



XXX Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica
19 a 23 de agosto de 2024, Uberaba, Minas Gerais, Brasil

MODELAGEM FLUIDO-ESTRUTURAL UTILIZANDO EQUAÇÕES DE MOVIMENTO E MÉTODO DE FRONTEIRA IMERSA

Luís Eduardo Silva Borges, luis.eduardo@ufu.br¹
Aristeu Silveira da Neto, aristeus@ufu.br¹
Freddy Portillo Morales, freddyalejandropm@ufps.edu.co¹

¹Universidade Federal de Uberlândia.

Resumo. Neste trabalho foi feita a análise da trajetória de um corpo imerso em fluido com diferentes graus de liberdade. Para tal análise foi utilizado um modelo computacional desenvolvido e adicionado ao código base MFsim, de autoria do Laboratório de Mecânica dos Fluidos da Universidade Federal de Uberlândia (MFLAB -UFU). Para avaliar o comportamento do corpo foram utilizadas as Equações de Euler para corpos rígidos e a Segunda lei de Newton, ambas as equações foram alimentadas pelo termo forçante do Método de Fronteira Imersa, que é a metodologia utilizada para a interação fluido-estrutura deste problema computacional. A partir da análise dos resultados se obteve consistência nos mesmo para diferentes refinamentos de malha e diferentes graus de liberdade aplicadas ao corpo. Também foram realizadas comparações com resultados baseados em correlações da literatura.

Palavras-chave: Fronteira Imersa, interação Fluido-Estrutura, Mecânica dos Fluidos Computacional

Abstract. In this work, an analysis of the trajectory of a body immersed in fluid with different degrees of freedom was conducted. For this analysis, a computational model was developed and added to the base code MFsim, authored by the Fluid Mechanics Laboratory of the Federal University of Uberlândia (MFLAB-UFU). To evaluate the behavior of the body, Euler's equations for rigid bodies and Newton's Second Law were used, both equations were fed by the forcing term of the Immersed Boundary Method, which is the methodology used for the fluid-structure interaction of this computational problem. Consistency in the results was obtained from the analysis for different mesh refinements and different degrees of freedom applied to the body. Comparisons were also made with results based on correlations from the literature.

Keywords: Immersed boundary, Fluid-structure interaction, Computational Fluids Dynamics

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, é possível observar um aumento no número de aplicações e pesquisas envolvendo a utilização dos métodos de Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC) – ou em inglês *Computational Fluids Dynamics* (CFD) – para solucionar problemas de engenharia, saúde e diversas outras áreas. Em resposta a essa crescente demanda, é notável a exigência de novas abordagens utilizando os métodos já existentes, além do desenvolvimento de novos visando realizar melhores experimentações computacionais.

Um dos principais campos de aplicações do CFD são as interações fluido estruturais, que devido à gama de aplicações cada vez maior tem exigido grande flexibilidade e capacidade computacional dos métodos utilizados neste tipo de simulações. Dentro destes métodos se destacam aqueles que são focados em modelar um corpo imerso em um fluido qualquer, sendo este um dos problemas mais frequentes na abordagem fluido-estrutura. Uma das principais dificuldades de se modelar esses escoamentos é a adaptação da malha de fluido para a geometria estudada que muitas vezes não segue padrões definidos ou exigem um pré-processamento mais lento e oneroso devido à dificuldade da adaptação da malha de fluido. Desta forma, várias metodologias e abordagens foram desenvolvidas para tornar possível este tipo de acoplamento. Uma dessas metodologias utilizadas é a classe dos métodos de fronteira imersa que surgem como uma alternativa para simplificar o cálculo do escoamento fluídico, possibilitando a construção de um domínio euleriano conforme, sem perder precisão na descrição física dos fenômenos envolvidos.

