos elementos mecânicos em série ou em paralelo, permitindo explorar uma gama maior de comportamentos de relaxação e fluência observados em experimentos (Gutierrez-Lemini, 2014).

O Modelo de Maxwell Generalizado consiste na associação de múltiplos elementos de Maxwell em paralelo. Adicionando uma mola ao sistema, em paralelo, o resultado é o Modelo de Wiechert, que descreve de maneira mais precisa o comportamento elástico a longo prazo, como mostra a Fig. 1.

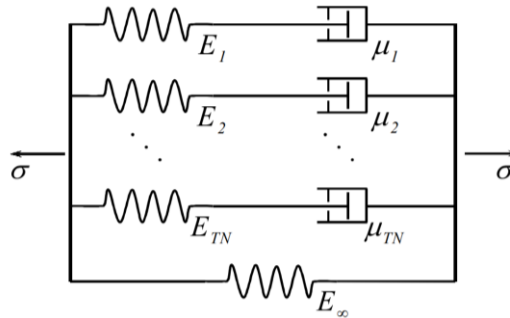


Figura 1. Modelo de Wiechert (Pacheco, *et al.*, 2014)

Segundo Brinson e Brinson (2008), esse modelo tem a seguinte função para o módulo de relaxação:

$$E(t) = E_{\infty} + \sum_{i=1}^{TN} E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}}, \quad (1)$$

onde $E(t)$ é a função módulo de relaxação, E_{∞} é o módulo de equilíbrio desse modelo, E_i é o módulo elástico para o i -ésimo termo da série de Prony, bem como τ_i é o tempo de relaxação para cada termo. Além disso, TN indica o número total de termos de Prony. Essa forma permite ajustar a resposta transiente do material com elevada precisão, desde que o número de termos seja suficiente para capturar os diferentes tempos característicos do processo viscoelástico. ∞

Considerando o comportamento do MVE para tempos muito curtos, ou seja, com $t \rightarrow 0$, da equação (1), tem-se

$$E(t \rightarrow 0) = E_0 = E_{\infty} + \sum_{i=1}^{TN} E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}}, \quad (2)$$

onde E_0 é o módulo de relaxação instantâneo, isto é, a rigidez efetiva imediatamente após a aplicação da deformação.

2.2 Influência da temperatura no comportamento mecânico

O comportamento mecânico de MVEs é fortemente dependente da taxa de carregamento, da temperatura e do tempo (Hajikarimi e Hosseini, 2023). Essas características termorreológicas tornam necessário o uso de modelos que capturem o efeito da temperatura sobre a resposta mecânica.

Para modelar a influência da temperatura, o modelo constitutivo supracitado é ajustado por um fator de deslocamento tempo-temperatura α_T , na forma

$$E(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^{TN} E_i e^{-\frac{t}{\alpha_T \tau_i}} \quad (3)$$

Com base no artigo de Williams *et al.* (1955), um dos modelos mais utilizados para determinar esse fator é a equação de Williams-Landel-Ferry (WLF), proposta com base em observações experimentais em polímeros amorfos em temperaturas próximas à sua temperatura de transição vítrea. Este modelo é dado por

$$\log(\alpha_T) = \frac{-C_1(T-T_s)}{C_2+(T-T_s)} \quad (4)$$

onde T é a temperatura na qual a resposta do material é medida, T_s é a temperatura de referência a ser adotada e C_1 e C_2 são constantes características de cada material. Essa equação descreve o efeito da temperatura nos polímeros no domínio do tempo, viabilizando a obtenção de curvas mestras para diferentes condições experimentais. Isso viabiliza a simulação do comportamento do material em um intervalo muito mais amplo de tempos do que seria possível experimentalmente.

2.3 Otimização

De acordo com Christensen (1982), a identificação dos parâmetros constitutivos dos MEVs é essencial para que modelos matemáticos adotados representem com adequada precisão o comportamento observado experimentalmente. O processo supracitado é realizado normalmente por meio do ajuste de curvas, comparando os dados experimentais com as funções teóricas do modelo usado, com o objetivo de minimizar as discrepâncias dessa comparação. Geralmente a prática adotada é a minimização do erro quadrático médio (Arora, 2017).

