

ESTUDO DO DESEMPENHO DINÂMICO DE MANCAL DE ROLAMENTO DO TIPO ESFERAS

Elias de Almeida Silva, e-mail¹
Alexandre da Silva Scari, e-mail¹

¹Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da UFMG, eliastj85@ufmg.br.

²Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da UFMG, scari@ufmg.br.

Resumo. Este artigo abordará um modelo dinâmico não linear de um rolamento de esferas com relação às deformações do rolamento e à separação interna da pista de esferas. As relações entre as deformações do rolamento e a condição de assentamento do eixo do rolamento são derivadas com base na condição de compatibilidade e interação da deformação, e os movimentos relativos entre os componentes do rolamento são analisados sob as condições de separação esférica. Em seguida, um método de previsão dos valores iniciais da iteração é utilizado para resolver o modelo dinâmico. Com base nisso, são discutidas as mudanças na deformação do rolamento, nas propriedades de contato e no deslizamento da gaiola.

Palavras chave: Dinâmico. Rolamento de esferas. Deformação de rolamento.

Abstract. This article will address a non-linear dynamic model of a ball bearing with respect to bearing deformations and internal separation of the ball raceway. Relationships between bearing deformations and bearing shaft seating condition are derived based on compatibility condition and strain interaction, and relative motions between bearing components are analyzed under spherical separation conditions. Then, a method of predicting the initial values of the iteration is used to solve the dynamic model. Based on this, changes in bearing deformation, contact properties and cage sliding are discussed.

Keywords: Dynamic. Sphere rolling. Bearing deformation.

1. INTRODUÇÃO

Rolamentos de esferas são amplamente aplicados em equipamentos mecânicos, como aeroespacial, robô flexível e máquinas-ferramentas de acurácia. As características dinâmicas dos rolamentos de esferas podem afetar o desempenho do sistema do rotor e até mesmo de todo o equipamento. Sob condições reais de operação a deformação do corpo do rolamento e a distância entre o rolamento e o anel interno é um fator importante para melhorar o desempenho dos rolamentos. Consequentemente, é muito importante erigir um modelo dinâmico mais completo para investigar o desempenho dinâmico dos mancais.

Quando o rolamento está funcionando em baixa velocidade ou sob condições de carga estática, uma simples análise estática pode explorar a capacidade de carga e as distribuições internas de carga, enquanto o momento giroscópico e a força centrífuga causados pela velocidade de rotação são ignorados, resultando na incapacidade de atender os pré-requisitos demandas de condições de alta velocidade na produção industrial.

(Jones, 1959, pp. 1-12). Apresentou um modelo levando em conta os efeitos causados pela inércia como a força centrípeta e momento giroscópico. Já (Harris, 1971, pp. 17-23). Criou um modelo analítico relacionado às leis e propriedades de atrito de Coulomb e o movimento do rolamento foi desenvolvido para estudar o efeito da carga axial no desempenho dinâmico do rolamento. Já “Wang, et al., 2014, pp. 154-172” formulou um modelo quase estático sem a suposição de controle da pista onde é proposto para analisar o efeito das condições de operação nas características de contato entre a esfera e a pista. Eles compararam exemplos numéricos para validar sua capacidade de prever o desempenho dinâmico do rolamento e mostraram que a abordagem de controle da pista externa se aproxima mais da realidade na operação de alta velocidade.

A posição relativa e a interação entre a esfera e a pista são estabelecidas de acordo com as condições de compatibilidade de geometria e deformação dentro do mancal, e a distribuição de carga e vida à fadiga são analisadas

com base no modelo quase estático. No entanto, devido à falta de análise da tensão atuante nos corpos rolantes e da força de interação entre a gaiola e outros componentes, não é possível refletir com precisão o deslizamento da gaiola em condições insuficientes de pré-carga e alta velocidade. Muitos estudiosos desenvolveram ainda mais o modelo da mecânica de rolamentos. Por exemplo, (Jain e Hunt, 2011, pp. 1-10).

São apresentadas as equações que regem a força de tração entre a esfera e a pista com base na lubrificação elastohidrodinâmica, e investigadas as propriedades de deslizamento e cinemática. Entretanto, esse modelo não levou em consideração as flutuações de carga interna, e sua precisão e aplicabilidade foram muito limitadas porque a influência do momento giroscópico e da força centrífuga não foi considerada.