Com o objetivo de se explorar as possibilidades que este método proporciona, o presente trabalho tem como objetivo avaliar a trajetória de um corpo, sob ação exclusiva da gravidade e das forças provenientes da interação com o fluido à sua volta. Para conseguir avaliar as forças que o fluido exerce no corpo foi utilizado o termo forçante do método de fronteira imersa, que também foi utilizado para modelar a interface fluido-estrutural. Para o cálculo do movimento foram implementadas modelos numéricas que representassem a velocidade e aceleração, linear e angular, de um corpo a partir das forças que agem sobre ele, tais modelos foram baseadas do balanço de momento angular e linear em um corpo sólido. O código computacional base utilizado foi o MFsim desenvolvido pelo Laboratório de Mecânica dos Fluidos situado na

Universidade Federal de Uberlândia (MFLAB-UFU). As rotinas numéricas desenvolvidas foram incorporadas ao código já existente.

1.1 O método de fronteira imersa

Os métodos de fronteira imersa, segundo Santos (2022), consistem em uma malha euleriana que define o domínio fluido e uma malha lagrangiana que representa o corpo imerso, de forma que essas duas malhas são independentes entre si. Pelo fato da malha euleriana ser independente do sólido, ela pode ser modelada de forma também independente, sendo assim, costuma se adotar malhas cartesianas estruturadas, para facilitar a construção e o cálculo do escoamento. Devido a conformidade da malha euleriana os métodos de fronteira imersa acabam se tornando mais baratos em relação a outros métodos quanto mais complexa é a geometria que se está trabalhando.

Para avaliar o efeito da presença de uma malha lagrangiana no domínio de fluido, um termo forçante é adicionado ao balanço de quantidade de movimento, também chamado de Equação de Navier-Stokes, as células que estão ao redor da fronteira imersa, de forma que a representar a diferença entre a velocidade do fluido e a velocidade da fronteira, garantindo a condição de não deslizamento entre os dois domínios. A dificuldade do método de fronteira imersa, e a principal diferença entre os diferentes métodos da literatura, é a obtenção deste termo de força.

Existem várias formas de se calcular este termo, desde a utilizada originalmente por Peskin (1972), às desenvolvidas mais recentemente como o método do modelo virtual desenvolvido por A.L.F. Lima E Silva *et. al* (2003) e o método desenvolvido por Wang, Fan e Luo (2008). O presente trabalho utilizou este último, conhecido como método da múltipla imposição da força (*multi-direct-forcing* MDF), esta abordagem obtém o termo forçante a partir de múltiplas iterações em cada passo de tempo a fim de garantir a condição de não deslizamento entre um passo de tempo e outro, assegurando a convergência dos cálculos. A equação abaixo representa a Eq. (1) do balanço da quantidade de movimento linear, para um fluido incompressível e viscoso, com o termo forçante da fronteira imersa:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \vec{F} \quad (1)$$

Onde ρ é a massa específica, \vec{v} a velocidade, t o tempo P a pressão, μ a viscosidade cinemática. Todos são propriedades do fluido. \vec{F} é o termo forçante do método de fronteira imersa.

2. METODOLOGIA

2.1 Modelos adotados

Para realizar análises iniciais da consistência do método utilizado para avaliar a trajetória das partículas, se considerou o problema de uma esfera em queda livre, sob ação exclusiva da gravidade e do fluido que a envolve – água para o caso utilizado – a partir disto, se construiu vários tipos de modelo para se chegar ao modelo computacional que foi utilizado para se obter os resultados. A definição dos modelos físico, numérico e computacional estão descritos abaixo, todos descrevem modelos referentes à esfera em queda.

Foram feitas análises utilizando diferentes graus de liberdade, para analisar a influência dos mesmos nos resultados finais. Os graus de liberdade atribuídos foram 1, 3 e 6 graus progressivamente.

Os modelos desenvolvidos levam em conta todos os graus de liberdade, considerando que a demonstração dos modelos com menos graus de liberdade se tornam triviais após isto.

2.1.1 Modelo Físico

Para representar a esfera em queda livre e todas as forças de interação fluido-estrutural presentes no sistema, como empuxo, gravidade e forças devidas à natureza do escoamento, se adotou o modelo físico representado na Fig. 1.