Este trabalho adota uma abordagem de otimização híbrida, composta pela combinação de Algoritmos Genéticos (AGs) e Programação Não Linear (PNL). Essa estratégia visa aproveitar a capacidade dos AGs em encontrar a região da solução global, enquanto o PNL, utilizado na sequência, realiza um refinamento local e determinístico da solução encontrada.

Os AGs, são métodos estocásticos inspirados na evolução biológica. Portanto, é uma abordagem estocástica que permite encontrar soluções ótimas mesmo em problemas altamente não lineares e não diferenciáveis, sendo especialmente útil para modelos mais complexos e não diferenciáveis (Allen et al., 2024; Arora, 2017). Atuam diretamente sobre as soluções possíveis, o que leva a atuação em um espaço de soluções amplo, reduzindo o risco de encontrar mínimos locais. Esta informação é importante para mostrar que esse método apresenta ótimos resultados para obter pontos de mínimos ou de máximos globais (Goldberg, 1989).

Existem três principais operadores genéticos dentro do AG: elitismo, cruzamento e mutação. O elitismo é aquele que copia o conjunto de dados de um indivíduo para a nova população, ou seja, tendo todas as suas características na próxima geração. O cruzamento consiste em permitir que os indivíduos selecionados de uma população troquem características entre si, e a mutação é o passo que previne perdas genéticas prematuras, pois modifica alguma característica de um indivíduo para a próxima geração.

Apesar da sua robustez, os AGs apresentam limitações em termos de velocidade de convergência e precisão local. Por isso, após a obtenção de uma solução promissora, aplica-se a Programação Não Linear (PNL) como um refinamento. A PNL, algoritmo determinístico usado para resolver problemas de otimização não linear com restrições, possui uma eficiência alta na busca de mínimos locais (Boggs e Tolle, 1995; Rao, 2009; Nocedal e Wright, 2006).

Em resumo, essa abordagem de otimização híbrida permite alcançar uma acurácia alta na caracterização de propriedades viscoelásticas do material em análise, equilibrando robustez global e refinamento local.

3. METODOLOGIA

3.1 Dados experimentais

A caracterização de MEVs é baseada na comparação entre valores obtidos experimentalmente e valores dados por respostas teóricas de um modelo constitutivo matemático. Neste trabalho, o material analisado foi o EAR® C1002, polímero amplamente utilizado como agente de amortecimento estrutural, devido sua boa capacidade de dissipar energia em vibrações.

Os dados experimentais são apresentados em forma de valores discretos de tensão e de deformação, sendo que os experimentos foram realizados uma temperatura de 11.46 °C, para duas taxas de deformação distintas: 0.0001/s e 0.1/s.

3.2 Formulação matemática

O presente trabalho tem o objetivo de aplicar computacionalmente uma metodologia de caracterização de propriedades constitutivas de um MVE no domínio do tempo, considerando um modelo constitutivo de Wiechert, incorporado com a influência da temperatura, via modelo de WLF.

Para tal aplicação, define-se uma função objetivo para ser minimizada, visando implementar a otimização híbrida. Segundo Sousa (2018), pode-se desenvolver uma função objetivo baseada no erro quadrado, que calcula a diferença entre os valores experimentais e os valores do modelo constitutivo. Nesse caso, o erro em cada ponto experimental é dado por

$$(erroEt_{kj})^2 = \left(\frac{E^{exp}(t_k, T_j) - E(t_k, T_j)}{E^{exp}(t_k, T_j)} \right)^2. \quad (5)$$

Cada valor experimental é denotado por $E^{exp}(t_k, T_j)$, na j -ésima temperatura, a qual varia entre $1 \leq j \leq nT$, e no k -ésimo instante de tempo, estando no intervalo $1 \leq k \leq nPt_j$, sendo que, nPt_j é o número total de pontos experimentais de tempo na j -ésima temperatura e nT é o número total de temperaturas. Note que o sobrescrito 'exp' é indicativo de dados experimentais.

