

CONTROLE DE MICRO VANT BIOINSPIRADO USANDO DESIGUALDADES MATRICIAIS

João Pedro Godoy Nunes da Cunha, jp.cunha@unesp.br¹
Douglas D. Bueno, douglas.bueno@unesp.br¹

¹Faculdade de Engenharia - Câmpus de Ilha Solteira - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Avenida Brasil, 56 - Centro - Ilha Solteira/SP - CEP 15385-000

Resumo. Veículos aéreos não tripulados (VANTs) têm sido empregados em diversas aplicações. Com o cenário atual, que compreende o envolvimento de importantes empresas em diferentes partes do mundo, tem um crescente conjunto de aplicações potenciais, que devem impactar de forma relevante as atividades de agropecuária, entretenimento, domésticas, além de transformar os setores aeronáutico, militar e industrial em geral. No entanto, a comunidade de engenharia ainda deve superar desafios técnicos diversos, para se garantir segurança, eficiência e precisão na realização de tarefas empregando VANTs. Em particular, para a classe de VANTs bioinspirados, são ainda maiores os desafios, visto a relativamente limitada disponibilidade de trabalhos. Neste sentido, o presente trabalho apresenta uma análise dinâmica de um micro VANT bioinspirado, também considerando a utilização da desigualdade matricial de Lyapunov para desenvolver um controlador por realimentação de estados. São apresentados resultados computacionais que mostram que o efeito da força gravitacional sobre a dinâmica de voo requer um amplificação do sinal de controle, calculado pelo controlador, para se reduzir o desvio da trajetória realizada em relação à desejada. Demonstra-se que as desigualdades matriciais são uma importante ferramenta para apoio ao desenvolvimento desta nova classe de VANTs.

Palavras chave: Micro VANT bioinspirado. Espaço de Estados. Energia de Lyapunov, Desigualdade Matricial Linear

Abstract. Unmanned aerial vehicles (UAVs) have been used in several applications. In the current scenario, which comprises the involvement of important companies in different parts of the world, has a growing set of potential applications, which should have a relevant impact on agricultural, entertainment, domestic cas, in addition to transforming the aeronautical, military and industrial sectors in general. However, the engineering community must also overcome various technical challenges to ensure safety, efficiency and precision in carrying out tasks employing UAVs. In particular, for the class of bioinspired UAVs, the challenges are even greater given the relative limited availability of jobs. In this sense, the present work presents a dynamic analysis of a bioinspired micro UAV, also considering the use of Lyapunov matrix inequality to develop a state feedback controller. Computational results are presented and show that the effect of gravitational force on the flight dynamics requires an amplification of the control signal, calculated by the controller, to reduce the deviation of the actual trajectory from the desired one. It is demonstrated that matrix inequalities are an important tool to support the development of this new class of UAVs.

Keywords: Bioinspired micro UAVs, Espace of States, Energy by Lyapunov, Linear Matrix Inequalities

1. INTRODUÇÃO

Veículos aéreos não tripulados (VANTs) são uma classe de veículos que tem tido crescente enfoque na indústria civil e militar. Particularmente, os VANTs bioinspirados são veículos cuja forma e operação imitam os animais voadores de diferentes escalas, como pássaros e insetos (FWMAVs, do inglês *Flapping Wings Micro Air Vehicles*). Os FWMAVs agregam uma série de vantagens, como maior eficiência aerodinâmica e alta manobrabilidade, e aplicações devido a sua forma em comparação aos VANTs tradicionais, como investigação de desastres, monitoramento furtivo e reconhecimento de área.

O interesse dos pesquisadores pela dinâmica de voo de aves é relativamente antigo (Ellington, 1984). Há cerca de 20 anos começaram surgir na literatura trabalhos com maior viés de engenharia, como mostram Pines and Bohorquez (2006) e Shyy *et al.* (2010). No entanto, apenas nos últimos 10 anos tem-se observado um progresso científico e tecnológico mais relevante, provavelmente também impulsionado pelo crescente interesse por acesso a VANTs convencionais e avanços na legislação.

Embora nos últimos anos as pesquisas envolvendo dinâmica e controle de VANTs bioinspirados têm se intensificado ao redor do mundo, os trabalhos em geral abordam análise dinâmica e controle desses veículos ainda são limitados ao se comparar, por exemplo, com os inúmeros trabalhos envolvendo VANTs de asas rotativas (Kim *et al.*, 2009; Geronel *et al.*, 2021). Alguns dos trabalhos têm foco nas formulações aerodinâmicas (Armanini *et al.*, 2016; Smith *et al.*, 1996). No

entanto, os desafios associados ao desenvolvimento de formulações de controle, com capacidade de assegurar voos em trajetórias previamente definidas, ainda prevalecem na comunidade científica.