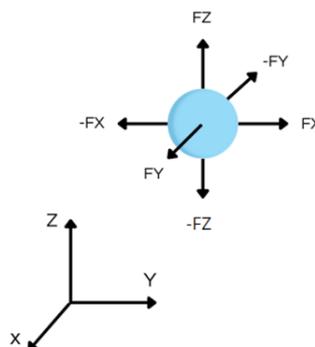


Figura 1. Modelo Físico de uma esfera em queda livre

No modelo apresentado as forças na direção z se devem ao campo de pressão, proveniente do escoamento, e ao campo gravitacional imposto na mesma. Nas demais direções, as forças se devem unicamente à interação entre o fluido e o corpo imerso. Foi considerado um escoamento transiente, fluido incompressível e com condições de contorno de segunda espécie.

2.1.2 Modelo Matemático

Como o foco principal do estudo é analisar o movimento da fronteira, serão desenvolvidas em todos os tipos de modelo apresentados apenas as equações de movimento, as demais equações utilizadas para o cálculo da simulação numérica, como o acoplamento pressão velocidade serão omitidos.

Equação (2), translação (2° Lei de Newton):

$$\vec{F} = m * \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2)$$

Na qual \vec{F} é a força externa aplicada, \vec{v} é o vetor velocidade e m a massa do corpo rígido.
Equação (3), rotação (Equações de Euler para rotação):

$$\vec{\Gamma} = \left(\frac{d\vec{L}}{dt} \right) + \vec{\omega} * \vec{L} \quad (3)$$

Ou na forma escalar, Eq. (4), (5) e (6):

$$\Gamma_1 = \dot{\omega}_1 * \lambda_1 + (\lambda_3 - \lambda_2)\omega_2 * \omega_3 \quad (4)$$

$$\Gamma_2 = \dot{\omega}_2 * \lambda_2 + (\lambda_1 - \lambda_3)\omega_1 * \omega_3 \quad (5)$$

$$\Gamma_3 = \dot{\omega}_3 * \lambda_3 + (\lambda_2 - \lambda_1)\omega_1 * \omega_2 \quad (6)$$

Na qual $\vec{\Gamma}$ é o torque externo aplicado, ω a velocidade angular, λ o momento de inércia em cada eixo, L o vetor de inércia e $\dot{\omega}$ a aceleração angular do corpo.

Para o cálculo do fluido foi utilizado a equação de Navier-Stokes com o termo de força imposto, como prevê o método da fronteira imersa. O detalhamento matemático de como é calculado a força da fronteira imersa será omitido, por não ser o foco do trabalho.

Equação (7), Navier-Stokes na coordenada 1 para fluidos newtonianos e compressíveis:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \vec{g} - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_3^2} \right) + F_i \quad (7)$$

Na qual u , v e w são as componentes do vetor velocidade nas direções x_1 , x_2 e x_3 respectivamente. $\frac{\partial p}{\partial x_1}$ é a derivada do campo de pressão na coordenada de interesse, assim como t e ρ são respectivamente o tempo e a densidade do fluido (constante por hipótese) F_i é o termo de força imposto no método de fronteira imersa. As demais coordenadas de interesse para o estudo x_1 e x_2 possuem equações semelhantes e com escrita quase idênticas, motivo pelas quais não serão mostradas no presente desenvolvimento.

2.1.3 Modelo Numérico

As equações de Newton e Euler foram discretizadas utilizando o método de Euler de primeira ordem. A justificativa para a escolha de uma baixa ordem numérica é que o tempo computacional utilizado na simulação é baixo o suficiente para permitir convergência mesmo utilizando métodos de primeira ordem. Outra justificativa para a escolha é que o acoplamento de pressão velocidade no código utilizado já é feito com métodos de primeira ordem e não faz sentido utilizar métodos de ordem superior com resultados obtidos de métodos de ordem inferior.