Dessa forma, a função objetivo a ser minimizada é dada pelo erro resultante e pode ser expressa por

$$(erroEt_R)^2 = \frac{1}{nT} \sum_{j=1}^{nT} \sum_{k=1}^{nPt_j} \left(\frac{1}{nPt_j} erroEt_{kj} \right)^2, \quad (6)$$

Esta função objetivo é minimizada por técnicas de otimização, conforme descrito a seguir.

3.3 Método de otimização

O processo de ajuste dos parâmetros viscoelásticos é iniciado com a leitura e interpolação dos dados experimentais, seguida da execução de uma rotina de AGs implementada em ambiente MATLAB®, conforme metodologia descrita por Pacheco (2013). A partir dos resultados preliminares obtidos pelos AGs, utiliza-se uma rotina de refinamento via PNL. Então o valor final é o conjunto ótimo dos parâmetros viscoelásticos, representado com elevada acurácia a resposta experimental fornecida.

O primeiro passo para as informações acima serem viáveis, é definir um problema de padrão de otimização, o qual pode ser posto como

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } (erroEt_R)^2(\mathbf{x}): R^{TN+3} \rightarrow R \\ & \text{onde } \mathbf{x} = \{E_\infty, E_i, C_1, C_2\} \ (i=1, \dots, TN) \\ & \text{sujeito às restrições: } \mathbf{x}^{inf} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{sup} \end{aligned} \quad (6)$$

Nesse caso, $\mathbf{x}^{inf}$ e $\mathbf{x}^{sup}$ são vetores arbitrários caracterizando os limites inferiores e superiores das variáveis de projetos ($\mathbf{x}$), a fim de otimizá-las e obter valores ótimos desses parâmetros viscoelásticos.

3.4 Implementação computacional

A implementação computacional foi realizada via MATLAB®, utilizando o procedimento híbrido supracitado. Inicialmente, os AGs foram configurados com uma população de 2000 indivíduos e 500 gerações. Foram fixados dois tempos de relaxação, sendo o inferior 10^{-8} s e o superior 10^3 s. Para o modelo WLF foi fixado uma temperatura de referência de 23°C. Também é estabelecido limites para as outras variáveis de projeto, tais dados são mostrados na Tab. 1, garantindo realismo físico e estabilidade numérica no procedimento de ajuste.

4. RESULTADOS

A partir dos dados experimentais do polímero EAR® C1002, foi aplicada a metodologia híbrida de otimização com objetivo de identificar parâmetros viscoelásticos do modelo de Wiechert. O procedimento de ajuste foi feito de forma iterativa, aumentando o número de termos da série de Prony progressivamente e de forma hierárquica, até um valor máximo de 33 termos. Os resultados foram obtidos para o ajuste global dos dados experimentais, isto é, a análise é feita

com os dados obtidos utilizando simultaneamente as duas taxas de deformação. Os resultados obtidos para cada número total de termos de Prony são apresentados na Tab. 2.

Tabela 1. Limites das variáveis de projeto

Modelo	Variavel	Intervalo
WLF	Constante 1 [°C]	$0 \leq C_1 \leq 100$
	Constante 2 [°C]	$0 \leq C_2 \leq 200$
Wiechert	Módulo de equilíbrio [MPa]	$0 \leq E_\infty \leq 10000$
	Constante da série de Prony [Mpa]	$0 \leq E_i \leq 5000$

Tabela 2. Caracterização para a metodologia de otimização híbrida (Autor)

