

VIBRAÇÃO-FADIGA: UM ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

Gustavo Fernandes dos Santos, gustavofernandes@id.uff.br¹

Samuel Gomes Rodriguez Duran, samuelduran@estudante.ufscar.br²

Jorge Alberto Rodriguez Duran, jorgeduran@id.uff.br¹

¹Universidade Federal Fluminense, Av. dos Trabalhadores 420, Santa Cecília, Volta Redonda -RJ

²Universidade Federal de São Carlos, Rod. Washington Luís, Km 235 – C.P. 676 – 13565-905, São Carlos, SP

Resumo. Este estudo investiga a estimativa de dano e vida em fadiga em estruturas sujeitas a tensões randômicas, comparando métodos no domínio do tempo e da frequência. Para isso, foram analisados dois históricos de tensões: um sinal bimodal gerado artificialmente e um sinal obtido experimentalmente. No domínio da frequência são comparados os métodos de Dirlik, Jiao-Moan e Ortiz-Chen, entre outros. No domínio do tempo aplica-se a clássica decomposição da série temporal de tensões em ciclos de igual amplitude e média, utilizando a técnica do “rainflow”. O acúmulo de dano linear de Miner é utilizado em comum por ambas as metodologias. Os resultados evidenciam que metodologias distintas fornecem aproximações mais próximas do método tradicional (rainflow-Miner) de acordo com as características do sinal.

Palavras chave: Vibração-Fadiga, Fadiga, Fadiga Domínio da frequência.

Abstract. This study investigates the estimation of damage and fatigue life in structures subjected to random stresses, comparing methods in both the time and frequency domains. To this end, two stress histories were analyzed: an artificially generated bimodal signal and an experimentally obtained signal. In the frequency domain, the Dirlik, Jiao-Moan, and Ortiz-Chen methods, among others, are compared. In the time domain, the classical decomposition of the stress time series into cycles of equal amplitude and mean is applied using the “rainflow” technique. Miner’s linear damage accumulation rule is used in both methodologies. The results show that different methodologies provide estimates closer to the traditional method (rainflow-Miner) depending on the characteristics of the signal.

Keywords: Vibration-Fatigue, Frequency-Domain Fatigue

1 INTRODUÇÃO

Estruturas e dispositivos mecânicos estão constantemente expostos a diferentes tipos de solicitações, como tensões pontuais, distribuídas, determinísticas e randômicas. Essas últimas geram tensões aleatórias, como o exemplo do impacto das ondas do mar em plataformas petrolíferas. Essas tensões afetam diretamente a longevidade e manutenção das estruturas, exigindo uma estimativa rápida, econômica e computacionalmente viável do dano causado por esses processos aleatórios.

Atualmente, o método rainflow combinado com o critério de Miner é amplamente utilizado para calcular o dano e o tempo de vida em fadiga de dispositivos mecânicos. O algoritmo rainflow é capaz de extrair ciclos, amplitude e tensão média dos históricos de tensões. O dano de cada um destes ciclos é calculado utilizando a curva SN e acumulado mediante a regra linear de Palmgren-Miner. No entanto, para históricos de tensões aleatórios longos, o método requer um grande esforço computacional, já que exige o processamento de cada instante do histórico de tensões (NWM; F SHERRATT, 2000).

Com o intuito de resolver essa limitação, diversos métodos alternativos no domínio da frequência foram desenvolvidos. Esses métodos, que operam no domínio da frequência e tratam o histórico de tensões como sinais e processam os dados de forma única. Com a função de transferência linear do sistema, esses métodos fornecem uma solução mais eficiente computacionalmente (NWM; F SHERRATT, 2000), permitindo estimativas precisas da vida em fadiga de componentes mecânicos. Este trabalho foca na análise de tensões uniaxiais randômicas e os métodos propostos para essa análise.

Neste estudo, a análise se restringe a um histórico de tensões simulado, com dois modos (bimodal), e um sinal obtido experimentalmente. Os resultados obtidos no domínio do tempo, utilizando a contagem de ciclos pelo método rainflow, são comparados com as estimativas de vida em fadiga utilizando a curva S-N do material e o acúmulo de dano pelo critério de Palmgren-Miner. Esses resultados são então comparados com métodos no domínio da frequência, como os de Dirlik, Jiao-Moan, Ortiz-Chen, Sakai-Okamura, Tovo-Benasciutti, Wirsching-Light e Single Moment, discutindo a precisão e desempenho de cada metodologia.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO:

2.1 MÉTODOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Diferentemente do método rainflow, os métodos que atuam no domínio da frequência partem da premissa de abordar o histórico das tensões randômicas como um sinal, denotado $x(t)$. Para este trabalho, assume-se que o processo é aleatório gaussiano com variável aleatória $X(t)$ e que o componente está submetido a um estado de tensão uniaxial.

