

## ESCOAMENTO COM BAIXO NÚMERO DE REYNOLDS SOBRE TRÊS CILINDROS EM DIFERENTES ARRANJOS

Thiago Rogaleski Marques, thiagorogaleski@discente.ufg.br<sup>1</sup>  
Andreia Aoyagui Nascimento, aanascimento@ufg.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Goiás (UFG), Avenida Esperança s/n, Câmpus Samambaia, Goiânia – GO, 74690-900

**Resumo.** O presente trabalho se utiliza da Dinâmica dos Fluidos Computacional para realizar o escoamento sobre três cilindros. A metodologia matemática baseou-se na conservação da massa e nas equações de Navier-Stokes para um número de Reynolds igual a 160, para cilindros com arranjo alinhado, e 200, para cilindros com arranjo triangular. Para realizar os cálculos foi utilizado o Método Pseudoespectral de Fourier (MPEF) com a Metodologia da Fronteira Imersa (MFI), implementado no software IMERSPEC. Para os dois arranjos foram analisados a esteira de vórtices, os coeficientes de arrasto e sustentação e também o número de Strouhal, assim determinando alguns fenômenos causados pela distância entre centros, de 3,5D para cilindros alinhados e 4,0D no triangular, dos cilindros, usadas nas simulações.

**Palavras chave:** Dinâmica de Fluidos Computacional. IMERSPEC. Arrasto. Sustentação. Cilindros.

### 1. INTRODUÇÃO

Um estudo de escoamento sobre corpos é de grande importância para engenharia, pois auxilia na compreensão da interação fluido-estrutura. Uma das formas geométricas mais comuns em pesquisas é o cilindro de seção circular, uma vez que está presente em várias estruturas como cabos, tubos, torres eólicas, chaminés, entre outros.

Para esse tipo de estudo é usada a Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics - CFD*), a qual permite usar o processamento computacional para fazer uma investigação numérica a partir da solução de Navier-Stokes. Com isso, é possível modelar a física do problema e analisar a incidência das forças do escoamento sobre a fronteira imersa, compreendendo os fenômenos físicos sobre o modelo de corpo usado.

Nos trabalhos de Mariano (2011) e Nascimento (2016), os autores usaram o Método Pseudoespectral de Fourier (MPEF) acoplado a Metodologia da Fronteira Imersa (MFI), *direct-forcing*, para solução de problemas fluido-estrutura. Mariano (2011) aplicou a metodologia para modelagem da queda de um corpo rígido e Nascimento (2016) na modelagem na movimentação de um corpo rígido (2-way), mostrando, em ambos, o potencial do MPEF para essa aplicação.

A partir de uma investigação numérica, Zhu et al. (2021) obteve o efeito na esteira de escoamento causado pelo espaço entre os três cilindros em linha, o qual variou de 0,5D a 10D em um escoamento com número de Reynolds igual a 160. Os resultados dele indicaram quatro padrões de escoamento em função do incremento espacial. A evolução dos incrementos mostrou variações no arrasto e sustentação, implicando na mudança de distribuição do campo de pressão em torno da superfície dos cilindros e na frequência do desprendimento de vórtices.

Ainda sobre o escoamento sobre três cilindros, Zheng et al. (2016) simulou numericamente uma configuração triângulo-equilátera utilizando dois ângulos de incidência e um modelo numérico bidimensional. Observou em seus resultados que o número de Reynolds é significativo nos padrões do escoamento quando se muda a distância entre os cilindros e o fluxo do escoamento para pequenos espaços é monoestável. Algumas forças podem ser atrativas ou repulsivas para os cilindros que estão lado a lado, por causa da distribuição de pressão entre eles. Além disso, notou-se que as flutuações das forças são mais intensas em espaçamentos maiores, onde com uma razão de  $L/D=4$  atinge seu valor máximo, por causa do efeito da camada cisalhante dos cilindros.

