

## IDENTIFICAÇÃO DE TRINCAS A PARTIR DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA COM APLICAÇÃO DE UMA FORÇA DE DIAGNÓSTICO

Emanuela Carneiro Araújo Souza, emanuela.carneiro@ufu.br<sup>1</sup>

Aldemir Aparecido Cavallini Jr, aacjunior@ufu.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LMEst – Laboratório de Mecânica das Estruturas, Universidade Federal de Uberlândia, Escola de Engenharia Mecânica - Av. João Naves de Ávila, 2121, Uberlândia, MG, 38408-100, Brasil.

**Resumo.** O objetivo do presente trabalho consiste em constatar a possibilidade da detecção de trincas em eixos rotativos a partir da combinação de ressonâncias na aplicação de uma excitação externa periódica, as quais devem apresentar amplitude e frequência bem definidas. Empregou-se o método do balanceamento harmônico, comumente usado em soluções periódicas e obteve-se a resposta em vibração no domínio da frequência, em que notaram-se picos nas frequências combinadas. Este trabalho tem como objetivo atestar a interferência da amplitude e da frequência da força de excitação aplicada, bem como da posição da trinca no eixo do rotor analisado. Nesse contexto, foi possível confirmar a influência desses parâmetros na identificação da presença de uma trinca.

**Palavras chave:** Dinâmica de rotação. Detecção de trincas. Ressonâncias combinadas

**Abstract.** The objective of the present work is to verify the possibility of detecting cracks in rotating shafts by combining resonances through the application of periodic external excitation, which should exhibit well-defined amplitude and frequency. The harmonic balance approach was applied, as it is commonly used in periodic solutions, and the vibration response in the frequency domain was obtained, revealing peaks at combined frequencies. This work aims to confirm the interference of both the amplitude and frequency of the applied excitation force, as well as the position of the crack on the rotor shaft in question. In this context, it was possible to confirm the influence of these parameters on identifying the presence of a crack.

**Keywords:** rotordynamics, crack detection, combination resonances

### 1. INTRODUÇÃO

A detecção de trincas em eixos consiste em uma questão importante na dinâmica de rotores e a suspeita da presença de trincas em máquinas deve ser tratada com a mais alta preocupação.

Dessa forma, diversos métodos de Monitoramento da Saúde Estrutural (SHM – Structural Health Monitoring) de detecção de trincas em eixos rotativos têm sido desenvolvidos. Dentre variadas técnicas SHM, diferentes pesquisadores fizeram uso da aplicação de excitações externas na constatação da existência de trincas, suas posições no eixo, profundidades e severidades. Nagata et al. (2012) e Ishida e Inoue (2006) investigaram e resposta de vibração de um eixo rotativo sob excitação harmônica com uma trinca aberta de 50% de profundidade, fazendo uso do método do balanceamento harmônico, comumente empregado na obtenção de soluções periódicas. Definindo a combinação de ressonâncias como a frequência da excitação aplicada (força de diagnóstico), notaram-se picos na resposta do sistema em frequências que combinam a velocidade de rotação do eixo com frequências naturais de *forward* e *backward* do rotor.

Sabe-se que amplitude, frequência e posição de aplicação da força de diagnóstico, amortecimento, localização da trinca e desbalanceamento são variáveis que influenciam na mensurabilidade da resposta do sistema. Assim, Cavalini Jr et al. (2020) apuraram as condições mais favoráveis para aplicação dessa metodologia, bem como associaram diagramas de fase correspondentes às ressonâncias combinadas na identificação de trincas.

Desse modo, o presente trabalho tem como objetivo constatar a influência da amplitude e frequência da força de diagnóstico, também da posição da trinca, em sua detecção a partir da resposta em frequência do sistema rotativo.

### 2. METODOLOGIA

O rotor analisado no presente trabalho foi feito em aço, apresentando 860 mm de comprimento, 17 mm de diâmetro, com dois discos e dois mancais (Cavalini Jr et al., 2016). A representação foi feita usando a teoria de elementos finitos, com 33 elementos de viga de Timoshenko (Lalanne e Ferraris, 1998). Dados de rigidez e amortecimento dos mancais foram encontrados por meio da técnica de otimização por evolução diferencial, comparando funções de resposta em frequência (FRFs) numéricas e experimentais (Cavalini Jr et al., 2016). De posse de todos os parâmetros característicos do rotor,

foi possível modelá-lo por intermédio da biblioteca de dinâmica de rotação ROSS (Timbó *et al.*, 2020), desenvolvida pela Petrobras em linguagem Python. A Figura 1 exibe uma representação gráfica do rotor feita no ROSS, em que os elementos são representados por círculos alaranjados, os discos são indicados por barras vermelhas nos elementos 12 e 22 e os mancais, por apoios em azul nos elementos 3 e 30.