“Gao, et al., 2021, pp. 107-120”. Propuseram um modelo dinâmico revisado considerando o efeito dos efeitos térmicos na viscosidade do lubrificante para investigar os mecanismos de deslizamento e cisalhamento. Seus estudos mostraram que aumentar a taxa de fluxo do lubrificante pode moderar o gradiente de temperatura mesmo com mais deslizamento. (Gupta, 1984) propôs um modelo dinâmico de rolamentos de esferas baseado na transformação de coordenadas espaciais entre os componentes do rolamento e estudou o efeito dos parâmetros de projeto e das condições de lubrificação no desempenho dinâmico do rolamento.

Por outro lado, (Chen e Hou, 2018, pp. 365 – 378). construiu um modelo dinâmico de rolamento de rotor não linear a partir da perspectiva da integração do sistema de rolamento do rotor. Este método pode não apenas criar um modelo dinâmico do sistema com base na estrutura real e nas prioridades de pesquisa, mas também tem grandes vantagens na investigação da influência de parâmetros-chave nas características de movimento do sistema, o que foi de grande importância para o projeto ideal e comportamento dinâmico e controle do sistema de rolamento do rotor. Seus estudos propuseram um modelo não linear de força de órbita de esfera com base em dados experimentais e introduziram ainda mais esse modelo em um sistema de rolamento de rotor para analisar as características de frequência de tempo do sistema sob vários fatores. Eles apontaram que este modelo tem ampla aplicabilidade e pode efetivamente lidar com a não linearidade do índice fracionário.

Para analisar o desempenho dinâmico de um único rolamento, os modelos de rolamentos mecânicos geralmente são divididos em modelos estáticos, quase estáticos, quase dinâmicos e dinâmicos. Existe uma certa relação entre diferentes modelos mecânicos, e um modelo apropriado é selecionado para avaliar as características operacionais dos rolamentos em diferentes aplicações. Através de uma análise comparativa entre diferentes modelos mecânicos, pode-se ver que o modelo estático pode ser usado para investigar a distribuição interna de carga e a capacidade de carga em condições de baixa velocidade ou carregamento estático.

Com base no modelo estático, o modelo quase estático considera ainda os efeitos do momento giroscópico e da força centrífuga, que podem investigar a resistência à fadiga e a rigidez dos rolamentos em altas velocidades. No entanto, nenhum dos modelos leva em consideração o efeito da gaiola e do lubrificante, nem pode refletir o deslizamento da gaiola em condições de pré-carga insuficiente e alta velocidade. Embora o modelo quase dinâmico leve em consideração os efeitos da gaiola e do lubrificante em outros componentes do rolamento, ele ainda não pode refletir as características variáveis do movimento no tempo.

A partir da análise acima, pode-se concluir que a maioria das análises teóricas e experimentais investiga principalmente o desempenho dinâmico do rolamento em condições ideais, e os efeitos das deformações do rolamento e da separação interna das esferas são ignorados.

Do modelo dinâmico deriva ainda as equações diferenciais de movimento para cada componente do rolamento de acordo com a interação e os movimentos relativos entre os vários componentes do rolamento, que podem ser usados principalmente para investigar os efeitos das condições operacionais e dos parâmetros de projeto no desempenho. O objetivo deste artigo é investigar o desempenho dinâmico de rolamentos de esferas sob vários fatores e fornece uma base teórica para o projeto moderno de rolamentos e avaliação de desempenho.

2. ANÁLISE TEÓRICA

A “Figura 1” mostra a estrutura do rolamento de esferas e a posição angular das esferas. Nesta figura, D e Z são o diâmetro da esfera e o número de esferas.