Outro trabalho semelhante para cilindros arranjos de forma triangular é o de Bao et al. (2018), mas diferente de Zheng et al. (2016), ele encontrou que para o mesmo arranjo com pequena distância, o fluxo do escoamento é biestável, e quando se tem um incremento nessa distância o desprendimento de vórtices deixa de ser suprimido pelos cilindros paralelos. Para a maior distância estudada, os efeitos de proximidade deixam de existir, e os coeficientes de arrasto e sustentação e o número de Strouhal são equivalentes aos valores de uma configuração com um único cilindro.

O presente trabalho é a continuidade do trabalho desenvolvido por MARQUES et al. (2022), no qual os autores desenvolveram uma subrotina para geração de duas geometrias, afim de validar o código. Assim, devido à grande inovação da metodologia numérica, validada, é possível estudar o escoamento sobre três cilindros alinhados e em uma formação de triângulo equilátero.

## 2. METODOLOGIA

No presente estudo, as dimensões do domínio foram arranjadas em função do diâmetro ( $D$ ) dos cilindros. Como observa-se na Fig. 1, tem-se: a zona de buffer (ZB), que amortece os vórtices que passam devido a condição de periodicidade, medindo  $a = 13D$ , a zona de forçagem (ZF), onde é imposto as condições de fluxo iniciais, com largura  $b = 2D$ , o domínio útil (DU), mensurado em  $c = 45D$ , a distância entre ZF e o cilindro 1 medindo  $e = 15D$  e por fim, a distâncias entre os cilindros, sendo  $S = 3,5D$  e  $L = 4D$ .

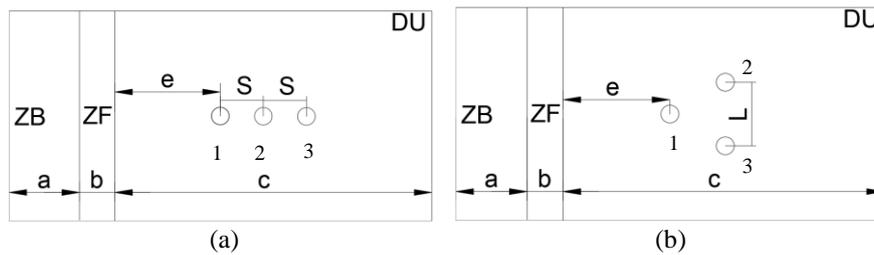


Figura 1. Domínio e disposição dos cilindros (a) em linha e (b) triangular (Autor)

As geometrias são inseridas pela Metodologia da Fronteira Imersa (MFI). Onde essa a MFI trabalha com dois domínios de cálculo, representados na Figura 2, o euleriano ( $\Omega$ ), onde é cartesiano e fixo, e ocorre a resolução das equações do fluido, e o lagrangiano ( $\Gamma$ ), onde está a interface imersa (corpo rombudo) no escoamento.

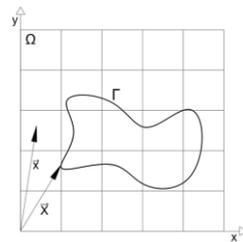


Figura 2. Domínios de cálculo utilizados na MFI, onde  $\vec{x}$  é um ponto qualquer no domínio Euleriano ( $\Omega$ ), e  $\vec{X}$  é um ponto no domínio Lagrangiano ( $\Gamma$ ).

As equações para o fluido são resolvidas no domínio euleriano, até onde a região está limitada pelo domínio lagrangiano, e esse domínio representa uma fronteira entre o fluido e um sólido. A vantagem da separação é que se torna possível modelar e simular qualquer geometria complexa utilizando o lagrangiano, e como o euleriano é uma malha fixa não há necessidade de remalhagem, mesmo quando a estrutura se move no domínio lagrangiano.

O fluido modelado é newtoniano, enquanto que o escoamento é isotérmico, homogêneo, isotrópico, incompressível e bidimensional. Na Tab. 1 estão explicitados os parâmetros utilizados na simulação.