Podemos analisar o sinal $x(t)$ através da PSD, $S_{xx}(\omega)$, que mensura a potência do sinal ao longo das frequências. Com base na PSD é possível classificar os sinais:

- Banda Estreita (NB): Distribuição pontual da potência em uma única frequência.
- Banda Larga (WB): Distribuição de potência ao longo de diversas frequências.

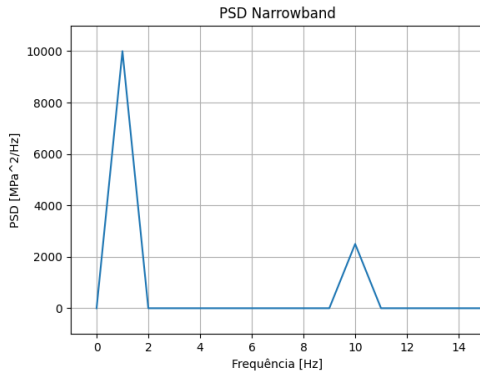


Figura 1: PSD de um processo Narrowband (O autor)

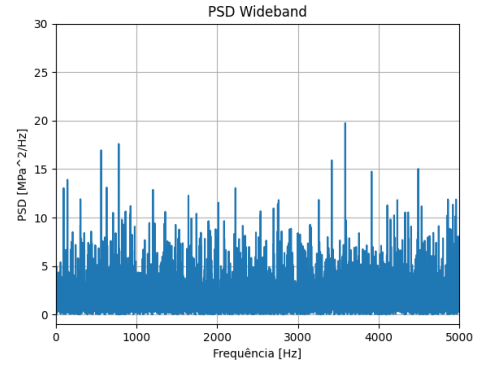


Figura 2: PSD de um processo Wideband (O autor)

Além da classificação, é possível obter informações úteis sobre o sinal, essenciais para calcular o dano e o tempo de vida em fadiga, por meio dos momentos i-ésimos espectrais, que podem ser calculados da seguinte forma:

$$m_i = \int_0^{\infty} f^i S_{xx}(\omega) d\omega \quad (1)$$

E com base nesses momentos espectrais e pelo equacionamento adequado, é essencial calcular os cruzamentos positivos em zero v_0^+ , a frequência dos picos do sinal v_p e o parâmetro que quantifica o comprimento da banda da seguinte forma:

$$v_0^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (2)$$

$$v_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (3)$$

$$\alpha_i = \frac{m_i}{m_i m_{2i}} \quad (4)$$

Outro parâmetro utilizado no cálculo de fadiga por alguns pesquisadores é o parâmetro de comprimento de banda de Vanmarcke ϵ_V , um caso particular do parâmetro de comprimento espectral ϵ :

$$\epsilon = \sqrt{1 - \alpha_i^2} \quad (5)$$

$$\epsilon_V = \sqrt{1 - \alpha_1^2} \quad (6)$$

2.1.1 PROCESSOS NARROWBAND

Os processos Narrowband (NB) possuem uma distribuição pontual de densidade espectral de potência (PSD) em uma frequência específica, onde os picos e cruzamentos em zero coincidem. Dentre os métodos espectrais, esse é o único que fornece uma solução fechada e exata (CRANDALL; MARK, 1963), ao contrário dos processos Wideband (WB). A distribuição de amplitudes segue a distribuição de Rayleigh, sendo a função densidade de probabilidade (PDF) expressa por:

$$d^{NB} = v_0^+ C^{-1} (\sqrt{2m_0})^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) \quad (7)$$