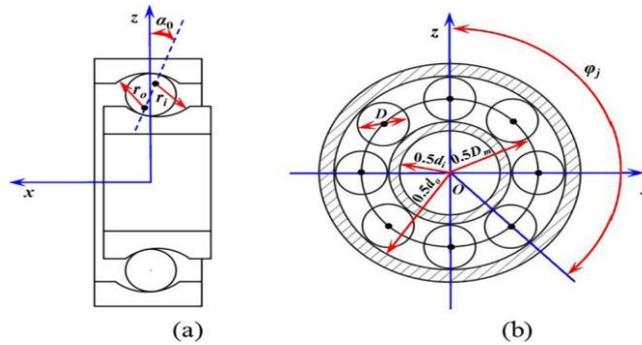


Figura 1. Diagrama esquemático do rolamento de esferas: (a) parâmetros da estrutura do rolamento de esferas; (b) posição angular das bolas (FANG et al, 2019)

onde: D_m é o diâmetro primitivo, sendo $D_m = 0,5(d_o + d_i)$, d_i e d_o são os diâmetros de contato da pista interna e externa, respectivamente.

φ_j é a posição angular da j -ésima esfera, e a primeira esfera começa em 0° .

r_i e r_o São os raios de curvatura da ranhura da pista interna e externa. E para a folga interna descrito pela “Eq. (1)”.

$$P_d = d_o - d_i - 2D \quad (1)$$

e o ângulo de contato inicial, descrito pela “Eq. (2)”.

$$\alpha_0 = \arccos \left(1 - \frac{P_d}{2(r_i + r_o - D)} \right) \quad (2)$$

2.1. Análise de Deformação e Modificação de Parâmetros de Projeto de Rolamentos

Para garantir o desempenho dinâmico e a precisão de trabalho do sistema de rolamento em operação, geralmente é usado um rolamento sobreposto para o anel interno e o conjunto do eixo. Um diagrama da conexão entre o anel interno e o eixo é mostrado na “Fig. 2”.

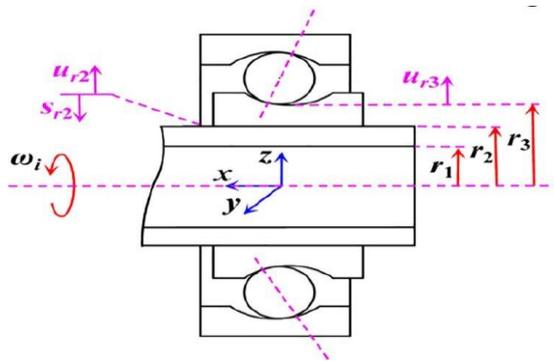


Figura 2. Diagrama esquemático das relações de conexão eixo-anel interno (WANG et al, 2023)

Onde: r_1 e r_2 raios do eixo, respectivamente; r_3 é o raio externo do anel interno.

Como mostrado na “Fig. 2”, a largura do anel interno é muito menor que seu raio, portanto, o anel interno é considerado um disco oco. De acordo com a teoria da elasticidade, o problema de cálculo tensão-deformação é resolvido pelo método das tensões planas assimétricas. A Equação de equilíbrio de um disco oco em um sistema de coordenadas cilíndricas pode ser obtida com base na teoria da elasticidade de acordo com a “Eq. (3)” abaixo:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho\omega^2 r = 0 \quad (3)$$

Para o equilíbrio geométrica e a tensão-deformação temos respectivamente em “Eq. (4)” e “Eq. (5)”:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \text{ e } \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (4)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_r)$$
(5)

Onde: σ_r e σ_θ são os componentes de tensão radial e tangencial.
 ρ é a densidade do material, ε_r e ε_θ são as componentes de deformação radial e tangencial.

2.2. Modelo dinâmico com rolamento de esferas

A “Figura 3”, mostra o movimento de rolamento do tipo esferas, de acordo com um sistema de cinco eixo de coordenadas. Um sistema global, isto é, (x_i, y_i, z_i) é fixado no centro do rolamento e gira em torno do eixo x_i coincidindo com o eixo do rolamento. Um outro sistema de coordenadas dito como local (x_j, y_j, z_j) é fixo no centro da esfera e gira em torno do eixo x_i com uma velocidade orbital ω_{mj} . Para esse sistema, a esfera possui três componentes de velocidade angular ω_{xj} , ω_{yj} e ω_{zj} , que giram em torno dos eixos x_j , y_j e z_j . Além disso, a direção do eixo z é ao longo do diâmetro primitivo e na direção externa do rolamento.