Neste contexto, o presente trabalho apresenta a modelagem de um FWMAV considerando massa e inércia concentradas, com três graus de liberdade de translação e dois de rotação. O sistema é descrito por um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, rearranjado na forma do espaço de estados. Emprega-se uma formulação de controle baseada na função de energia de Lyapunov, considerando uma solução via desigualdades matriciais lineares (LMIs, do inglês *Linear Matrix Inequalities*). O ganho de controle é baseado na função quadrática, e recebe um fator de amplificação de sinal de controle para compensar o efeito da força gravitacional sobre a dinâmica do veículo. Os resultados mostram alguns desafios dessa área, e sugerem que LMIs são uma importante ferramenta para o projeto de controladores com foco em assegurar uma dinâmica de voo aderente à uma trajetória predefinida.

2. METODOLOGIA

O modelo de FWMAV proposto no presente trabalho apresenta 5 graus de liberdade, todos associados ao centro de massa do sistema (c.m.). Para descrever o movimento do sistema em todos graus de liberdade são adotados quatro sistemas de referência, como mostrado pela Fig. 1.

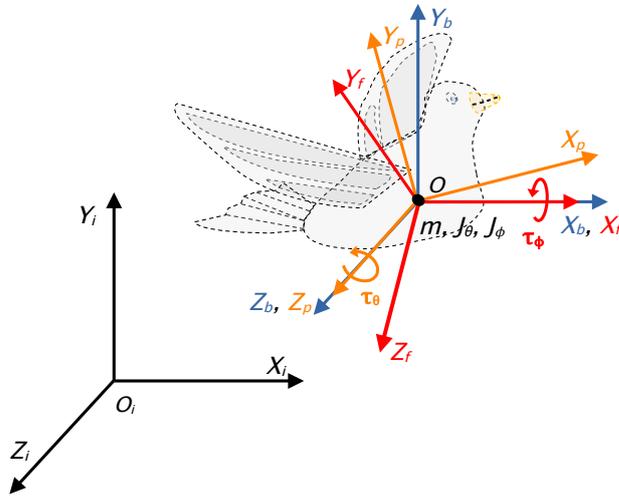


Figura 1: Modelo do VANT de 5 graus de liberdade e os sistemas de referência adotados

O sistema de coordenadas inercial é fixado em um ponto arbitrário do espaço e é definido pela base ortonormal $\mathcal{I} : (O_i, X_i, Y_i, Z_i)$. O sistema de referência $\mathcal{B}_b : (O, X_b, Y_b, Z_b)$ é acoplado ao centro de massa do modelo e solidário à sua translação. Os sistemas de referência $\mathcal{B}_p : (O, X_p, Y_p, Z_p)$ e $\mathcal{B}_f : (O, X_f, Y_f, Z_f)$ têm suas origens coincidentes ao de \mathcal{B}_b e são solidários aos deslocamentos angulares de arfagem (θ) e rolagem (ϕ), respectivamente.

Todos os deslocamentos do sistema são representados na base inercial \mathcal{I} pelo vetor de coordenadas $\mathbf{u} = \{x, y, z, \theta, \phi\}^\top$, em que x, y, z são as direções da translação do centro de massa. E, θ e ϕ são deslocamentos angulares associados às inércias rotacionais (J_θ, J_ϕ) do c.m. Com base no sistema ilustrado pela Fig. 1 e de acordo com a Segunda Lei de Newton, a equação do movimento para o modelo é descrita pela equação de segunda ordem:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_g = \mathbf{u}_c \quad (1)$$

sendo $\mathbf{M} = \text{diag}(m, m, m, J_\theta, J_\phi)$, $\ddot{\mathbf{u}} = \{\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\theta}, \ddot{\phi}\}^\top$, $\mathbf{f}_g = \{0, mg, 0, 0, 0\}^\top$ e $\mathbf{u}_c = \{F_x, F_y, F_z, \tau_\theta, \tau_\phi\}^\top$. A matriz \mathbf{M} é dita matriz de inércias em termos de massa (m) e Momentos de Inércia Polar (J_θ e J_ϕ). O vetor $\ddot{\mathbf{u}}$ é a derivada temporal de segunda ordem de \mathbf{u} que contém as acelerações do sistema, \mathbf{f}_g é o vetor que identifica a força gravitacional associada ao c.m. de massa m e aceleração da gravidade \mathbf{g} . \mathbf{u}_c é o vetor de entradas cujo cálculo será abordado nas sessões seguintes.