2.1.2.1 MÉTODO DE DIRLIK

O método de Dirlik (DIRLIK, 1985) se baseia em realizar a aproximação de uma função densidade de probabilidade, proposta por Dirlik em 1985, da PDF originada do método rainflow. Dirlik propôs esta aproximação com base em simulações numéricas. Além disso, apresenta uma boa aproximação do dano para processo WB bimodais. O cálculo da intensidade do dano pode ser obtido através da integração numérica da PDF de Dirlik, tendo a seguinte forma fechada e os seguintes parâmetros:

$$d^{DK} = v_p C^{-1} m_0^{\frac{k}{2}} \left[G_1 Q^k \Gamma(1 + k) + \sqrt{2}^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) (G_2 |R|^k + G_3) \right] \quad (8)$$

$$Z = \frac{x}{\sqrt{m}} \quad (9)$$

$$G_1 = \frac{2(x_m - \alpha_2^2)}{1 + \alpha_2^2} \quad (10)$$

$$G_2 = \frac{1 - \alpha_2 - G_1 + G_1^2}{1 - R} \quad (11)$$

$$G_3 = 1 - G_1 - G_2 \quad (12)$$

$$R = \frac{\alpha_2 - x_m - G_1^2}{1 - \alpha_2 - G_1 + G_1^2} \quad (13)$$

$$Q = \frac{1,25(\alpha_2 - G_3 - G_2 R)}{G_1} \quad (14)$$

$$x_m = \frac{m_1}{m_0} \left(\frac{m_2}{m_4} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (15)$$

2.1.2.2 MÉTODO DE JIAO-MOAN (JM)

Jiao e Moan (JIAO; MOAN, 1990) desenvolveram uma metodologia para cálculo de dano e vida em fadiga em processos WB bimodais, classificada como combinação do tipo do ciclo de dano de dois processos NB. Processos bimodais são compostos pela superposição de dois processos NB em frequências distintas: uma de alta frequência (HF) e outra de baixa frequência (LF), proporcionando o seguinte dano:

$$d^{JM} = \rho_{JM} d^{NB} = \left(\frac{v_{0,L}^+}{v_0^+} \left[m_1^{\frac{k}{2}+2} \left(1 - \sqrt{\frac{m_2^*}{m_1^*}} \right) + \sqrt{\pi m_1^* m_2^*} \frac{k \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{k}{2}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)} + \frac{v_{0,2}^+}{v_{0,X}^+} m_2^{\frac{k}{2}} \right] \right) d^{NB} \quad (16)$$

2.1.2.3 MÉTODO DE ORTIZ-CHEN (OC)

O método de Ortiz e Chen (ORTIZ; CHEN, 1987) é baseado em um fator de correção que considera propriedades da curva SN do material e parâmetros do processo WB. Para determinar esse fator, foi introduzido um novo parâmetro do processo WB, denominado β :

$$\beta = \sqrt{\frac{m_2 m_2 / k}{m_0 m_2 / k+2}} \quad (17)$$

O dano é calculado da seguinte forma:

$$d^{OC} = \rho_{OC} d^{NB} = \frac{\beta^k}{\alpha_2} v_0^+ C^{-1} (\sqrt{2m_0})^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) \quad (18)$$

2.1.2.4 MÉTODO DE SAKAI-OKAMURA (SO)

Sakai e Okamura (SHINSUKE; OKAMURA, 1995) desenvolveram uma metodologia para processos WB bimodais, classificada como combinação do tipo do ciclo de dano de dois processos NB. O método assume que o dano total é a soma dos danos individuais dos processos NB LF e NB HF, sem considerar qualquer interação entre eles. A equação para o cálculo do dano em um processo WB bimodal, segundo Sakai e Okamura, é:

$$d^{OC} = \frac{2^{\frac{k}{2}}}{2\pi C} \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) \left[m_{0,1}^{\frac{k-1}{2}} + m_{0,1}^{\frac{1}{2}} + m_{0,2}^{\frac{k-1}{2}} + m_{0,2}^{\frac{1}{2}} \right] \quad (19)$$

2.1.2.5 MÉTODO DE TOVO-BENASCIUTTI (TB)

Com base nas pesquisas de Frenthal e Rychlik, Tovo e Benasciutti perceberam que o dano causado por um processo Gaussiano WB segundo a contagem rainflow d^{RC} sempre estava limitado entre o dano de Frenthal e Rychlik e o dano de um processo NB. Desta forma tem-se:

$$d^{RC} = d^{NB} \alpha_2^{k-1} \quad (20)$$

Entre 2002 e 2005 (BENASCIUTTI; TOVO, 2007) os pesquisadores desenvolveram uma forma de calcular o dano que combinava linearmente o limite inferior e superior do intervalo em que o dano estava contido. A combinação dos danos proposta é:

$$d^{TB} = b d^{NB} + (1-b) d^{RC} \quad (21)$$

Onde b é um coeficiente proposto pelos autores:

$$b^{TB_2} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) [1,112 (1 + \alpha_1 \alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2)) e^{2,11 \alpha_2} + (\alpha_1 - \alpha_2)]}{(\alpha_2 - 1)^2} \quad (22)$$