Tempos de relaxação (s)	E _i [MPa]	Termos de da série de Prony					
		2	3	5	9	17	33
1,00E-08	E ₁	2501,008	3013,173	2131,058	2429,927	2478,140	2472,889
2,21E-08	E ₂						2461,632
4,87E-08	E ₃					2496,478	2516,219
1,07E-07	E ₄						2498,400
2,37E-07	E ₅				2432,612	2471,134	2472,025
5,23E-07	E ₆						2449,845
1,15E-06	E ₇					2606,170	2474,811
2,55E-06	E ₈						2455,286
5,62E-06	E ₉			2853,061	2358,514	2463,335	2510,434
1,24E-05	E ₁₀						2483,373
2,74E-05	E ₁₁					2496,369	2446,559
6,04E-05	E ₁₂						2468,339
1,33E-04	E ₁₃				2374,802	2478,498	2463,518
2,94E-04	E ₁₄						2400,805
6,49E-04	E ₁₅					2396,511	2287,984
1,43E-03	E ₁₆						1986,259
3,16E-03	E ₁₇		3555,180	3760,549	923,100	2071,273	1341,573
6,98E-03	E ₁₈						0,000
1,54E-02	E ₁₉					209,835	0,000
3,40E-02	E ₂₀						194,016
7,50E-02	E ₂₁				1209,258	371,917	299,637
1,65E-01	E ₂₂						31,372
3,65E-01	E ₂₃					133,616	137,713
8,06E-01	E ₂₄						3,052
1,78E+00	E ₂₅			4997,571	199,403	60,488	66,667
3,92E+00	E ₂₆						0,621
8,66E+00	E ₂₇					23,329	21,254
1,91E+01	E ₂₈						5,394
4,22E+01	E ₂₉				41,998	10,888	7,747
9,31E+01	E ₃₀						2,131
2,05E+02	E ₃₁					3,913	3,611
4,53E+02	E ₃₂						0,020
1,00E+03	E ₃₃	372,872	372,789	285,290	6,248	2,381	2,686

E _∞	5,169	5,169	5,139	3,278	2,812	2,882
C ₁	1,092	1,045	0,667	0,077	0,133	0,097
C ₂	8,400	8,535	9,544	10,853	9,647	10,271

Erro	3,35E-02	3,35E-02	3,03E-02	1,84E-04	1,15E-06	3,19E-07
------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Os valores obtidos para módulo elástico de cada mola de cada elemento de Maxwell (E_i) indicam que o material apresenta rigidez acentuada em tempos muito curtos, com picos significativos em tempos intermediários, caracterizando uma resposta viscoelástica complexa. À medida que o número de termos aumenta, observa-se uma distribuição mais contínua e balanceada dos módulos E_i , sugerindo a presença de múltiplos mecanismos de relaxação.

O módulo de equilíbrio, E_∞ , responsável por representar a rigidez remanescente após longos tempos de relaxação, tendeu ao equilíbrio com o aumento dos termos, estabilizando em um intervalo de 2,8 a 3,0 Mpa. Indicando a presença de uma resistência residual bem definida, importante característica para aplicações de carregamentos prolongados.

Os parâmetros do modelo WLF, C_1 e C_2 , também apresentaram uma adequada estabilidade numérica, convergindo para os intervalos de aproximadamente 0,07-0,15 °C e 9,5-11°C, respectivamente. Sendo valores que estão em concordância com faixas típicas para polímeros amorfos em regimes próximos à transição vítrea, o que reforça a adequação do modelo para descrever o comportamento termorreológico do material.

A Figura 2, ilustra um gráfico da evolução do erro com o aumento dos termos de Prony em escala logarítmica. Nota-se que partir de 17 termos há uma clara tendência de saturação do erro, com reduções marginais apesar do aumento na complexidade do modelo. Entre 17 e 33 termos, o erro diminui em menos de uma ordem de grandeza, o que sugere que o ganho em precisão não justifica o aumento no custo computacional e no risco de *overfitting*. Portanto, pode-se considerar que o modelo atinge estabilidade numérica e convergência descritiva a partir de aproximadamente 17 termos de Prony, sendo este um ponto ótimo para aplicação prática.