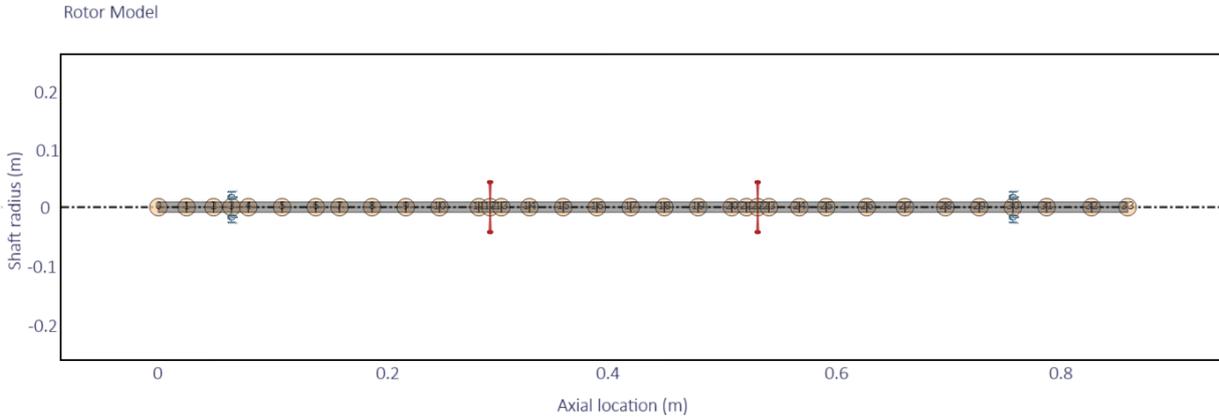


Figura 1. Representação gráfica do rotor analisado

A Figura 2 mostra o diagrama de Campbell do rotor, feito por meio do MatLab®. Observa-se que a primeira frequência de *forward* é de  $\Omega_n = 28,7473 \text{ Hz}$ .