2.1.2.6 MÉTODO DE WIRSCHING-LIGHT (WL)

O método de (WIRSCHING; LIGHT, 1980) calcula o dano causado por um processo WB utilizando um fator de correção baseado no dano de um processo NB. Esse fator de correção, obtido empiricamente por simulações numéricas via Monte Carlo, usa parâmetros da curva SN e é calculado da seguinte forma:

$$\rho_{WL} = a(k) + [1 - a(k)] (1 - \epsilon)^{b(k)} \quad (23)$$

Onde os termos a(k) e b(k) são funções de k, da curva SN do material:

$$a(k) = 0,926 - 0,033k \quad (24)$$

$$b(k) = 1,587k - 2,323 \quad (25)$$

2.1.2.7 MÉTODO SINGLE MOMENT (SM)

O método Single Moment (LOREN LUTES; LARSEN, 1989) proposto por Lutes e Larsen, se enquadra como combinação do ciclo de dano NB. Trata-se de uma formulação empírica baseada na análise do rainflow em processos WB

bimodais, resultando em uma melhoria da aproximação NB que usa o "2/k-ésimo" momento espectral. O dano causado por essa metodologia é calculado da seguinte forma:

$$d^{SM} = \frac{2^{k/2}}{2\pi C} \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) (m_{2/k})^{k/2} \quad (26)$$

3 METODOLOGIA:

O primeiro sinal abordado é advindo de uma solicitação uniaxial atuando em um aço SAE 1008, que é fruto da combinação de duas ondas senoidais com amplitudes e frequências distintas, onde a primeira onda apresenta frequência $f_1 = 1$ Hz, e amplitude $A_1 = 141,42$ MPa enquanto a segunda onda senoidal tem frequência $f_2 = 10$ Hz e amplitude $A_2 = 70,71$ MPa, o sinal combinado apresenta um período de um segundo, este sinal é proposto em um exemplo do livro de (LEE; BARKEY; KANG, 2012), ou seja, um sinal bimodal de pequena duração, como mostra a Figura 3. Desta forma, por meio de auxílio computacional providenciado por programação via Python e suas bibliotecas, é possível calcular a PSD do sinal (Figura 4), e extrair os momentos espectrais necessários para cada método, e assim calcular as estimativas de cada metodologia.

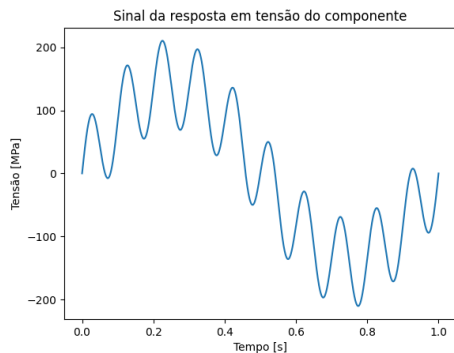


Figura 3: Sinal da resposta em tensão do componente

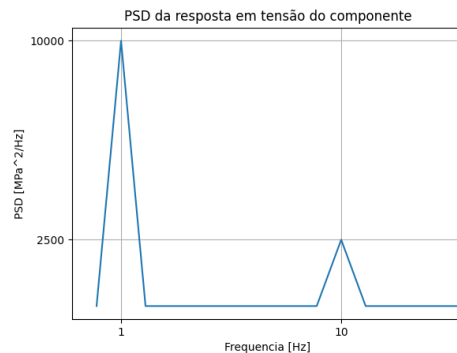


Figura 4: PSD da resposta em tensão do componente.