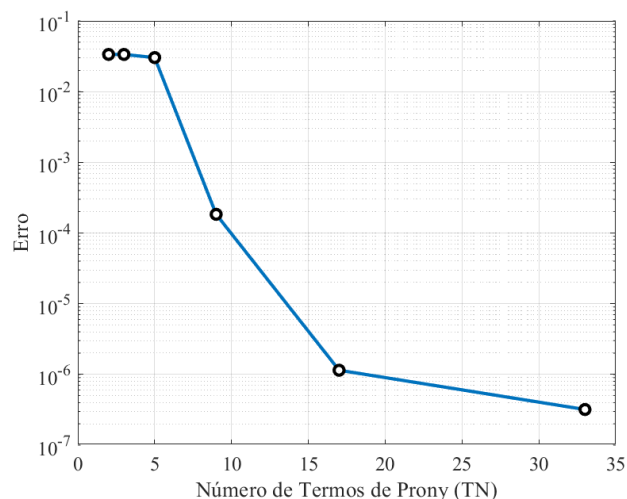


Figura 2. Evolução do erro com o aumento dos termos de Prony

A Figura 3 mostra a distribuição do espectro discreto de relaxação com relação a seus pontos e a Fig. 4 mostra o espectro discreto de relaxação com uma superfície interpolada. A partir da análise do espectro contínuo de relaxação obtido, observa-se que o material apresenta uma distribuição ampla e multimodal de tempos de relaxação, refletindo a presença de mecanismos viscoelásticos atuando em múltiplas escalas temporais. A evolução sistemática desses espectros com o aumento do número de termos da série de Prony normalizada confirma a adequação do modelo de Wiechert com acoplamento WLF. Apresentando uma convergência física e numérica, isto é, o espectro é representativo da realidade do material.

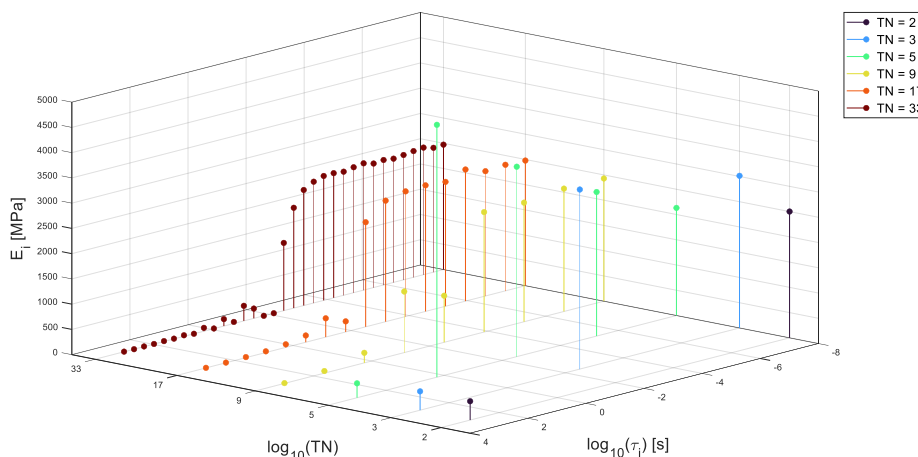


Figura 3. Pontos do espectro discreto de relaxação

Além disso, os resultados evidenciam o potencial da metodologia híbrida proposta, não apenas na identificação precisa dos parâmetros constitutivos, mas também como uma ferramenta analítica para revelar a distribuição e a complexidade dos mecanismos de relaxação ao longo de diferentes escalas temporais, oferecendo uma visão detalhada do comportamento mecânico da estrutura viscoelástica interna do material.

5. CONCLUSÕES

A metodologia de otimização híbrida proposta, combinando Algoritmos Genéticos e Programação Não Linear, mostrou-se eficiente e robusta para a identificação dos parâmetros viscoelásticos no domínio do tempo, mesmo diante da complexidade do comportamento observado.

A representação por meio da série de Prony associada ao modelo de Wiechert permitiu a descrição precisa do espectro de relaxação do polímero EAR® C1002, revelando convergência numérica e estabilidade física a partir de 17 termos. A modelagem incorporou com sucesso a influência da temperatura via equação de Williams–Landel–Ferry, refletindo o deslocamento sistemático dos mecanismos dissipativos em função da temperatura.