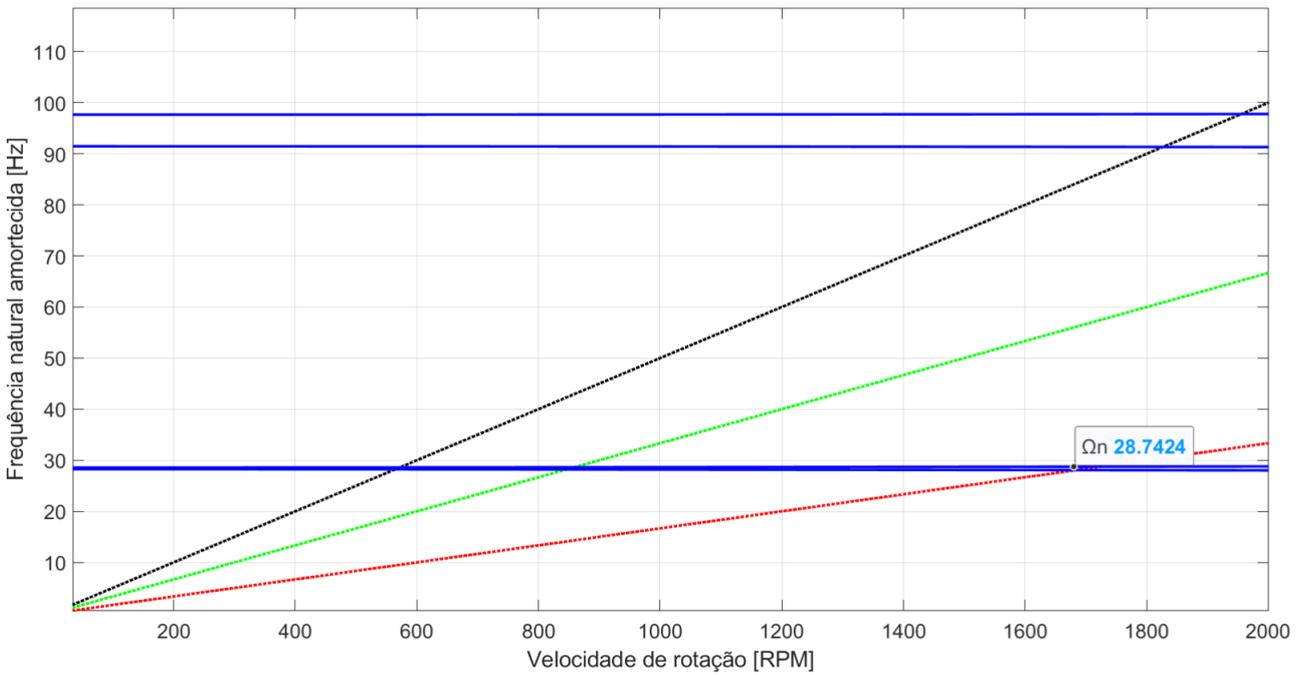


Figura 2. Diagrama de Campbell do rotor operando a 1200 rpm

O comportamento dinâmico do rotor é descrito pela Eq. (1) (Lalanne e Ferraris, 1998), em que  $M$ ,  $D$ ,  $D_g$  e  $K(\Omega t)$  são as matrizes de massa, de amortecimento, giroscópica e de rigidez periódica, respectivamente, e  $W$ ,  $F_u$ ,  $F_d$  e  $q$  são os vetores de peso, força de desbalanceamento, força de diagnóstico e deslocamento, respectivamente.

$$M\ddot{q} + [D + \Omega D_g]\dot{q} + K(\Omega t)q = W + F_u + F_d \quad (1)$$

No entanto, a introdução de uma trinca no eixo do rotor altera o modelo adotado. Considerando o modelo Mayes de trinca (Mayes e Davies, 1984), a trinca abre e fecha suavemente de forma cíclica, de modo a alterar a rigidez do sistema periodicamente. Assim, a matriz de rigidez  $K(\Omega t)$  pode ser representada por uma série de Fourier, conforme Eq. (2), em que  $K_m$  é a matriz de rigidez média e  $\Delta K_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) são as variações de rigidez associadas com os múltiplos da velocidade de rotação:  $1\Omega t$ ,  $2\Omega t$ ,  $3\Omega t$ , nessa ordem.

$$K(\Omega t) = K_m + \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2} (\Delta K_j e^{ij\Omega t} + \Delta K_j^* e^{-ij\Omega t}) \quad (2)$$

A partir da análise de tensões na trinca, é possível postular que os segundos momentos de inércia da secção transversal do eixo contendo a trinca relacionam-se com  $2\Omega t$ , de modo que apenas  $K_m$  e  $\Delta K_2$  caracterizam o comportamento da trinca (Cavalini Jr *et al.*, 2020). Dessa maneira, considerando o efeito da trinca no modelo do rotor, a Eq. (1) pode ser reescrita como segue:

$$M\ddot{q} + [D + \Omega D_g]\dot{q} + K_m q = W + F_u + F_d - \frac{1}{2} (\Delta K_2 e^{i2\Omega t} + \Delta K_2^* e^{-i2\Omega t} q) \quad (3)$$

O deslocamento  $q$  também é periódico, haja vista que decorre do peso, da força de diagnóstico e do desbalanceamento, e é descrito por uma série de Fourier, conforme Eq. (4), onde  $q_{st}$  indica o deslocamento estático e os demais, deslocamentos dinâmicos, sendo  $q_d$  devido à força de diagnóstico.

Substituindo o termo  $q$  de deslocamento da Eq. (2) pela Eq. (3), uma nova expressão para  $q$  é obtida, de acordo com a Eq. (4), em que novas frequências combinadas surgem, devido às multiplicações das exponenciais, e indicam em quais frequências é esperado observar ressonância.