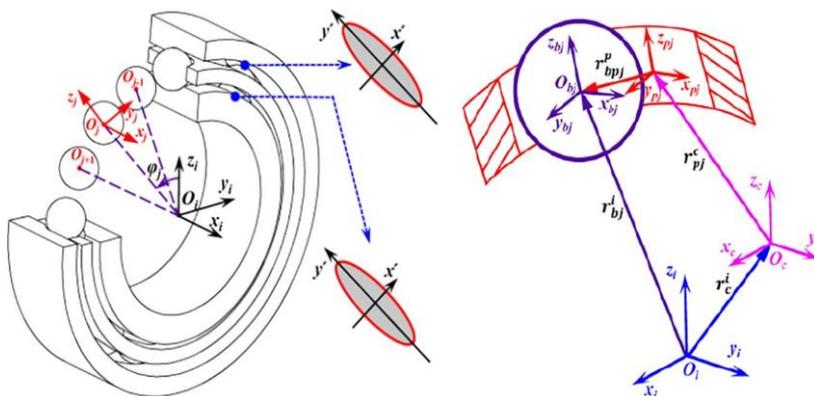


Figura 3. Sistema de coordenadas no modelo dinâmico (WANG et al, 2023)

À medida que a velocidade de rotação aumenta, os efeitos da força centrífuga e do momento giroscópico em cada esfera não podem ser ignorados, e o centro de curvatura interna da órbita e o centro da esfera gradualmente se movem para a posição de equilíbrio, na “Fig. 4” temos um modelo desse comportamento.

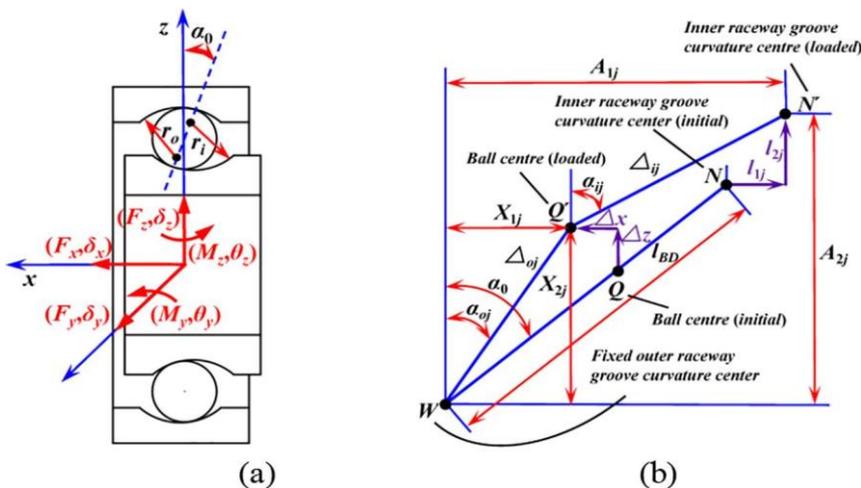


Figura 4. Geometria e relações mecânicas da esfera e anéis: (a) condição de carga; (b) posição relativa entre o centro da esfera e os centros de curvatura do sulco da pista (SAHAR et al, 2017)

Nesta “Figura 4”, A_{1j} e A_{2j} são os deslocamentos axiais e radiais entre o centro de curvatura das ranhuras do anel interno e externo após o carregamento. E Δ_{ij} e Δ_{oj} são a distância entre o centro da esfera e o centro de curvatura da ranhura interna da pista e a distância entre o centro da esfera e o centro de curvatura da ranhura da pista externa após o

carregamento. X_{1j} e X_{2j} são os deslocamentos axiais e radiais do centro da esfera em relação ao centro de curvatura da ranhura da pista do anel externo. l_{1j} e l_{2j} são os deslocamentos axiais e radiais entre o centro de curvatura da ranhura da pista interna antes e depois do carregamento e são os ângulos de contato da esfera interna e da esfera externa. Δx e Δz são os deslocamentos axial e radial do centro da esfera antes do carregamento e após o carregamento, respectivamente.