2.1 Equação do movimento no espaço de estados

A descrição de um sistema no espaço de estados permite reescrever uma equação diferencial de ordem n em um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem, que por sua vez podem ser combinadas em uma equação diferencial matricial de primeira ordem (Ogata, 1998). Nesse sentido, definindo o vetor de estados como $\mathbf{x} = \{\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}\}^\top$, a Eq. (1) é reescrita no espaço de estados como

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}_g + \mathbf{B}_c\mathbf{u}_c \quad (2)$$

onde \mathbf{A} é a matriz dinâmica dada por,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 5} & \mathbf{0}_{5 \times 5} \\ \mathbf{I}_5 & \mathbf{0}_{5 \times 5} \end{bmatrix} \quad (3)$$

em que $\mathbf{0}_{5 \times 5}$ é uma matriz de zeros de ordem 5×5 e \mathbf{I}_5 é a matriz identidade de ordem 5×5 . O vetor \mathbf{b}_g é da forma,

$$\mathbf{b}_g = \begin{Bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}_g \\ \mathbf{0}_{5 \times 1} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

sendo $\mathbf{0}_{5 \times 1}$ matriz de zeros de ordem 5×1 . A matriz \mathbf{B}_c é a matriz de entradas como segue

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_0 \\ \mathbf{0}_{5 \times 5} \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde \mathbf{B}_0 é a matriz identidade de ordem 5 uma vez que o sistema é totalmente atuado, i.e. existem entradas de controle em todos os graus de liberdade. Por fim, o vetor de entradas de controle,

$$\mathbf{u}_c = -\mathbf{K}\mathbf{e} \quad (6)$$

sendo \mathbf{K} a matriz de ganhos definida na seção 2.2 Também, $\mathbf{e} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)$, sendo \mathbf{x}_d o vetor que contém as trajetórias desejadas e suas derivadas temporais de primeira ordem.

2.2 Projeto do controlador via LMIs

A estratégia adotada para o controle do modelo imposto, mostrado pela Fig. 1, tem sua fundamentação na análise de estabilidade segundo Lyapunov, mais especificamente no Segundo Método de Lyapunov que vale-se da generalização da teoria clássica da mecânica, em que a estabilidade de um sistema vibratório é assegurada se sua energia (uma função definida positiva) total for continuamente decrescente até atingir um ponto de equilíbrio (Ogata, 1998). Nesse sentido, para o controlador proposto são feitas as seguintes considerações:

Consideração 1: As entradas de controle são dadas por $\mathbf{u}_c = -\mathbf{K}\mathbf{x}$, ignorando as trajetórias desejadas contidas em \mathbf{x}_d ;

Consideração 2: O termo afim \mathbf{b}_g presente na Eq. (2) é considerado como distúrbio externo e é ignorado na formulação do controle.

Com base nas *considerações 1 e 2*, o sistema com controle passa a ser

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_c\mathbf{u}_c = \mathbf{A}_c\mathbf{x} \quad (7)$$

sendo $\mathbf{A}_c = [\mathbf{A} - \mathbf{B}_c\mathbf{K}]$. Ademais, admite-se que a energia do sistema é descrita pela função de Lyapunov na forma quadrática V_L na qual existe \mathbf{P} definida positiva e constante no tempo. Assim, V_L é da forma

$$V_L = \mathbf{x}^\top \mathbf{P}\mathbf{x} \quad (8)$$

Com a premissa de que $\dot{V}_L < 0$ para garantia da dissipação de energia do sistema ao longo do tempo. Isto é, trata-se de um sistema assintoticamente estável, tem-se

$$\dot{V}_L = \dot{\mathbf{x}}^\top \mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{x}^\top \mathbf{P}\dot{\mathbf{x}} < 0 \quad (9)$$

substituindo a Eq. (7) na Eq. (9) e para qualquer que sejam os estados de \mathbf{x} , chega-se na desigualdade matricial $\mathbf{A}_c^\top \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_c < 0$ que não é linear, uma vez que \mathbf{K} e \mathbf{P} são desconhecidas a priori. Contudo, considerando $\mathbf{X} = \mathbf{P}^{-1}$ e $\mathbf{K}_x = \mathbf{K}\mathbf{x}$, pode-se reescrever a desigualdade matricial não linear como uma inequação equivalente, porém linear em \mathbf{X} e \mathbf{K}_x . A desigualdade matricial linear (LMI) equivalente

$$\mathbf{X}\mathbf{A}^\top - \mathbf{K}_x^\top \mathbf{B}_c^\top + \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{B}_c\mathbf{K}_x < 0 \quad (10)$$