$$\begin{aligned} q = & q_{st} + \frac{1}{2} (q_d e^{i\Omega_d t} + q_d^* e^{-i\Omega_d t}) + \frac{1}{2} (q_1 e^{i1\Omega t} + q_1^* e^{-i1\Omega t}) \\ & + \frac{1}{2} (q_2 e^{i2\Omega t} + q_2^* e^{-i2\Omega t}) + \frac{1}{2} (q_3 e^{i3\Omega t} + q_3^* e^{-i3\Omega t}) \\ & + \frac{1}{2} (q_{2\Omega+\Omega_d} e^{i(2\Omega+\Omega_d)t} + q_{2\Omega+\Omega_d}^* e^{-i(2\Omega+\Omega_d)t}) \\ & + \frac{1}{2} (q_{2\Omega-\Omega_d} e^{i(2\Omega-\Omega_d)t} + q_{2\Omega-\Omega_d}^* e^{-i(2\Omega-\Omega_d)t}) \end{aligned} \quad (4)$$

Ao substituir a Eq. (4) na Eq. (2) e realizar essa substituição sequencialmente no termo  $q$ , novas ressonâncias combinadas são obtidas (Al-Shudeifat, 2013). Analogamente, com essas substituições, obtêm-se forças  $F_j$  correspondentes aos harmônicos 0 (estático),  $\Omega_d$ ,  $\Omega$ ,  $2\Omega$ ,  $3\Omega$ ,  $4\Omega$ ,  $2\Omega + \Omega_d$ ,  $2\Omega - \Omega_d$ ,  $4\Omega + \Omega_d$ ,  $4\Omega - \Omega_d$ ,  $6\Omega + \Omega_d$ ,  $6\Omega - \Omega_d$ ,

As forças correspondentes às frequências  $-\Omega_d$ ,  $-\Omega$ ,  $-2\Omega$ ,  $-3\Omega$ ,  $-4\Omega$ ,  $|2\Omega+\Omega_d|$ ,  $|2\Omega-\Omega_d|$ ,  $|4\Omega+\Omega_d|$ ,  $|4\Omega-\Omega_d|$ ,  $|6\Omega+\Omega_d|$ ,  $|6\Omega-\Omega_d|$  associam-se à  $\Omega_d$ ,  $2\Omega$ ,  $4\Omega$ ,  $6\Omega$  e  $8\Omega$ , de modo que os harmônicos ímpares e o correlato ao desbalanceamento podem ser desprezados.

Visto que deseja-se obter condição de ressonância combinada para que haja possibilidade de identificação de trinca, é necessário que um dos harmônicos encontrados na manipulação das equações seja igual à uma frequência de *forward* ou de *backward*  $\Omega_n$  do rotor operando a uma velocidade de rotação  $\Omega$ . Conhecendo  $\Omega$  e  $\Omega_n$  por meio do diagrama de Campbell, define-se a frequência  $\Omega_d$  de aplicação da força de diagnóstico capaz de revelar a presença de trinca.

No presente trabalho, foi introduzida uma trinca com 50% de profundidade no rotor, o qual possui desbalanceamento de  $3 \times 10^{-4} \text{ kg.m}/0^\circ$  no disco 1 e opera a  $\Omega = 1200 \text{ rpm} = 20 \text{ Hz}$ . A força de diagnóstico  $F_d$  foi aplicada na direção  $x$  (horizontal), no nó 3, onde se situa o mancal 1. O sensor está situado no nó 27 horizontalmente.

$$F_d = A_d \cos(\Omega_d t) = \frac{1}{2} A_d (e^{i\Omega_d t} + e^{-i\Omega_d t}) \quad (5)$$

em que  $A_d$  é a amplitude da força.

A fim de constatar a influência de alguns parâmetros na identificação da trinca, foram analisadas as respostas em frequência do sistema para diferentes frequências de diagnóstico a uma mesma amplitude e para diferentes amplitudes a uma mesma frequência. Em ambos os casos, a trinca foi situada no elemento 13. Posteriormente, foi verificada a interferência da posição da trinca no eixo, mantendo fixas frequência e amplitude da força de diagnóstico e variando o elemento da trinca ao longo do eixo.

### 3. RESULTADOS

A Tabela 1 apresenta as frequências de diagnóstico da força aplicadas no rotor, tendo que a velocidade de rotação do rotor é de  $\Omega = 1200 \text{ rpm} = 20 \text{ Hz}$  e a primeira frequência de *forward* é de  $\Omega_n = 28,74 \text{ Hz}$ .