Para o segundo sinal analisado, trata-se inicialmente de um histórico de deformações, extraído por meio de sensores de deformação acoplados na junta soldada de uma carreta silo, na região que a fabricante considera o ponto crítico da união (Figura 5). Na aquisição de dados, foi utilizada uma frequência de amostragem de 1 KHz ao longo de um período de uma hora (DURAN; BERMUDEZ; FRANCISCO, 2024). O histórico abordado neste segundo momento é mais robusto e realista que o primeiro histórico descrito anteriormente, uma vez que é obtido experimentalmente. Em posse destes dados e considerando que o estado de tensões é biaxial, mas as tensões normais ao cordão de solda são mais significativas que as demais, o que possibilita a simplificação para um estado uniaxial de tensões. Assim, é possível calcular a tensão por Lei de Hooke, multiplicando-se a deformação medida experimentalmente pelo módulo de elasticidade do material E ($E = 200$ GPa), permitindo calcular o histórico de tensões a qual a estrutura foi submetida (Figura 6). O sinal foi categorizado como de banda larga com três frequências características, e de forma semelhante ao que foi feito com o histórico de tensões anterior, o aparato computacional foi amplamente utilizado no cálculo das aproximações fornecidas, em termos de dano e vida em fadiga, de cada metodologia.

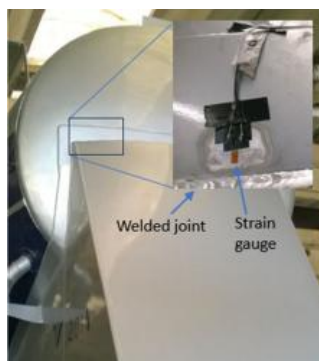


Figura 5: Esquema da captação dos dados experimentais do segundo sinal.

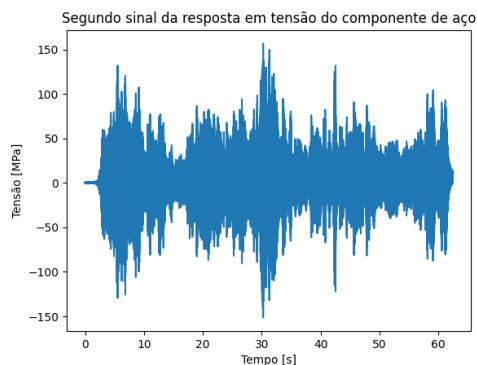


Figura 6: Segundo sinal da resposta em tensão

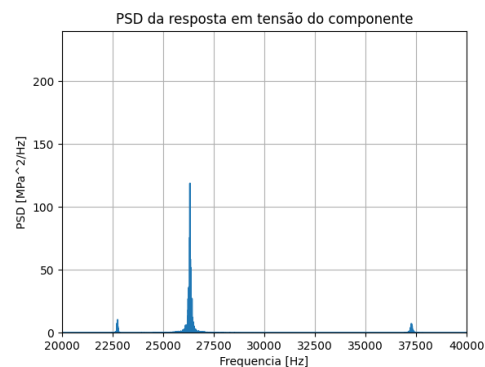


Figura 7: PSD segundo sinal da resposta em tensão

E finalmente, em posse de sinais distintos, de forma que um histórico foi criado artificialmente, de natureza bimodal e outro extraído de um processo real, portanto, naturalmente mais randômico e realista, foi possível comparar o desempenho de cada metodologia em situações completamente distintas, e confirmando pontos de maior e menor efetividade apontadas pelos autores de cada método.

4 RESULTADOS

Com auxílio de algoritmos desenvolvidos pelo autor, e validados com auxílio da biblioteca “FLIFE” (MRŠNIK; SLAVIČ; BOLTEŽAR, 2013), prosseguindo com o cálculo do dano e do tempo de vida em fadiga do componente produzido em SAE 1008:

Tabela 1: Dano e tempo de vida em fadiga do componente do primeiro sinal.

	Rainflow e Miner	OC	TB	Dirlik	WL	SO	JM	SM
Dano [1/s]	$4,35 \times 10^{-5}$	$5,62 \times 10^{-4}$	$1,45 \times 10^{-4}$	$1,39 \times 10^{-4}$	$2,59 \times 10^{-4}$	$7,94 \times 10^{-6}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$2,3 \times 10^{-5}$
Tempo [s]	$2,30 \times 10^4$	$1,78 \times 10^3$	$6,91 \times 10^3$	$7,20 \times 10^3$	$3,86 \times 10^3$	$1,26 \times 10^5$	$9,2 \times 10^2$	$4,34 \times 10^4$

Tabela 2: Dano e tempo de vida em fadiga do componente do segundo sinal.