A solução da LMI da Eq. (10) é feita via otimização numérica do problema convexo de tal maneira que a realimentação de estados é garantida por $\mathbf{K} = \mathbf{K}_x\mathbf{X}^{-1}$.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, são dispostos resultados pertinentes de simulações para o problema de controle apresentado. Os resultados apresentados foram obtidos em conformidade com o controlador proposto, com os parâmetros físicos do modelo exibido pela Fig. 1 e pelo fator de amplificação do controlador imposto ρ . Os referidos parâmetros são listados pela Tab. 1.

Tabela 1: Parâmetros físicos do modelo e fator de amplificação.

Descrição	Parâmetro	Valor
Massa	m	0.06 [kg]
Momento de Inércia Polar	J_θ	0.35 [m ⁴]
Momento de Inércia Polar	J_ϕ	0.35 [m ⁴]
Aceleração da gravidade	g	9.81 [m/s ²]
Fator de Amplificação	ρ	50 [-]

Ademais, a trajetória desejada para a translação do centro de massa do sistema é descrita pela composição de curvas no espaço definido pelo referencial inercial, cujas curvas são definidas pelas funções $\mathbf{r}_i(t)$ para $i = 1, 2, 3$. Sendo $\mathbf{r}_1(t) = (3t, 3t, 3t)_{\mathcal{S}}$, para $0 \leq t \leq 3$; $\mathbf{r}_2(t) = (3t, C_1, C_2)_{\mathcal{S}}$, para $3 < t \leq 4$ e $\mathbf{r}_3(t) = (r \cos(\omega t), C_1, r \sin(\omega t))_{\mathcal{S}}$, para $t > 4$, onde C_1, C_2 são constantes definidas por $\mathbf{r}_1(3)$, ω igual a $\frac{2\pi}{5}$ [rad/s] e raio r igual a 3 [m]. A trajetória desejada para o deslocamento angular de arfagem (θ) é descrita pela função $\theta(t) = \sin(\omega_\theta t)$ cujo movimento físico é representado pela rotação de \mathcal{B}_p com relação a \mathcal{B}_b e $\omega_\theta \hat{=} \frac{2\pi}{10}$ [rad/s].

Os resultados e as discussões apresentados nesta seção são dedicadas às respostas do sistema indicadas pela equação de saída $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$, onde $\mathbf{C} = [\mathbf{C}_v \ \mathbf{C}_d]$ é a matriz de saídas, sendo \mathbf{C}_v uma matriz de zeros de ordem 3×5 e $\mathbf{C}_d = [\mathbf{0}_{3 \times 1} \ \mathbf{I}_3 \ \mathbf{0}_{3 \times 1}]$. Para $\mathbf{0}_{3 \times 1}$ uma matriz de zeros de ordem 3×1 e, \mathbf{I}_3 a matriz identidade de ordem 3×3 . Além disso, as condições iniciais escolhidas foram $\mathbf{u}(0) = \{0, 0, 0, 7\pi/180, 11\pi/180\}^T$ e $\dot{\mathbf{u}}(0) = \{0, 0, 0, 0, 0\}^T$. Em primeiro lugar, a Fig. 2 exibe as curvas das respostas ao longo do tempo para o ganho calculado sem amplificação e as trajetórias desejadas. Em seguida, a Fig. 3 exibe as curvas das respostas obtidas do sistema quando imposto o fator de amplificação ρ na matriz de ganhos \mathbf{K} .