Tabela 1. Parâmetros gerais do escoamento (Autor)

D	Diâmetro dos Cilindros	0,0016 [m]
N	Número de pontos do domínio	1024x512
Re	Número de Reynolds	160
		200
CFL	Número de Courant-Friedricks-Lewis	0,1
t	Tempo Final	40 [s]
$\rho$	Massa específica	0,001 [Kg.m <sup>-3</sup> ]
$U_{\infty}$	Velocidade Máxima	1 [m/s]
S	Distância entre os cilindros	3,5D
L		4,0D

O modelo matemático empregado consiste na equação da conservação da massa, Eq. 1, juntamente com as equações de Navier-Stokes, Eqs. 2 e 3, onde  $\rho$  é a massa específica,  $\mu$  é a viscosidade,  $p$  é a variável de pressão,  $u$  é o campo de velocidade na direção horizontal,  $v$  é o campo de velocidade vertical,  $t$  é a variável tempo, e  $f$  é o termo fonte da equação.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_x = \rho \frac{du}{dt} \quad (2)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + f_y = \rho \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

O método numérico utilizado no desenvolvimento do presente trabalho, necessita de dois domínios: físico e espectral. Isto porque a metodologia IMERSEPEC realiza a transformada de Fourier em todos os termos das Eq. 1, Eq. 2 e Eq. 3, o que resulta nas Eq. 4 e Eq. 5. A metodologia para obtenção das Eq. 4 e Eq. 5 está detalhada nos trabalhos de Nascimento (2016) e Mariano (2011).

$$ik_j \hat{u}_i = 0 \quad (4)$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + vk^2 \right] \hat{u}_i(\vec{k}, t) = \rho_{im} \left[ \hat{f}_m(\vec{k}, t) - ik_j \int_{\vec{k}=\vec{i}+\vec{s}} \hat{u}_m(\vec{r}, t) \hat{u}_j(\vec{k}-\vec{r}, t) d\vec{r} \right] \quad (5)$$

Sendo,  $\vec{k}$  o vetor número de onda,  $\hat{u}_i$  é o campo de velocidade transformado,  $\vec{r}$  e  $\vec{s}$  representam matematicamente a relação entre os vetores número de onda dos termos temporais, advectivos e convectivos; e  $\rho_{im}$  representa um tensor projeção, responsável por projetar os vetores sobre o plano de divergência nula, denominado de plano  $\pi$ . Este plano é definido pelos vetores da equação de conservação da massa transformado (Mariano, 2011 apud Silveira-Neto, 2002, p. 46). Na Eq. (5), nota-se que a pressão foi desacoplada da equação, isso ocorre devido a projeção de cada termo da Eq. (2) e Eq. (3) no plano  $\pi$  (Briggs et al., 1995).

O MFI utiliza o multi-direct forcing, ou seja, a força é imposta diretamente nos pontos lagrangianos para garantir a velocidade desejada. Além disso, a complexa geometria, no presente estudo, requisitou uma função de interpolação e distribuição, Eq. 6, a qual utiliza uma função peso  $W_c$  do tipo cúbica, Eq. 7 (Nascimento, 2016).

$$D_h(\vec{x} - \vec{X}) = \frac{1}{h} W_c(r_x) W_c(r_y) \quad (6)$$

$$W_c(r) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}|r| - |r|^2 + \frac{1}{2}|r|^3 & \text{se } 0 \leq |r| \leq 1 \\ 1 - \frac{11}{6}|r| + |r|^2 - \frac{1}{6}|r|^3 & \text{se } 1 \leq |r| \leq 2, \\ 0 & \text{se } 2 \leq |r| \end{cases} \quad (7)$$

O avanço temporal é modelado pelo método de quarta ordem de Runge-Kutta com seis passos (Mariano, 2011; Nascimento, 2016). Enquanto que o incremento temporal utilizado, Eq. 8, depende da condição de Courant-Friedrichs-Lewis (CFL), o qual é função do esquema de integração e do escoamento utilizado.