	Rainflow e Miner	OC	TB	Dirlik	WL	SO	JM	SM
Dano [1/s]	$3,22 \times 10^{-7}$	$1,77 \times 10^{-7}$	$5,86 \times 10^{-7}$	$9,30 \times 10^{-9}$	$4,15 \times 10^{-7}$	—	—	$5,74 \times 10^{-6}$
Tempo [s]	$3,11 \times 10^6$	$8,54 \times 10^6$	$1,71 \times 10^6$	$1,08 \times 10^8$	$2,41 \times 10^6$	—	—	$1,74 \times 10^5$

Como foi apresentado, pela metodologia de contagem de ciclos pelo método rainflow e posteriormente aplicando a regra de dano de Palmgren-Miner é possível calcular de forma precisa o dano e o tempo médio de vida em fadiga de um dado componente.

Em um primeiro momento, é notável que de forma geral, os métodos fornecem boas aproximações do método rainflow. Alguns métodos apresentam resultados mais conservativos do que outros, sendo resultado do tipo de processo WB e de que material se trata.

O mais conservativo da coletânea de métodos apresentados foi o Jiao-Moan. O que já devia ser esperado, uma vez que o sinal bimodal em questão não apresenta frequências distanciadas o suficiente, podendo ser demonstrado pelo parâmetro $m_1^* = 0,8$. O que resulta em um $\rho_{JM} > 1$, (JIAO; MOAN, 1990) fornecendo um resultado extremamente conservativo se comparado ao estabelecido pelo método rainflow.

Por outro lado, o menos conservativo, Sakai-Okamura, teve esse resultado devido a uma contribuição do material, uma vez que o método perde precisão para k (propriedade referente a curva SN) maiores, no nosso caso, o SAE1008 apresenta k de aproximadamente 5,56. Além disso os parâmetros b e r do método, para o sinal em questão, foi calculado

um valor de $b=0,25$ e $r=10$, que se situam em uma região de baixa precisão do método (SHINSUKE; OKAMURA, 1995), e de natureza não conservativa.

Ambos os métodos discutidos acima, Jiao-Moan e Sakai-Okamura, são métodos desenvolvidos para sinais bimodais, mas ambos os métodos exigem que as duas frequências estejam adequadamente distantes, o que não é o caso do sinal abordado, uma vez que as frequências $f_1 = 1 \text{ Hz}$ e $f_2 = 10 \text{ Hz}$, se encontram relativamente próximas, comprometendo a precisão desses métodos, e ainda, a contribuição do k do SAE 1008 também deve ser considerada, pois se trata de um parâmetro relativamente alto em comparação com k 's de regiões com maior precisão.

No âmbito dos métodos baseados em fatores de correção, como o método de Ortiz-Chen, Tovo-Benasciutti e Wirsching-Light, fornecem estimativas relativamente próximas, relativamente mais conservativas que o calculado via combinação do rainflow e da regra de dano de Miner. É válido lembrar que as metodologias são propostas para os mais diversos processos WB, ou seja, são abordagens mais gerais no âmbito dos sinais WB. Entre as metodologias dessa classe, além disso Tovo-Benasciutti forneceu a aproximação mais precisa.

Em relação a Dirlik, que realiza uma aproximação de uma dada função densidade de probabilidades com função densidade de probabilidades da metodologia rainflow, foram obtidos resultados conservativos, mas relativamente próximos aos estabelecidos pelo rainflow. É válido lembrar que não se trata de um método designado exclusivamente para processos WB bimodais, e independentemente disso, ainda sim fornece resultados mais coerentes que as metodologias exclusivas para tais processos.

E por fim, a metodologia Single-Moment, que foi dentre as metodologias utilizadas nesse trabalho, a que mais se aproximou da calculada via rainflow, e ainda a aproximação foi menos conservativa. Portanto, fornecendo boa aproximação para este processo bimodal.

Em relação ao segundo sinal, notamos que os métodos que se utilizam de fatores de correção foram mais efetivos que os demais, obtendo danos e tempo em fadiga na mesma ordem de grandeza e valores relativamente próximos ao calculado via rainflow e critério de dano de Palmgren-Miner.

Para o segundo sinal, nota-se que o método Single Moment, obteve o resultado menos conservativo, enquanto o método de Dirlik obteve os resultados mais conservativos.