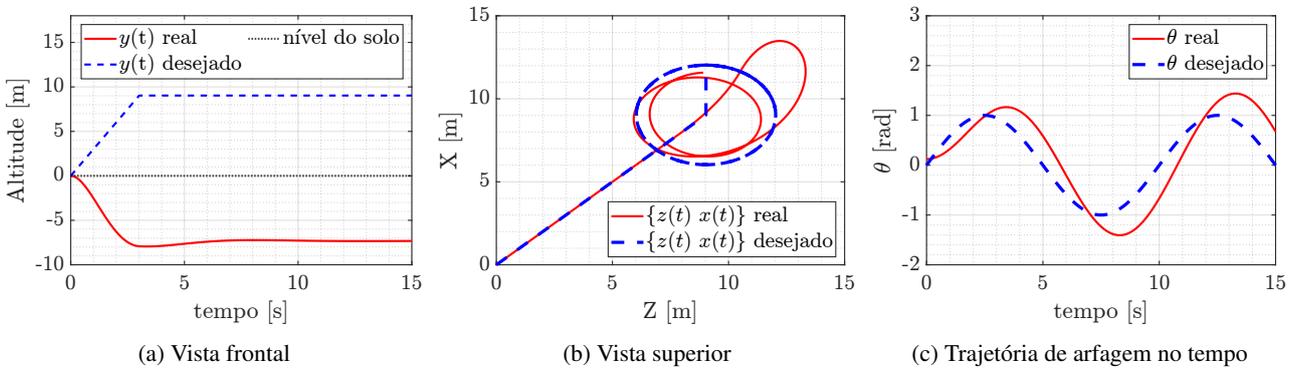


Figura 2: Respostas obtidas para o sistema com ganho não amplificado e as respectivas trajetórias desejadas

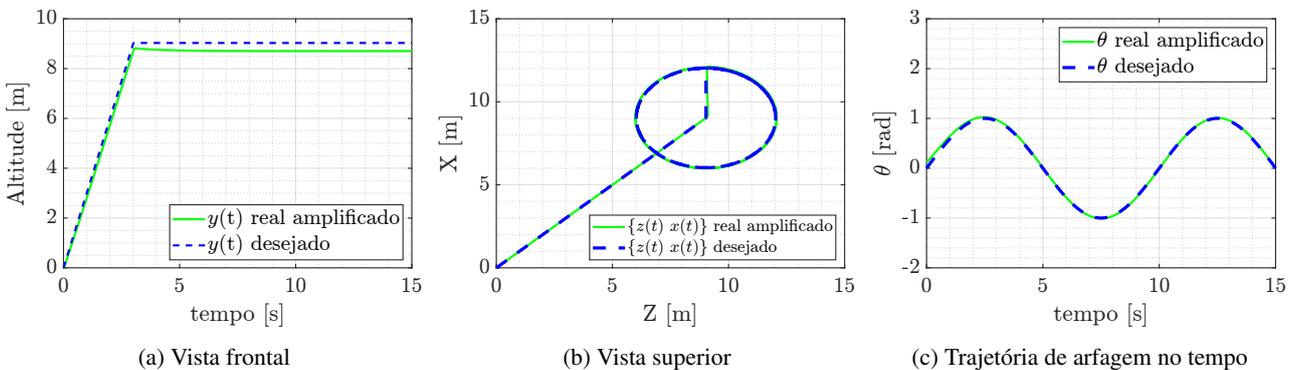


Figura 3: Respostas obtidas para o sistema com ganho amplificado por ρ e as respectivas trajetórias desejadas

As Figuras 2 e 3 mostram que a amplificação dos ganhos de controle minimiza erro e de forma expressiva, quando comparado ao controlador com os ganhos não amplificados. Tal efeito se verifica especialmente na altitude do veículo

aéreo, onde percebe-se a incapacidade do controlador em compensar o efeito da gravidade, implicando na queda hipotética do sistema, ou seja, em altitudes abaixo do nível do solo (nível do solo fixado pela origem O_i referencial inercial). O sinal de erro para as saídas definidas em y para \mathbf{K} e $\rho\mathbf{K}$ são comparados explicitamente pela Fig. 4, na qual observa-se a estabilização do erro para regiões muito próximas da origem quando aplicada amplificação no controlador.