$$\Delta t = \text{CFL} * \min \left[ \min \left[ \frac{\Delta x}{\max[|u|]}; \frac{\Delta x}{\max[|v|]} \right]; \frac{2}{v} \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right] \quad (8)$$

Os valores obtidos serão apresentados com base no coeficiente de sustentação ( $Cl$ ), Eq. 9, coeficiente de arrasto ( $Cd$ ), Eq. 10 e o número de Strouhal ( $St$ ), Eq. 11.

$$Cl = \frac{2F_{cy}}{\rho A U_{\infty}^2} \quad (9)$$

$$Cd = \frac{2F_{cx}}{\rho A U_{\infty}^2} \quad (10)$$

$$St = \frac{f_r D}{U_{\infty}} \quad (11)$$

Onde,  $F_{C_y}$  e  $F_{C_x}$ , são as forças globais que um fluido faz sobre o corpo, calculadas através de um somatório,  $A$  é a área transversal vista pelo escoamento da interface imersa sobre o plano normal do escoamento,  $U_\infty$  é a velocidade do perfil uniforme na entrada,  $f_r$  é a frequência de desprendimento de vórtices, que se encontra pelo valor do  $Cl$ .

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 Cilindros alinhados

Para os cilindros alinhados em linha foi utilizado o número de Reynolds igual a 160, como no trabalho de Zhu et al. (2021). Na Figura 3, nota-se algumas semelhanças entre os resultados do presente autor e os de Zhu et al. (2021). Dado que as Figuras 3(a) e 3(b) estão na mesma escala, nota-se que a evolução temporal dos coeficientes de sustentação dos três cilindros possui frequência e amplitude similar (se tiver os valores de Zhu para comparar é melhor), o que demonstra consistência com os resultados de Zhu et al. (2021).

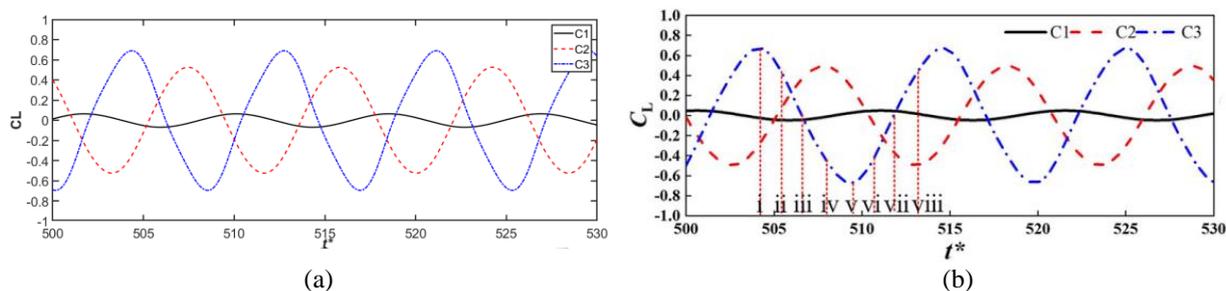


Figura 3. Evolução temporal Coeficiente de sustentação no tempo adimensional (a) autor e (b) Zhu et al. (2021)

Na figura 4, compara-se a evolução temporal do desprendimento dos vórtices, com a referência, usando as marcações da Fig. 3(b), 'i' e 'ii'.