Durante a operação do rolamento, uma pré-carga adequada geralmente é aplicada para melhorar o desempenho dinâmico do rolamento. No entanto, se a pré-carga for insuficiente ou as cargas radiais forem muito grandes, uma região sem carga aparecerá dentro do rolamento. Quando a bola se separa do anel interno, ela é liberada das restrições do anel interno e se move ao longo do anel externo até que esteja em contato perpendicular com o anel externo. Neste ponto, os ângulos de contato externos da pista da esfera são zero. De acordo com a relação geométrica dos componentes do rolamento, o ângulo de contato da esfera externa na zona de carga é deduzido conforme “Eq. (6)”:

$$\operatorname{tg}\alpha_{ij} = \frac{(A_{1j} - X_{1j})}{(A_{2j} - X_{2j})} \quad \text{e} \quad \operatorname{tg}\alpha_{oj} = \frac{X_{1j}}{X_{2j}} \quad (6)$$

Para as deformações de contato da pista da esfera interna e da esfera externa no modelo dinâmico são calculadas pelas fórmulas da “Eq. (7)”:

$$\begin{cases} \delta_{ij} = \sqrt{(A_{1j} - X_{1j})^2 + (A_{2j} - X_{2j})^2 - (r_i - 0,5D)} \\ \delta_{oj} = \sqrt{X_{1j}^2 + X_{2j}^2 - (r_o - 0,5D)} \end{cases} \quad (7)$$

2.3. Análise de Movimento

A “Figura 5” mostra a zona de contato ampliada da pista da esfera interna e externa pode ilustrar os movimentos relativos dentro do rolamento, onde (x, y) é o ponto na elipse de contato. ω_{im} e ω_{om} são as velocidades orbitais da pista da esfera interna e da esfera externa. Para tais velocidades temos a “Eq. (8)”:

$$\omega_{im} = (\omega_i - \omega_{mj}) \quad \text{e} \quad \omega_{om} = (\omega_o - \omega_{mj}) = -\omega_{mj} \quad (8)$$

Onde: ω_i e ω_o são as velocidades angulares para o anel interno e externo.

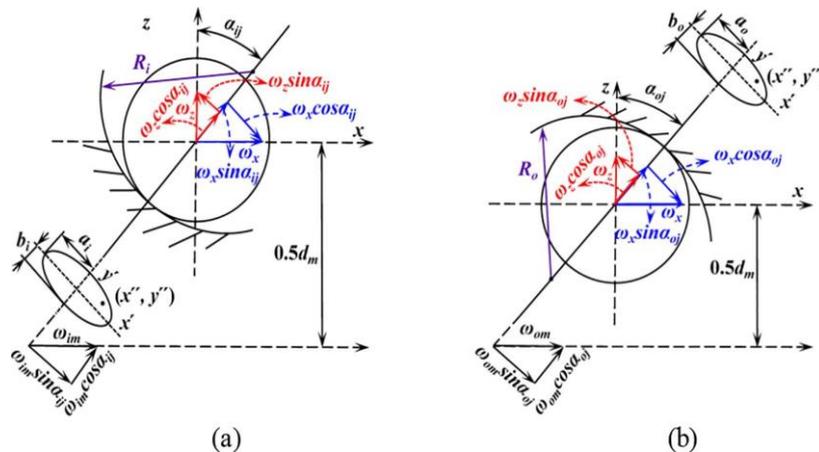


Figura 5. Análise de movimentos relativos da pista de esferas: (a) pista de esferas interna; (b) pista externa da esfera (WANG et al, 2023)

Onde temos que a velocidade da pista da esfera interna, é dada pelas “Eq. (9)”:

$$\begin{aligned} \Delta V_i^x &= -(\omega_i - \omega_{mj})(0,5d_m - 0,5D \cos \alpha_{ij}) \\ \Delta V_i^y &= -\omega_{yj} \left\{ (R_i^2 - x''^2)^{0,5} - (R_i^2 - a_{ij}^2)^{0,5} + [(0,5D)^2 - a_{ij}^2]^{0,5} \right\} + \omega_{si} x'' \end{aligned} \quad (9)$$

Para a pista externa a velocidade é dada pelas “Eq. (10)”:

$$\Delta V_o^x = \omega_{mj}(0,5d_m - 0,5D \cos \alpha_{oj})$$

$$\Delta V_o^y = \omega_{yj} \left\{ (R_o^2 - x^2)^{0,5} - (R_o^2 - a_{oj}^2)^{0,5} + [(0,5D)^2 - a_{oj}^2]^{0,5} \right\} + \omega_{so} x \quad (10)$$

2.4. Força entre a esfera e a carcaça

Há uma relação não linear complexa entre a esfera e a gaiola sob diferentes condições de trabalho, desse modo é necessário analisar o princípio dessa relação. Na “Figura 6”, tem-se a gaiola que está sujeita à força de contato e à força de atrito da esfera, ambas as quais são função da posição relativa da esfera.