Conforme análise realizada, existem frequências combinadas em que se esperam picos de amplitude na resposta em frequência, bem como nos múltiplos da velocidade de rotação do rotor e na própria frequência de diagnóstico. A Tabela 2

Tabela 1. Frequências da força de diagnóstico e respectivos valores

$\Omega_d$	Valor (Hz)
$2\Omega + \Omega_n$	68,74
$2\Omega - \Omega_n$	11,26
$4\Omega + \Omega_n$	108,74
$4\Omega - \Omega_n$	51,26
$6\Omega + \Omega_n$	148,74
$6\Omega - \Omega_n$	91,26

apresenta algumas frequências combinadas onde é esperado encontrar picos, para cada frequência de diagnóstico empregada.

Tabela 2. Ressonâncias combinadas para cada frequência da força de diagnóstico

$\Omega_d$ (Hz)	$2\Omega + \Omega_d$ (Hz)	$2\Omega - \Omega_d$ (Hz)	$4\Omega + \Omega_d$ (Hz)	$4\Omega - \Omega_d$ (Hz)	$6\Omega + \Omega_d$ (Hz)	$6\Omega - \Omega_d$ (Hz)
68,74	108,74	28,74	148,74	11,26	188,74	51,26
11,26	51,26	28,74	91,26	68,74	131,26	108,74
108,74	148,74	68,74	188,74	28,74	228,74	11,26
51,26	91,26	11,26	131,26	28,74	171,26	68,74
148,74	188,74	108,74	228,74	68,74	268,74	28,74
91,26	131,26	51,26	171,26	11,26	211,26	28,74

A Figura 3 mostra as respostas em frequência do rotor excitado por uma força periódica de amplitude constante igual a 25 N e de frequências iguais às da Tab. (2). Destacaram-se alguns picos na resposta do sistema correspondentes a ressonâncias combinadas previstas, conforme Tab. 2 (11, 1978 Hz ~ 11, 26 Hz; 131, 3737 Hz ~ 131, 26 Hz ...), bem como nos múltiplos da velocidade de rotação (19, 996 Hz ~ 20 Hz; 39, 992 Hz ~ 40 Hz; ...) e nas próprias frequências de diagnóstico (11, 1978 Hz ~ 11, 26 Hz; 51, 1898 Hz ~ 51, 26 Hz).

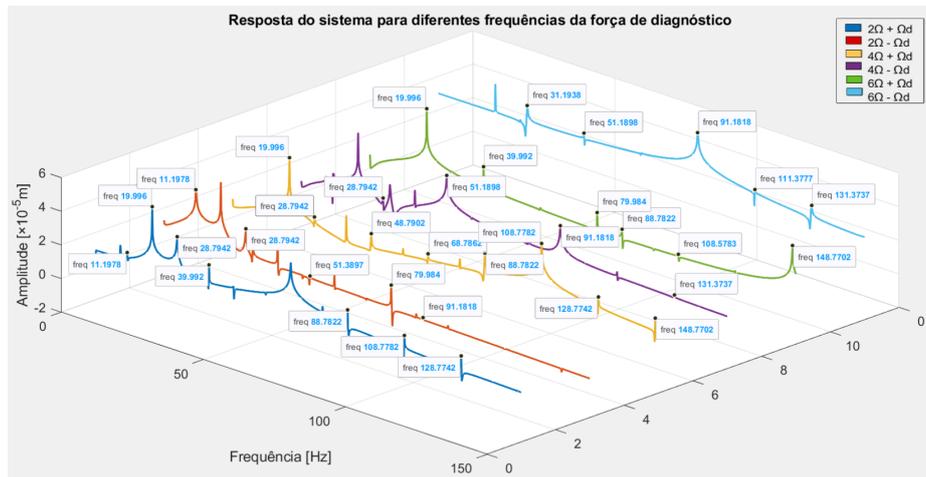


Figura 3. Resposta do sistema para diferentes frequências da força de diagnóstico

Posteriormente, aplicou-se no mesmo rotor, em mesma rotação, uma força de diagnóstico periódica de frequência constante igual a  $4\Omega + \Omega_n = 108,74 \text{ Hz}$  de acordo com a Tab. (1), em diferentes amplitudes: 5 N, 25 N, 75 N, 100 N, 200 N e 300 N. De forma similar ao processo anterior, foram plotadas as respostas em frequência nessas condições, conforme Fig. (4).