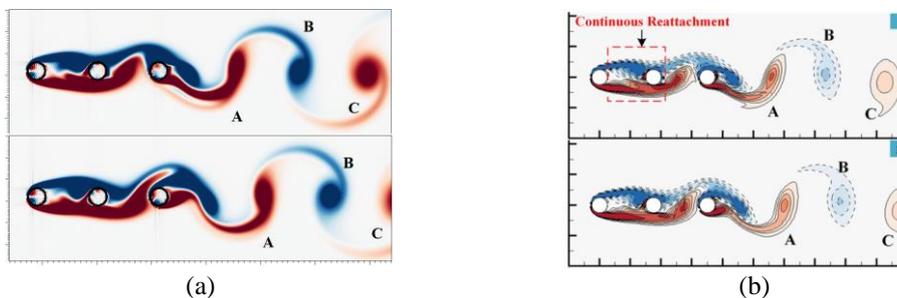


Figura 4. Evolução temporal do desprendimento de vórtices (a) autor e (b) Zhu et al. (2021)

Na Figura 4 nota-se o mesmo padrão geométrico, oscilatório e posicional nos vórtices A, B e C. Além disso, a camada cisalhante é colocada no cilindro que se encontra a jusante, tanto na Fig. 4(a) quanto na Fig. 4(b).

A Tabela 2 mostra os valores de  $Cd_{médio}$ ,  $Cl_{rms}$  e  $St_{médio}$  do trabalho atual em comparação a referência, os valores de  $Cd_{médio}$  e  $Cl_{rms}$  apresentado uma diferença em torno da segunda casa decimal, enquanto o  $St_{médio}$  apresenta um valor igual, essas diferenças podem se dar pela metodologia ou algum parâmetro diferente usado pelo outro autor em sua investigação numérica.

Tabela 2. Coeficientes de Arrasto, Sustentação e Número de Strouhal para cilindros alinhados

	$Cd_{médio}$		$Cl_{rms}$		$St_{médio}$	
	Presente trabalho	Zhu et al. (2021)	Presente trabalho	Zhu et al. (2021)	Presente trabalho	Zhu et al. (2021)
Cilindro 1	1,04	1,07	0,04	0,04	0,12	0,12
Cilindro 2	-0,04	-0,08	0,36	0,34	0,12	0,12
Cilindro 3	0,76	0,72	0,47	0,42	0,12	0,12

### 3.2 Cilindros em triângulo equilátero

Para o arranjo de cilindros dispostos na forma de um triângulo equilátero foi usado um espaçamento entre os centros de  $4,0D$  e um  $Re = 200$ . Na Fig. 5, tem-se os gráficos de evolução temporal para o coeficiente de sustentação, enquanto que na Fig. 6 é observada a evolução dos coeficientes de arrasto. Nas figuras do lado esquerdo estão os resultados do presente autor, enquanto as do lado direito apresentam os resultados de Bao et al. (2018).

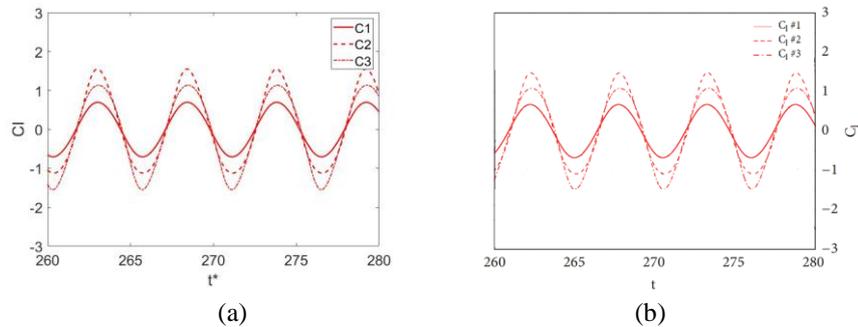


Figura 5. Evolução temporal Coeficiente de sustentação no tempo adimensional (a) Autor e (b) Adaptado Bao et al. (2018)