Modelo numérico da segunda Lei de Newton utilizando o Método de Euler, a Eq. (8):

$$\vec{F} = m * \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = m * \frac{v^{n+1} - v^n}{dt}$$

$$v^{n+1} = v^n + \frac{\vec{F} * dt}{m} \tag{8}$$

Na qual n é o passo de tempo anterior ao analisado, e \vec{F} a força na forma vetorial.

Modelo numérico das Equações de Euler para Corpos Rígidos utilizando o método de Euler na primeira coordenada de interesse, Eq.: (9):

$$\Gamma_1 = \frac{d\omega_1}{dt} * \lambda_1 + (\lambda_3 - \lambda_2)\omega_2 * \omega_3$$

$$\Gamma_1 = \frac{\omega_1^{n+1} - \omega_1^n}{dt} * \lambda_1 + (\lambda_3 - \lambda_2)\omega_2 * \omega_3$$

$$\omega_1^{n+1} = \omega_1^n + (\Gamma_1 - (\lambda_3 - \lambda_2)\omega_2 * \omega_3) * \frac{dt}{\lambda_1}$$

$$\omega_1^{n+1} = \omega_1^n + (\Gamma_1 + (\lambda_2 - \lambda_3)\omega_2 * \omega_3) * \frac{dt}{\lambda_1} \tag{9}$$

Novamente, as rotinas numéricas valem para as três coordenadas analisadas, sendo que as deduções para as demais serão omitidas devido a semelhança entre as equações.

2.1.4 Modelo Computacional:

A partir do modelo numérico foi construído o modelo computacional utilizado para realizar os cálculos, a lógica de execução segue o fluxo da Fig. 2. Esse fluxo é repetido até que se atinja o tempo requerido na simulação transiente, o código foi desenvolvido em Fortran e os trechos do mesmo não serão apresentados por direitos de autoria do MFLAB junto à Petrobrás.

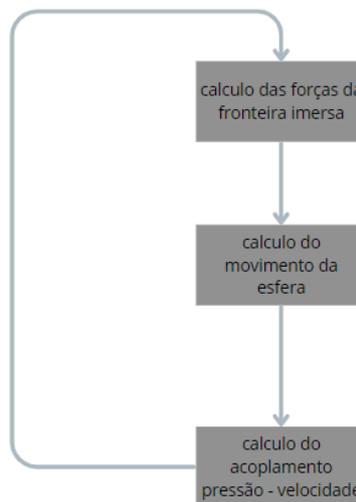


Figura 2. fluxo lógico do modelo computacional

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para que fosse possível comparar os efeitos do refinamento e do número de graus de liberdade na simulação, foram conduzidas seis simulações, variando esses dois parâmetros entre si. Para todas as simulações realizadas foram utilizados os mesmos dados de peso, diâmetro, massa específica do fluido e do corpo. Os principais dados de entrada estão dispostos na Tab.1. A relação entre os nomes, o refinamento e o número de graus de liberdade de cada simulação esta mostrado na Tab.2.

Tabela 1. Dados de entrada da simulação

Dados de entrada	
Densidade do fluido	1000 [kg/m ³]
Densidade da esfera	2000 [kg/m ³]
Diâmetro da esfera	0,1 [m]
Momento de inercia	0,0010472 [kg*m ²]
Tempo de simulação	3 [s]

Tabela 2. Relação casos simulados

Título das simulações	Refino (volumes por diâmetro de esfera)	Graus de Liberdade
1_DOF_20	20	1
1_DOF_40	40	1
3_DOF_20	20	3
3_DOF_40	40	3
6_DOF_20	20	6
6_DOF_40	40	6

Alguns dos resultados das simulações acima foram comparados com os resultados obtidos a partir de uma correlação empírica, retirada de White (1991) do valor do coeficiente de arrasto para esferas. Foram feitas comparações da velocidade, força, coeficiente de arrasto e do efeito da malha nos ruídos numéricos da simulação.