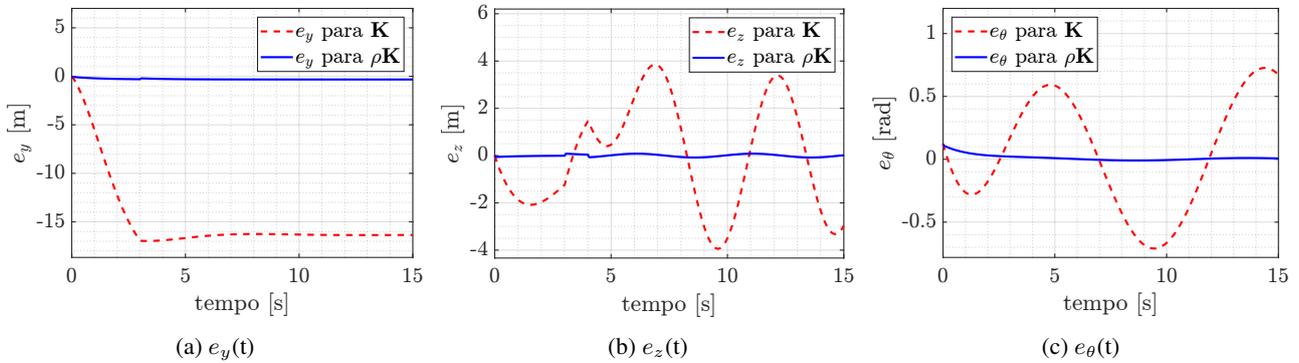


Figura 4: Erro entre as saídas realizadas e as trajetórias desejadas de y para ganho não amplificado e amplificado por ρ

Os sinais de entrada de controle para o controlador amplificado e não amplificado são mostrados pela Fig. 5. Notam-se alterações nos perfis de força, bem como importante mudança em magnitude. Com isso, tem-se que a amplificação de ganhos de controle, em aplicações práticas, deve também considerar uma possível necessidade de saturar o sinal de entrada amplificado, caso ultrapasse o limite operacional do sistema de atuação. A Figura 6 mostra os planos de fase para o veículo aéreo. Na Fig. 6a tem-se a estabilização em altitude constante, enquanto nas demais nota-se a dinâmica oscilatória imposta pela trajetória de voo. As representações confirmam a dinâmica estável obtida com o sistema controlado.

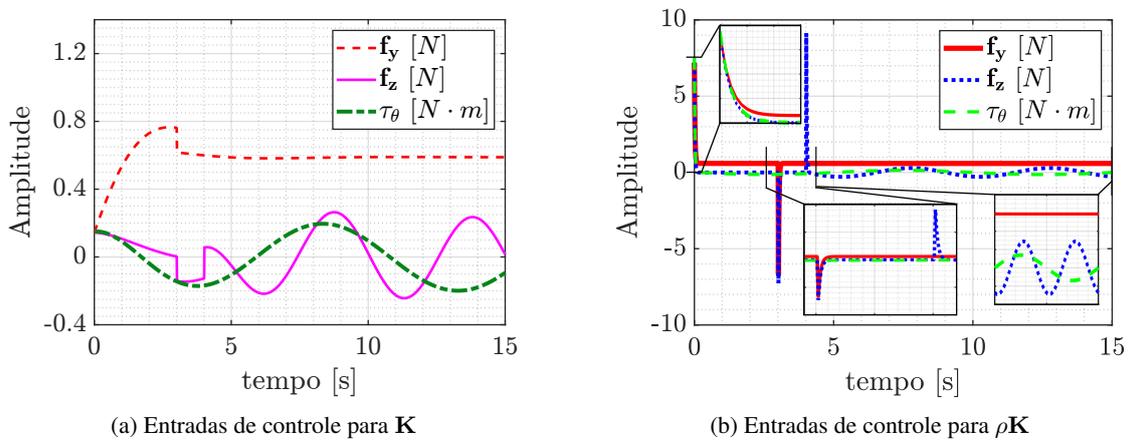


Figura 5: Sinais de entrada de controle para o controlador amplificado e não amplificado