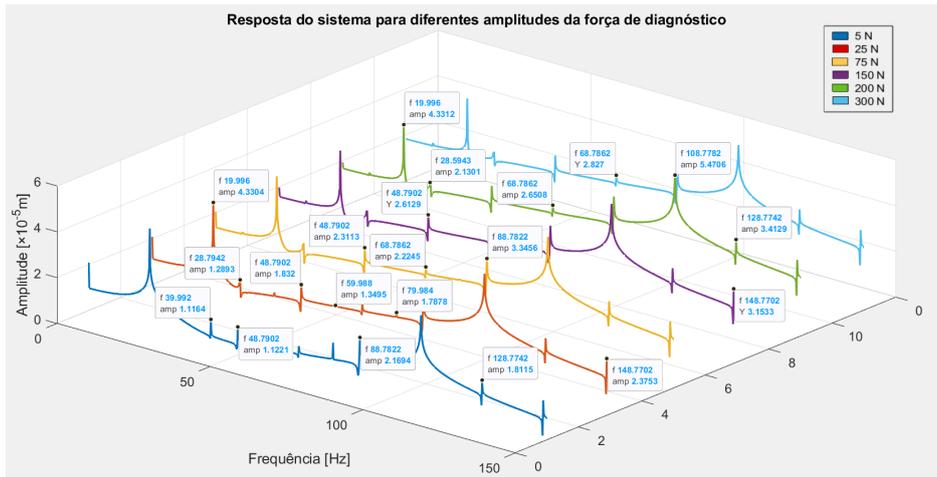


Figura 4. Resposta do sistema para diferentes amplitudes da força de diagnóstico

Finalmente, foram fixadas amplitude da força de diagnóstico, de  $25N$ , e frequência  $\Omega_d = 4\Omega + \Omega_n = 108,74 Hz$  e a posição da trinca foi variada. A Figura 5 exibe as respostas do sistema considerando a trinca nos elementos 3 (próximo ao mancal 1), 7 (próximo ao sensor 1), 9, 11 (próximo ao disco 1), 15 e 19. Na Figura 6 estão representadas as respostas do sistema com a trinca nos elementos 21, 22 e 24 (próximos ao disco 2), 27 (próximo ao sensor 2), 30 e 32 (próximos ao mancal 2).