3.1. Análise temporal das propriedades

Para simplificar os cálculos e termos adiante, definiremos um número adimensional chamado Número de Reynolds (Re), definido na Eq. (10). Ele é uma forma de verificar os efeitos das forças viscosas em relação aos efeitos das forças inerciais, também é utilizado como parâmetro quando queremos avaliar a condição do escoamento (laminar, ou turbulento).

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} \quad (10)$$

No qual μ é a viscosidade dinâmica do Fluido.

Antes da análise das propriedades do escoamento propriamente ditas, é importante mostrar visualizações do perfil de escoamento que foi obtido durante a simulação. A Fig. 3 mostra o perfil das estruturas turbilhonares que se formou logo atrás da esfera, com a passagem da mesma. É possível observar a formação de perfis que podem ser caracterizados como laminar, transição e turbulência no mesmo escoamento. A partir desta imagem é possível concluir a influência do comportamento turbulento no escoamento e talvez no corpo imerso.

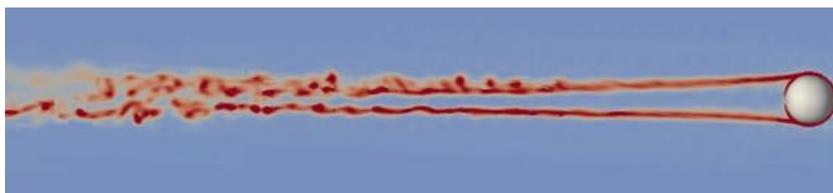


Figura 3: Escoamento em torno da esfera. Visualização da magnitude da vorticidade. Figura rotacionada 90°

A primeira e principal propriedade a ser analisada é o perfil de velocidade da esfera ao longo do tempo. A Fig. 4 mostra uma comparação do perfil de velocidade das diferentes simulações e do valor obtido por meio de correlação empírica que será chamado de referência. É possível observar que o valor da velocidade terminal não varia substancialmente com a variação do número de graus de liberdade ou com o refino da malha utilizada. Por outro lado, todos os valores obtidos se distanciam do valor obtido como referência, apesar de terem perfis de velocidade qualitativamente semelhantes entre si.

Outro fator que é possível de se observar na Fig. 4 é que não é possível sinalizar quais das condições de simulação foram mais fiéis à realidade, uma vez que não se conhece os motivos para as discrepâncias quantitativas entre as simulações e a referência.

Tal diferença entre os valores obtidos e os valores de referência, pode ser devido à simplificação que a experimentação numérica carrega em relação à experimentação material, visto que nem toda a física é representada no primeiro caso. A Tab. 3 mostra os valores médios obtidos da velocidade terminal de cada uma das simulações. Os valores de velocidade obtidos mostram que os resultados estão próximos entre si, com exceção das velocidades de 1_DOF_40 e 3_DOF_20 que apresentam diferença de 12% entre si.

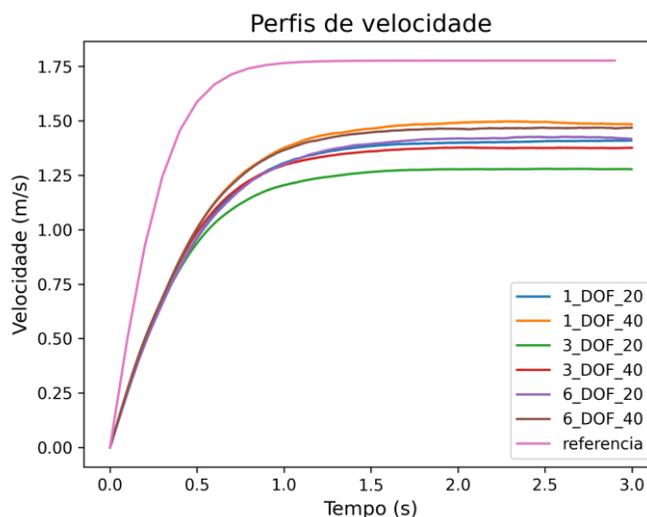


Figura 4. Perfis de velocidade das diferentes simulações realizadas

Tabela 3. Diferença entre as velocidades terminais obtidas

	Velocidade terminal [m/s ²]	Erro em relação à referência (1.78 [m/s])
1_DOF_20	1.41	20.63 %
1_DOF_40	1.48	16.51 %
3_DOF_20	1.28	28.08 %
3_DOF_40	1.38	22.55 %
6_DOF_20	1.42	20.20 %
6_DOF_40	1.47	17.35 %