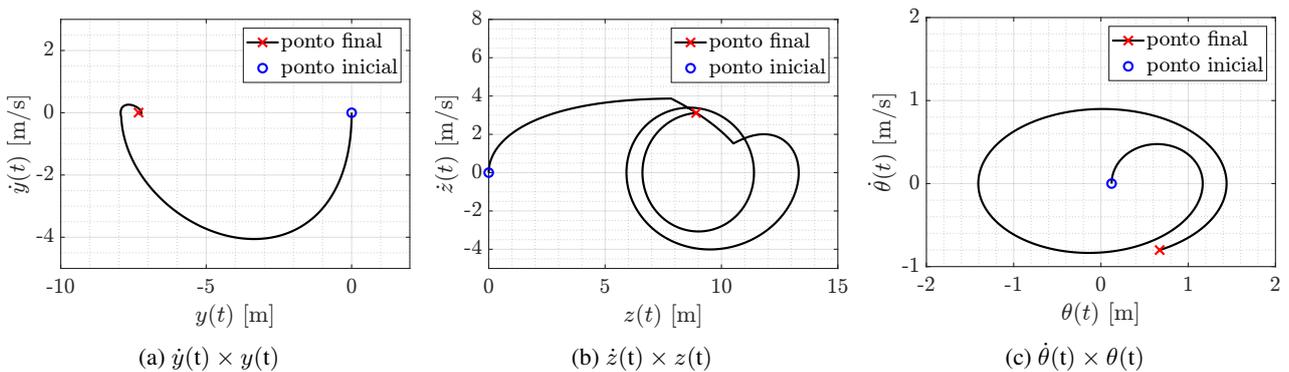


Figura 6: Plano de fase para as saídas y

4. CONCLUSÕES

Este trabalho compreende a análise da dinâmica de voo de um veículo aéreo não tripulado (VANT). O modelo dinâmico simplificado é adequado para descrever um VANT de pequeno porte, inspirado em insetos. O sistema é descrito por um ponto no espaço, considerando os movimentos de translação e rotação. As propriedades físicas são incluídas para se observar a influência de massa e inércia, e a dinâmica de voo considerando o campo gravitacional.

Os resultados apresentados demonstram que o controlador projetado, que considera a desigualdade matricial de Lyapunov, inicialmente não tem intensidade para manter o VANT na trajetória definida. O erro em relação a trajetória de voo realizado, é especialmente maior em altitude, devido a força gravitacional. No entanto, a utilização de um parâmetro de amplificação da entrada de controle é suficiente para o controlador alcançar um desempenho expressivo, em termos de manter o veículo aéreo na trajetória. Por outro lado, o uso deste tipo de recurso pode requerer, em aplicações práticas, um sistema de saturação do sinal de controle para se adequar a eventual limitação do sistema de atuação.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio concedido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos números: 2023/07344-9 e 22/03128-7.

6. REFERÊNCIAS

- Armanini, S., Caetano, J.V., de Croon, G.C., de Visser, C.C. and Mulder, M., 2016. “Quasi-steady aerodynamic model of clap-and-fling flapping mav and validation using free-flight data.” *Bi-oinspiration & biomimetics*, Vol. 11, No. 4, p. 046002. doi:10.1088/1748-3190/11/4/046002. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-3190/11/4/046002>.
- Ellington, C.P., 1984. “The aerodynamics of flapping animal flight”. *American Zoologist*, Vol. 24, No. 1, pp. 95–105. ISSN 00031569. URL <http://www.jstor.org/stable/3882755>.
- Geronel, R.S., Dowell, E.H. and Bueno, D.D., 2021. “Estimating the oscillation frequency of a payload mass on quadcopter in non-autonomous flight”. *Journal of Vibration and Control*, pp. 1–15. URL <https://doi.org/10.1177/10775463211046699>.
- Kim, J., Kang, M.S. and Park, S., 2009. “Accurate modeling and robust hovering control for a quad-rotor vtol aircraft”. In *Selected papers from the 2nd International Symposium on UAVs, Reno, Nevada, USA June 8–10, 2009*. Springer, pp. 9–26.
- Ogata, K., 1998. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 3rd edition.
- Pines, D.J. and Bohorquez, F., 2006. “Challenges facing future micro-air-vehicle development”. *Journal of Aircraft*, Vol. 43, No. 2, pp. 290–305. doi:10.2514/1.4922. URL <https://doi.org/10.2514/1.4922>.
- Shyy, W., Aono, H., Chimakurthi, S., Trizila, P., Kang, C.K., Cesnik, C. and Liu, H., 2010. “Recent progress in flapping wing aerodynamics and aeroelasticity”. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 46, No. 7, pp. 284–327. ISSN 0376-0421. doi:10.1016/j.paerosci.2010.01.001. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0376042110000023>.
- Smith, M., Wilkin, P. and Williams, M., 1996. “The advantages of an unsteady panel method in modelling the aerodynamic forces on rigid flapping wings”. *Journal of Experimental Biology*, Vol. 199, No. 5, pp. 1073–1083. ISSN 0022-0949. doi:10.1242/jeb.199.5.1073. URL <https://doi.org/10.1242/jeb.199.5.1073>.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.