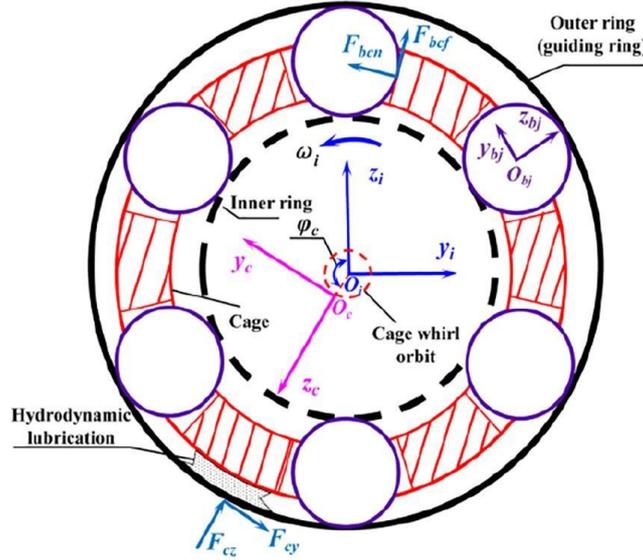


Figura 6. Diagrama esquemático da análise da força da gaiola (WANG et al, 2023)

Onde temos que a força de contato entre a esfera e a pista advém da teoria do contato de Hertz e mostrada como a “Eq. (11)”:

$$F_{bcn}^j = \begin{cases} \text{sign}(Z_{cj}^y) K_L \sqrt{(Z_{cj}^x)^2 + (Z_{cj}^y)^2} \\ \text{sign}(Z_{cj}^y) \cdot [K_L \cdot \delta_{bpj}^{1,5} + K_L \cdot C_p] \end{cases} \quad (11)$$

2.5. Forças entre a gaiola e a pista

As forças e o momento existente entre a gaiola e a pista de acordo com a “Fig. 6”, são dadas pela “Eq. (12)”, “Eq. (13)” e “Eq. (14)”:

$$F_{coy}' = \frac{-\pi \eta_0 u L^3 \varepsilon}{4 C_{gui}^2 (1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \quad (12)$$

$$F_{coz}' = \frac{-\eta_0 u L^3 \varepsilon}{C_{gui}^2 (1 - \varepsilon^2)^2} \quad (13)$$

$$M_{cx}' = \frac{2\pi \eta_0 \Delta V_{cr} R^2 L}{C_{gui}^2 (1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \quad (14)$$

Onde temos que, u e ΔV_{cr} são o arrastamento e a velocidade de deslizamento entre a gaiola e a pista. L e R são a largura e o raio da superfície guia da gaiola. C_{gui} e ε são a folga e a excentricidade.

2.6. Equações dinâmicas não-lineares

As equações diferenciais que governam os movimentos de rotação e translação da gaiola são descritos por “Eq. (15)”, “Eq. (16)”, e “Eq. (17)”:

$$I_{gaiola} \dot{\omega}_{gaiola} = 0,5 d_m (\sum_{j=1}^Z F_{bcn}^j - f_{vgaiola}) + M_{cx} \quad (15)$$

$$m_c \ddot{y}_c = \left(\sum_{i=1}^Z (-F_{bcn}^j \sin \varphi_j - f_{bcn}^j \cos \varphi_j) \right) + F_{coy} \quad (16)$$

$$m_c \ddot{z}_c = \left(\sum_{i=1}^Z (-F_{bcn}^j \sin \varphi_j + f_{bcn}^j \cos \varphi_j) \right) + F_{coz} \quad (17)$$