Com isso, foi possível obter uma representação acurada do comportamento termorreológico do material, com erro residual da ordem de 10^{-7} , dentro de faixas físicas plausíveis para polímeros amorfos. Tais resultados evidenciam o potencial da abordagem desenvolvida para aplicações avançadas em engenharia estrutural, automotiva e aeroespacial, bem como sua aplicabilidade na caracterização de novos materiais viscoelásticos sob condições variadas de carga e temperatura.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – PRH-ANP, suportado com recursos provenientes do investimento de empresas petrolíferas qualificadas na Cláusula de P, D&I da Resolução ANP no 50/2015. Os autores também agradecem ao PRH-ANP12.1 da Universidade Federal do Paraná.

6. REFERÊNCIAS

- Allen, P., Cox, S. C., Jones, S. e Espino, D. 2024. “A genetic algorithm optimization framework for the characterization of hyper-viscoelastic materials: application to human articular cartilage”. *Royal Society Open Science*, Vol.11, No.6.
- Arora, J. S. 2017. *Introduction to Optimum Design*. Academic Press. 4nd edition.
- Bavastri C.A. 1997. *Redução de vibrações de banda larga em estruturas complexas por neutralizadores viscoelásticos*. Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.
- Boggs, P. T. e Tolle, J. W. 1995. “Sequential Quadratic Programming”. *Acta Numerica*. Vol. 4, pp. 1-55.
- Brinson, H. F. e Brinson, L. C. 2008. *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity an Introduction*. Springer, New York, 1nd Edition.
- Chae, SH., Zhao, JH., Edwards, D. R. e Ho, P. S. 2010. “Characterization of the Viscoelasticity of Molding Compound in the Time Domain”. *Journal of Electronic Materials*. Vol.39, pp. 419-425.
- Christensen, R. M. 1982. *Theory of Viscoelasticity: An Introduction*. Academic Press, New York, 2nd edition.
- Emri, I., Zupančič, B., Gergesova, M., Saprunov, I., Gonzalez-Gutierrez, J. e Bek, M. 2012. “Importance of viscoelastic characteristics in determining functionality of time-dependent materials”. *Dyna*. Vol. 79, pp. 97-104.
- Findley, W. N., Lai, J. S.; Onaran, K. 1976. *Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials*. Dover Publications, New York, 1nd edition.
- Goldberg, D. E. 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Gutierrez-Lemini, D. 2014. *Engineering Viscoelasticity*. Springer, New York.
- Hajikarimi, P. e Hosseini, A. S. 2023. *Constructional Viscoelastic Composite Materials*. Springer, Singapore.
- Lai, J. 1995. *Non-Linear Time Dependent Deformation Behavior of High-Density Polyethylene*. Master’s thesis, Technical University of Delft, The Netherlands.
- Lakes, R. S. 2009. *Viscoelastic Materials*. Cambridge University Press, New York.
- Nocedal, J. e Wright, J. J. 2006. *Numerical Optimization*. Springer, New York, 2nd edition.
- Pacheco, J. E. L. 2013. *Caracterização de materiais viscoelásticos com aplicação de séries de Prony e análise por elementos finitos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.
- Pacheco, J. E. L., Bavastri, C. A. e Pereira, J. T. 2014. “Viscoelastic Relaxation Modulus Characterization Using Prony Series”. *Latin American Journal of Solid and Structures*. Vol. 12, pp. 420-445.
- Rao, S. S. 2009. *Engineering Optimization Theory and Practice*. John Wiley & Sons, Hoboken, 4nd edition.

Sousa, T. L. 2018. *Identificação integrada de propriedades mecânicas de materiais viscoelásticos nos domínios do tempo e da frequência considerando a influência da temperatura*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.

Sousa, T. L., Silva, J. e Pereira, J. T. 2024. “Statistical analysis of identification of linear viscoelastic models”. *Rheologica Acta*. Vol. 63, pp. 301-318, 2024.

Sousa, T. L. Silva, J., Pereira, J. T. e Pires, C. M. G. 2025. “Nomograms of solid linear viscoelastic materials in time and frequency domains”. *Comptes Rendus Mécanique*. Vol. 35, pp. 309-320.

Yang, XJ., Gao, F. e Ju, Y. 2020. *General Fractional Derivatives with Applications in Viscoelasticity*. Elsevier.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.