Apesar de valores como 18 e 22% de diferença serem substanciais, se considera que a simulação seja consistente pela proximidade das diferentes condições simuladas. Investigações posteriores serão realizadas a fim de encontrar as causas para tal diferença, um dos caminhos a ser seguido é ativar um modelo de turbulência que não foi considerado nas simulações, apesar do alto Número de Reynolds apresentado.

Outro parâmetro analisado é o perfil de crescimento, em relação ao número de Reynolds, da força que o fluido exerce na esfera. Um número que melhor expressa essa propriedade é o chamado coeficiente de arrasto (c_d) que é um adimensional utilizado para avaliar a força que o fluido exerce sobre um corpo, está definido na Eq. (11).

$$c_d = \frac{F_d}{A \frac{\rho V^2}{2}} \quad (11)$$

Na qual F_d é a força na direção de interesse, ou na direção do escoamento, A é a área de referência do corpo - no caso da esfera o círculo de mesmo raio - e ρ a densidade do fluido do escoamento.

A curva do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds é mostrado na Fig. 5. É possível observar que, apesar dos valores terminais se aproximarem. O valores de Reynolds iniciais foram omitidos devido à grande discrepância entre a equação de referência e os resultados obtidos, esta diferença se deve aos efeitos das forças inerciais no início do escoamento, que são maiores que as forças viscosas, fato que faz com que a correlação não seja válida para baixos valores na velocidade relativa entre o corpo e o fluido.

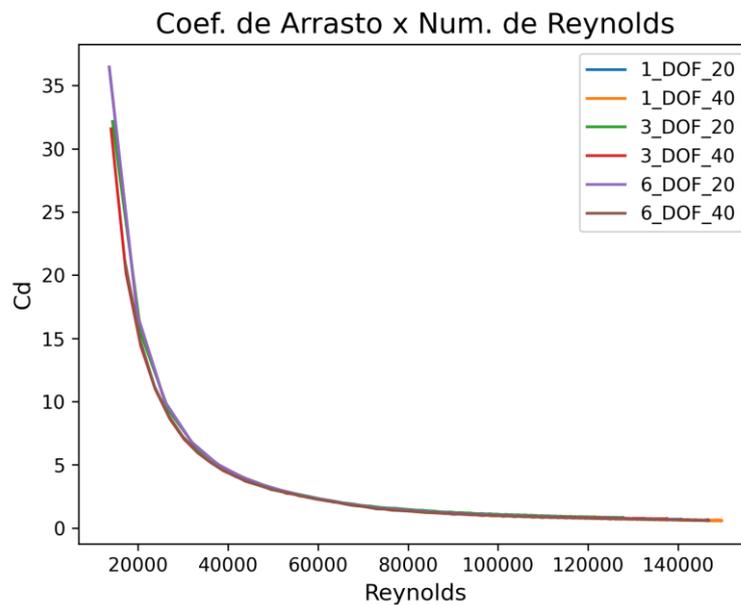


Figura 5. Coeficiente de arrasto simulado função de Reynolds

Para efeitos comparativos, a Fig.6 mostra o perfil retirado da literatura, no qual a equação escolhida é a 3 – 255 indicada na mesma figura. Os valores foram obtidos de forma experimental e foram apresentados no livro de White (1991), o experimento foi realizado com uma esfera em queda livre, como explica o autor. Um interessante aspecto da imagem é a aparição da região da “crise do arrasto” no qual ocorre o descolamento da camada limite e uma queda brusca no coeficiente de arrasto da esfera (Reynolds por volta de 10^5) tal característica do escoamento não pode ser captada pela simulação numérica, devido à falta de resolução da mesma e da representatividade das equações utilizadas. O Reynolds das simulações não chega ao crítico de 10^5 como mostrado na Fig. 5.