onde m_c e I_{gaiola} são a massa e a inércia rotacional da gaiola, respectivamente. Por outro lado, as equações para os movimentos rotacionais do anel interno são dadas pela “Eq. (18)”:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\delta}_x & 0 \\ \ddot{\delta}_y & 0 \\ \ddot{\delta}_z & 0 \\ 0 & \ddot{\theta}_y \\ 0 & \ddot{\theta}_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m_{interno} \\ I_{interno} \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} \dot{\delta}_x \\ \dot{\delta}_y \\ \dot{\delta}_z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x - \sum_{i=1}^Z (Q_{ij} \sin \alpha_{ij} + F_{ij}^y \cos \alpha_{ij}) \\ F_y - \sum_{i=1}^Z (Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - F_{ij}^y \sin \alpha_{ij}) \sin \varphi_j \\ F_z - \sum_{i=1}^Z (Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - F_{ij}^y \sin \alpha_{ij}) \cos \varphi_j \\ M_y + \sum_{i=1}^Z (Q_{ij} \sin \alpha_{ij} + F_{ij}^y \sin \alpha_{ij}) \cos \varphi_j R_{ii} \\ M_z - \sum_{i=1}^Z (Q_{ij} \sin \alpha_{ij} + F_{ij}^y \sin \alpha_{ij}) \sin \varphi_j R_{ii} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Onde: $m_{interno}$ e $I_{interno}$ são a massa e a inércia rotacional do anel interno, e c é o coeficiente de amortecimento.

3. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Neste artigo, um modelo aprimorado da dinâmica do rolamento de esferas considerando a deformação do rolamento e a separação da pista interna de esferas é proposto e, em seguida, a deformação do rolamento, as características de contato da pista e o deslizamento da gaiola são analisados. As principais conclusões são as seguintes: A influência da deformação do rolamento não pode ser ignorada na análise dinâmica, o que tornará o modelo dinâmico mais preciso; a folga interna do rolamento diminui com o aumento da deformação radial e a carga de contato é maior do que isso sem considerar a deformação devido à pré-carga insuficiente, aumentando a interferência inicial e a carga axial pode suprimir a flutuação da carga de contato e aumentar a carga de contato da esfera na área carregada. Por outro lado, as cargas radiais agem de forma oposta às cargas axiais.

Aumentando a interferência inicial, as cargas axiais e radiais podem aumentar a tensão geral para suprimir o deslizamento da gaiola; a orientação e a folga da gaiola têm uma grande influência na velocidade da gaiola, e o aumento da folga da guia pode reduzir a diferença de velocidade orbital da gaiola sob diferentes métodos de orientação.

4. REFERÊNCIAS

- A.B. Jones. **Ball motion and sliding friction in ball bearings** J. Lubr. Technol., 81 (1959), pp. 1-12, [10.1115/1.4008346](https://doi.org/10.1115/1.4008346).
- FANG, Hanliang; TANG, Tengfei; ZHANG, Jun. Kinematic analysis and comparison of a 2R1T redundantly actuated parallel manipulator and its non-redundantly actuated forms. Mechanism and Machine Theory, v. 142, p. 103587, 2019.
- P.K. Gupta. **Advanced Dynamics of Rolling Elements** Springer-Verlag, Berlin (1984).
- SAHAR, Amirah M. et al. Effect of hydraulic diameter and aspect ratio on single phase flow and heat transfer in a rectangular microchannel. Applied Thermal Engineering, v. 115, p. 793-814, 2017.
- S. Gao, S. Chatterton, L. Naldi, P. Pennacchi. **Ball bearing skidding and over-skidding in large-scale angular contact ball bearings: Nonlinear dynamic model with thermal effects and experimental results** Mech. Syst. Signal. Pr., 147 (2021), pp. 107-120, [10.1016/j.ymsp.2020.107120](https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.107120).
- T.A. Harris. **An Analytical Method to Predict Skidding in Thrust-Loaded, Angular-Contact Ball Bearings** J. Lubr. Technol., 93 (1971), pp. 17-23, [10.1115/1.3451511](https://doi.org/10.1115/1.3451511).
- WANG, Mingkai et al. A comprehensive study on dynamic performance of ball bearing considering bearing deformations and ball-inner raceway separation. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 185, p. 109826, 2023.
- W.Z. Wang, L. Hu, S.G. Zhang, Z.Q. Zhao, S.Y. Ai. **Modeling angular contact ball bearing without raceway control hypothesis** Mech. Mach. Theory, 82 (2014), pp. 154-172, [10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.006](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.006) Article.

5. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.