5 CONCLUSÕES

Diante do que foi apresentado, é notável algumas considerações interessantes a respeito das metodologias apresentadas. Um primeiro ponto a ser considerado é a natureza do processo bimodal proposto, trata-se de um sinal extremamente curto de duração de 1 segundo e com frequências próximas, e que somado as propriedades do material referente a fadiga, comprometem a precisão dos métodos.

Também foi possível observar que quando uma metodologia é adotada em uma análise de fadiga a fim de estipular dano e vida em fadiga, é importante considerar diversos fatores para selecionar o método. Por exemplo, Jiao-Moan e Sakai-Okamura fornecem parâmetros que permitem avaliar a precisão do método para as particularidades do nosso processo, permitindo ponderar qual a metodologia utilizar.

Além disso, é perceptível que mesmo as metodologias mais gerais para processos WB (banda larga) também fornecem estimativas precisas. Portanto, uma alternativa ao método rainflow combinado com a regra de Miner que é computacionalmente custoso (devido o processamento ponto a ponto do histórico de tensões), é avaliar as estimativas de dano e vida em fadiga de diversas metodologias no domínio da frequência. Pois dessa forma, a análise é enriquecida, o que pode ser percebido em comparação com os dois sinais apresentados, onde metodologias que obtiveram boas aproximações no primeiro sinal não reproduziram o mesmo feito para o segundo sinal, e metodologias que não forneceram aproximações adequadas no primeiro sinal foram melhores no segundo sinal. Ou seja, utilizar diversas metodologias baseadas no domínio da frequência é uma prática enriquecedora a nossa análise e computacionalmente menos desgastante do que utilizar a combinação rainflow e regra de Miner.

6 AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) da Universidade Federal Fluminense (UFF) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio concedido por meio da bolsa de iniciação científica. O incentivo proporcionado foi fundamental para o desenvolvimento deste projeto e para o meu crescimento acadêmico e profissional. Agradeço também ao meu orientador, Jorge Alberto Rodriguez Duran, pelo suporte, orientação e dedicação ao longo de toda a pesquisa.

7 REFERÊNCIAS

BENASCIUTTI, D.; TOVO, R. On fatigue damage assessment in bimodal random processes. **International Journal of Fatigue**, v. 29, n. 2, p. 232–244, fev. 2007.

CRANDALL, S. H.; MARK, W. D. **Random Vibration in Mechanical Systems**. 1. ed. New York: Academic Press New York and London, 1963.

DIRLIK, T. **Application of computer in fatigue analysis**. Coventry: University of Warwick, jan. 1985.

DURAN, J. A. R.; BERMUDEZ, P. R.; FRANCISCO, A. S. Extrapolation of real service loads to longer periods. **Acta Mechanica**, v. 235, n. 4, p. 1751–1759, 1 abr. 2024.

JIAO, G.; MOAN, T. Probabilistic analysis of fatigue due to Gaussian load processes. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 5, p. 76–83, nov. 1990.

LEE, Y.-L.; BARKEY, M. E.; KANG, H.-T. **Metal Fatigue Analysis Handbook**. 1. ed. Massachusetts: Elsevier, 2012.

LOREN LUTES, B. D.; LARSEN, C. E. IMPROVED SPECTRAL METHOD FOR VARIABLE AMPLITUDE FATIGUE PREDICTION. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, p. 1149–1164, 7 fev. 1989.

MRŠNIK, M.; SLAVIČ, J.; BOLTEŽAR, M. Frequency-domain methods for a vibration-fatigue-life estimation - Application to real data. **International Journal of Fatigue**, v. 47, p. 8–17, fev. 2013.

NWM, B.; F SHERRATT. **Finite Element Based Fatigue Calculations**. 1. ed. Farnham: NAFEMS, 2000. v. 1

ORTIZ, K.; CHEN, N. Fatigue damage prediction for stationary wideband processes. **Journal of the Structural Division**, v. 106, 1987.

SHINSUKE, S.; OKAMURA, H. On The Distribution of Rainflow Range for Gaussian Random Processes with Bimodal PSD. **JSME International Journal**, v. 38, 1995.

WIRSCHING, P. H.; LIGHT, M. C. Fatigue under Wide Band Random Stresses. **Journal of the Structural Division**, v. 106, n. 7, p. 1593–1607, 1980.