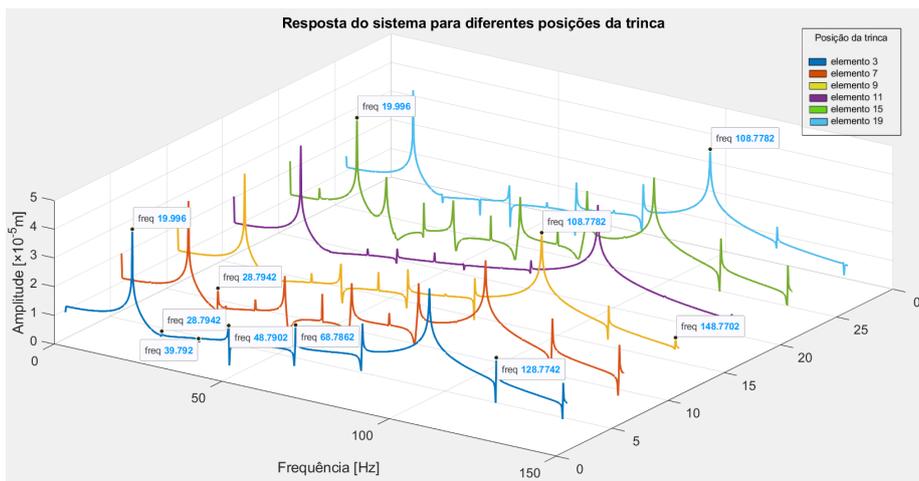


Figura 5. Resposta do sistema para diferentes posições da trinca

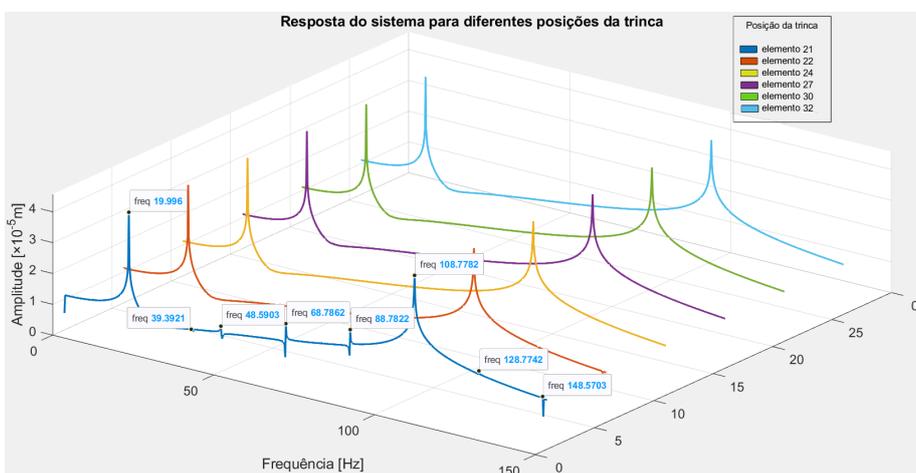


Figura 6. Resposta do sistema para diferentes posições da trinca

#### 4. CONCLUSÕES

A partir dos resultados apresentados, foi possível constatar a presença de ressonâncias combinadas na resposta em frequência do rotor com trinca, bem como das influências da frequência e da amplitude da força de diagnóstico periódica aplicada no rotor. Com uma amplitude fixa, nota-se a presença de alguns dos picos esperados, embora haja combinações de ressonâncias previstas para determinada frequência de diagnóstico presentes na resposta correspondente a outra frequência de diagnóstico. Ademais, fixando  $\Omega_d$ , permitiu-se constatar que alterando a amplitude da força de diagnóstico, as amplitudes dos picos das Transformações Discretas de Fourier (DFT - *Discrete Fourier Transformation*) são modificadas, mas suas posições, isto é, frequência onde surgem, permanecem. Além disso, fixando amplitude e frequência da força de diagnóstico foi possível perceber que a posição da trinca afeta a mensurabilidade de sua presença, haja vista que a amplitude dos picos da resposta reduz consideravelmente perto dos discos 1 e 2, bem como nas proximidades do sensor 2, utilizado nas medições. Nessas posições, são evidentes picos apenas na frequência  $\Omega$  de rotação do rotor e na frequência da força de diagnóstico  $\Omega_d$ . Para as outras posições, nota-se apenas diferenças pequenas da amplitude dos picos, presentes nas mesmas frequências. Futuramente, é proveitoso investigar mais minuciosamente as razões pelas quais existem combinações de ressonâncias previstas para determinada frequência de diagnóstico presentes na resposta correspondente a outra frequência de diagnóstico.

#### 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às agências de pesquisa brasileiras CNPq (406148/2022-8), FAPEMIG e CAPES, através do INCT-EIE, pelo suporte financeiro fornecido para este trabalho de pesquisa. Além disso, desejam agradecer à Petrobras pelo apoio técnico e financeiro prestado, bem como às empresas Foz do Chapecó, Baesa, Enercan, Ceran e CPFL Energia pelo apoio técnico e financeiro concedido por meio do projeto de Pesquisa e Desenvolvimento ANEEL PD-02949-3007/2022. Todos esses colaboradores foram fundamentais para o sucesso e a realização deste trabalho.

#### 6. REFERÊNCIAS

- Nagata N, Inoue T and Ishida Y (2012) Finite element vibration analysis of a rotating shaft system with an open crack by the harmonic excitation. In: Proceedings of the IMechE C1326, 10th international conference on vibrations in rotating machinery, London, UK, 10–13 September 2012, pp. 147–157.
- Ishida Y and Inoue T (2006) Detection of a rotor crack using a harmonic excitation and nonlinear vibration analysis. *Journal of Vibration and Acoustics* 128: 741–749.
- Lalanne M and Ferraris G (1998) *Rotordynamics Prediction in Engineering*. 2nd edition. Chichester, England: John Wiley & Sons.
- Cavalini AA Jr, Sanches L, Bachschmid N, et al. (2016) Crack identification for rotating machines based on a nonlinear approach. *Mechanical Systems and Signal Processing* 79: 72–85.
- Al-Shudeifat MA (2013) On the finite element modeling of the asymmetric cracked rotor. *Journal of Sound and Vibration* 332: 2795–2807.
- Cavalini AA, Morais TS, da Silva IB, Bachschmid N, Steffen V. Investigation of the favorable conditions to apply the combination resonances approach for crack detection purposes. *Journal of Vibration and Control*. 2020;26(15-16):1345-1355.
- Timbó et al., (2020). ROSS - Rotordynamic Open Source Software. *Journal of Open Source Software*, 5(48), 2120, <https://doi.org/10.21105/joss.02120>