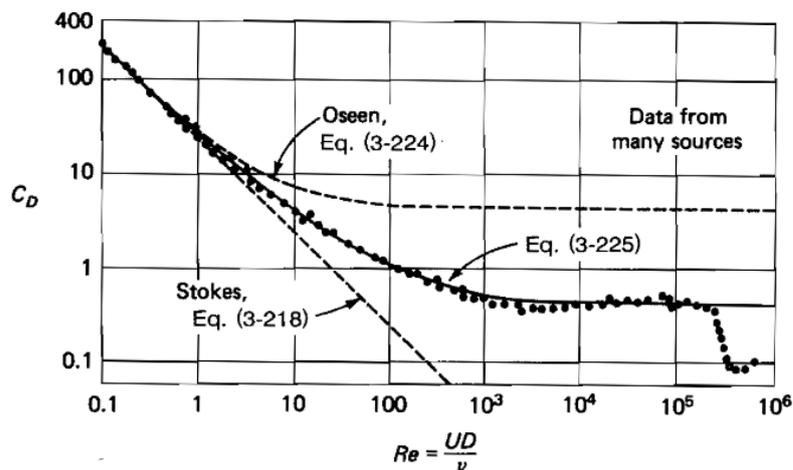


Figura. 6 Curvas de ajuste para coeficiente de arrasto sob uma esfera, retirado de Viscous Fluid Flow (White ,1991)

É possível estabelecer um comparativo qualitativo entre as duas curvas, porém, novamente, temos que qualitativamente os valores do coeficiente de arrasto, quando estabilizado (caracterizado pela assíntota horizontal) diferem dos valores simulados para os valores obtidos por meio de correlação. O que pode ser explicado, novamente, pela ausência de um modelo de turbulência por parte da simulação e pela mesma não representar todos os fenômenos físicos envolvidos.

4. CONCLUSÃO

A partir do trabalho realizado é possível explorar diferentes abordagens na simulação de interações fluido-estruturais envolvendo corpos imersos, utilizando o método da fronteira imersa. Apesar da discrepância quantitativa dos resultados obtidos em relação à correlação, se obteve uma consistência relevante dentre as experimentações numéricas realizadas. Diante desta consistência obtida serão feitas investigações mais aprofundadas a respeito dos fatores que levam às diferenças entre resultados acima citada, nas quais o principal foco será o uso de modelagens para escoamentos turbulentos, visto o alto número de Reynolds obtido.

Além disto, um importante resultado obtido é a possibilidade da utilização do termo forçante do método de fronteira imersa para avaliar condições físicas em corpos sujeitos à essas forças, o que dá maior versatilidade à códigos que utilizam essa metodologia abordarem uma gama maior de problemas.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal de Uberlândia, ao Laboratório de Mecânica dos Fluidos e a Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras). Pelo apoio e pela infraestrutura fornecidos.

6. REFERÊNCIAS

- Lima e Silva, A.L.F., Silveira-Neto A., Damasceno J.J.R., 2003. "Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method". *Journal of Computational Physics*, Vol. 189, p. 351-370
- Peskin, C. S., 1971. "Flow Patterns Around Heart Valves: A Numerical Method". *Journal of Computational Physics*, Vol. 10, p. 252-271
- Santos, G.M., 2022. *Transferência Térmica Conjugada Utilizando Fronteira Imersa para Solução de Problemas Bidimensionais*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia
- Wang, Z., Fan, J. e Luo, K., 2007. "Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles". *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 34, p. 283-302
- White, F. M., 1991. "Viscous Fluid Flows". McGraw Hill, Rhode Island, 2ª edição.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.