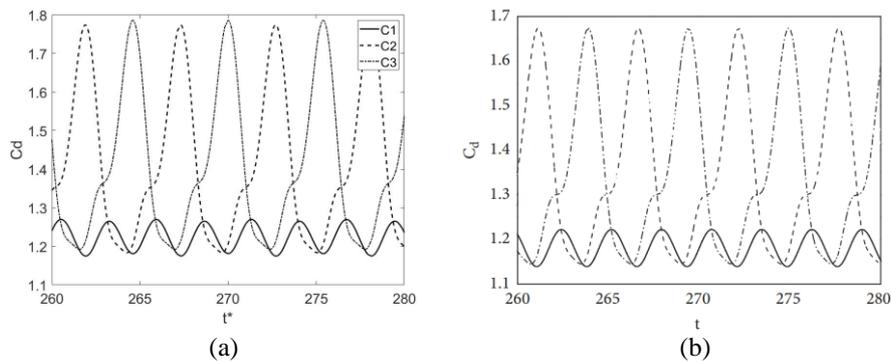
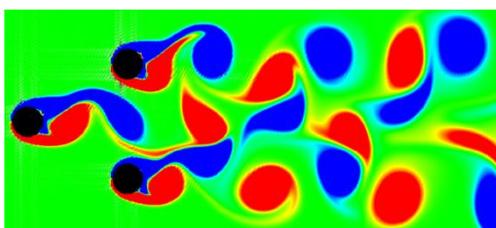


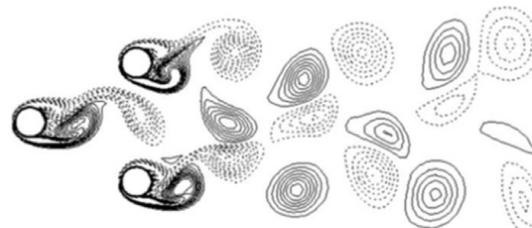
Figura 6. Evolução temporal Coeficiente de arrasto no tempo adimensional (a) Autor e (b) Adaptado Bao et al. (2018)

Olhando visualmente os limites de amplitude do  $Cl$  estão muito próximos se comparados com o outro trabalho, enquanto o  $Cd$  do presente trabalho apresenta uma diferença onde para o cilindro 1, seu comportamento senoidal gira em torno de um valor maior, isso também ocorre para os cilindros 2 e 3, os picos apresentam um valor máximo maior, enquanto os vales também apresentam um valor máximo maior, na Fig. 6(a) o eixo do gráfico chega até 1,8 na Fig. 6(b) ele chega apenas até 1,7, para comportar as curvas.

Na Figura 7, é mostrado a esteira de vórtices, quando se compara a Fig. 7(a) com Fig. 7(c), e a Fig. 7(b) com a Fig. 7(d), temos nos dois casos apresentam uma sequência de desprendimento de vórtices, para mesma posição e distância dos cilindros, com características visuais muito parecidas.



(a)



(c)

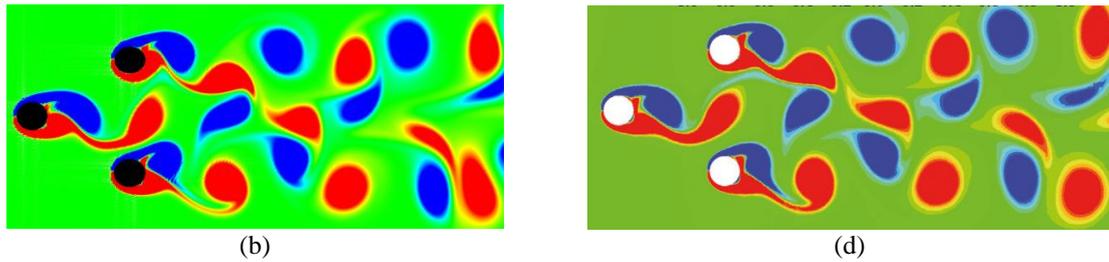


Figura 7. Esteira de vórtices (a) e (b) Autor, (c) Adaptado Zheng et al. (2016) e (d) Adaptado Bao et al. (2018)

Na Tabela 3, encontram-se os valores médios de  $Cl$ ,  $Cd$  e  $St$  do presente experimento e das simulações de Bao et al. (2018) e Zheng et al. (2016). Observando-a, nota-se que o primeiro cilindro possui coeficiente de sustentação nulo, isso implica que a interação entre os cilindros tem pouco efeito nesse cilindro, enquanto os demais apresentam valores diferentes de zero.

Tabela 3. Coeficientes de Arrasto, Sustentação e número de Strouhal para cilindros em triângulo

	$Cd_{médio}$			$Cl_{médio}$			$St_{médio}$		
	Presente trabalho	Bao et al. (2018)	Zheng et al. (2016)	Presente trabalho	Bao et al. (2018)	Zheng et al. (2016)	Presente trabalho	Bao et al. (2018)	Zheng et al. (2016)
Cilindro 1	1,21	1,17	1,28	0,00	0,00	0,00	0,18	0,18	0,19
Cilindro 2	1,41	1,34	1,48	0,07	0,06	0,05	0,18	0,18	0,19
Cilindro 3	1,41	1,34	1,48	-0,07	-0,06	-0,12	0,18	0,18	0,19

O coeficiente de arrasto apresentou valores consistentes ao se comparar os resultados dos três autores. É interessante frisar que os valores obtidos por Bao et al. (2018) são inferiores aos do presente trabalho, o que é corroborado pela Fig. 6. Além disso, observa-se que os cilindros 2 e 3 apresentam mesmo valor médio de  $Cd$  e  $Cl$ . Provavelmente, isso ocorre porque a distância entre eles é significativa, de modo que eles interagem apenas com o cilindro 1, além de que seus coeficientes de sustentação apresentam valores opostos, por causa de uma região de baixa pressão que faz com que a força de sustentação do cilindro 3 tenha outra direção.

#### 4. CONCLUSÃO

Conclui-se o método IMERSPEC, o qual é a junção dos métodos Pseudoespectral de Fourier e Fronteira Imersa, apresenta resultados próximos aos obtidos na literatura. Portanto, é possível dizer que o código foi validado para o caso de três cilindros em diferentes arranjos.

#### 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FURNAS Centrais Elétricas e ao “Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico” (P&D) da ANEEL pelo apoio financeiro.

#### 6. REFERÊNCIAS

- BAO, Z.; QIN, G.; HE, W.; WANG, Y., 2018. “Spectral Element Numerical Investigation of Flow between Three Cylinders in an Equilateral-Triangular Arrangement with Different Spacing Distances”. *Shock and Vibration*, v. 2018, BRIGGS W. LAND HENSON, V., 1995. “The DFT: an owner’s manual for the discrete Fourier transform”. Philadelphia-USA: Society for industrial and Applied Mathematics.
- MARIANO, F., 2011. *Soluções Numéricas de Navier-Stokes Utilizando uma Híbridação das Metodologias Fronteira Imersa e Pseudoespectral de Fourier*. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Uberlândia, MG, Brazil.
- MARQUES, T. R., NASCIMENTO, A. A., BORGES, A. S., 2022. “Validação numérica do IMERSPEC aplicado ao problema de escoamento sobre corpos”. In: *XXVIII Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica - CREEM*, 2022. Santa Maria, Brazil.
- NASCIMENTO, A. A., 2016. *Métodos Pseudoespectral De Fourier e Fronteira Imersa Aplicados a Escoamentos Simplificados De Engenharia De Perfuração*. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Uberlândia, MG, Brazil.

- SILVEIRA-NETO, A., 2002. Turbulência nos fluidos aplicada. Apostila da Disciplina Mecânica dos Fluidos do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, Brazil.
- ZHENG, S.; ZHANG, W.; LV, X., 2016. "Numerical simulation of cross-flow around three equal diameter cylinders in an equilateral-triangular configuration at low Reynolds numbers". *Computers & Fluids*, v. 130, p. 94-108.
- ZHU, H.; ZHONG, J.; ZHOU, T., 2021. "Wake structure characteristics of three tandem circular cylinders at a low Reynolds number of 160". *Physics of Fluids*, v. 33, n. 4, p. 044113.

## **7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES**

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.