

MODELO HIPERLÁSTICO ACOPLADO À PLASTICIDADE CONTÍNUA E EFEITO DE MULLINS PARA SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO CÍCLICO DE UM ELASTÔMETO TERMOPLÁSTICO

José Eduardo Gubaua, jose.gubaua@sistemafiep.org.br^{1,2}

Sandmara Lanhi, sandmara_lanhi@hotmail.com¹

Kássia Peçanha Vieira, kassia.vieira@sistemafiep.org.br²

Ricardo Ritter de Souza Barnasky, ricardo.barnasky@sistemafiep.org.br²

Felipe Bertola de Souza, felipe.souza@sistemafiep.org.br²

¹ Laboratório de Mecânica dos Sólidos Computacional, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná, Centro Politécnico, Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 100 - Jardim das Américas, Curitiba - PR, 81530-000

² Instituto SENAI de Inovação em Engenharia de Estruturas (ISI-EE), Rua José Corrêa de Águiar, 361 - Jardim Leblon, Maringá - PR, 87053-276

Resumo: Os elastômeros termoplásticos são uma classe de material que possui um comportamento altamente não-linear quando solicitado. Sob condições estáticas, o material apresenta dependência do tempo, elevados níveis de deformação e uma relação não-linear entre tensão e deformação. Quando solicitado de forma dinâmica, a histerese e a perda de rigidez caracterizam a resposta do material. Assim, a determinação do comportamento do material de forma numérica se torna uma tarefa extremamente complexa. Uma maneira de caracterização do comportamento numérico do material é a partir da utilização de técnicas de otimização. Elas determinam os parâmetros do modelo numérico em relação a dados obtidos experimentalmente. Assim, o modelo do material otimizado fornece um resultado com um adequado ajuste ao comportamento real do material. Nesse sentido, objetiva-se a caracterização numérica do comportamento de um elastômero termoplástico utilizando uma rotina de otimização paramétrica e dados experimentais obtidos em ensaios de carregamento cíclico. Nos ensaios foi aplicado 10 vezes um ciclo de carregamento e descarregamento, com valor máximo de 4 MPa. A caracterização do material é realizada considerando-o incompressível. O comportamento numérico do material é determinado a partir de um modelo hiperelástico acoplado à plasticidade contínua e ao efeito de Mullins. O primeiro fenômeno é determinado a partir do modelo hiperelástico de Yeoh. Esse modelo é indicado para quando há uma quantidade pequena de dados experimentais disponível. A plasticidade é considerada isotrópica. Por fim, o efeito de Mullins é determinado a partir do conceito de pseudoelasticidade. As três teorias estão disponíveis no software comercial de elementos finitos Abaqus. Este foi utilizado em conjunto com um segundo software chamado isight, o qual é utilizado para a implementação da rotina de otimização. Os parâmetros associados aos modelos do material são definidos como variáveis de projeto do problema de otimização, a qual utilizada a diferença quadrática entre dados numéricos e experimentais como função objetivo. O modelo otimizado se mostrou bastante eficaz quanto à caracterização do material. Tanto o deslocamento como a histerese do material apresentaram um ajuste bastante acurado em relação aos resultados experimentais. Entretanto, é importante destacar que os parâmetros obtidos para caracterizar comportamento do material na condição de tração, podem não representar necessariamente outros modos de deformação.

Palavras-chave: Otimização paramétrica, Isight, modelo de Yeoh, plasticidade isotrópica, pseudoelasticidade.

1. INTRODUÇÃO

Os elastômeros termoplásticos são uma classe de material que consolida cada vez mais seu espaço em áreas de pesquisa e desenvolvimento, bem como no campo industrial, com destaque para os setores automobilístico, médico, construção civil e calçadista. Neste sentido, justifica-se o desenvolvimento de pesquisas para caracterização do seu comportamento (Machado, Chagnon and Favier, 2010; Pan and Zhong, 2016; Shahzad et al., 2015; Zhang et al., 2021).

A resposta de um elastômero termoplástico, à uma dada solicitação, depende de como o carregamento é aplicado. Para condições estáticas, o material apresenta dependência do tempo, grandes níveis de deformação e uma relação tensão-deformação fortemente não-linear. Em condições cíclicas, o comportamento é caracterizado por histerese e o efeito de Mullins (Machado, Chagnon and Favier, 2010). Durante o novo ciclo de carregamento, conforme a deformação desse novo ciclo de carga se aproxima do valor máximo experimentado anteriormente, a relação tensão-deformação se enrijece. Essencialmente, a curva de carregamento no novo ciclo produz uma relação tensão-deformação que transita pela curva

de descarregamento do ciclo anterior. Após o ponto de máxima deformação, a relação tensão-deformação reestabelece o comportamento visto na curva primária (Machado, Chagnon and Favier, 2010; Pan and Zhong, 2016; Zhang et al., 2021).

Diversos são os modelos desenvolvidos para a caracterização numérica dos diferentes fenômenos associados ao comportamento de elastômeros termoplásticos. Para a hiperelasticidade, duas abordagens são utilizadas. A primeira abordagem é a descrição física, onde a resposta do material é estabelecida a partir do ponto de vista de sua microestrutura. Podem ser citados, como exemplos, os modelos de Arruda-Boyce (Arruda and Boyce, 1993) e Van der Waals (Killian, Enderle, and Unseld, 1986). Uma segunda abordagem é a fenomenológica. Esta descreve a resposta do material a partir da mecânica do contínuo, sendo que a relação entre tensão e deformação do material é determinada sem qualquer influência de sua microestrutura (Shahzad et al., 2015). Como exemplos, podem ser citados os modelos de Mooney-Rivlin (Mooney, 1940), Ogden (Ogden, 1972) e os polinomiais reduzidos como destaque para o modelo Neo-Hookean (Treloar, 1943) e de Yeoh (Yeoh, 1990). O modelo de Yeoh caracteriza o comportamento do material com bastante acurácia em situações de grandes deformações (Shahzad et al., 2015). Outro ponto importante é que ele permite a simulação de diferentes modos de deformação mesmo com uma quantidade limitada de dados experimentais (Shahzad et al., 2015).

O efeito de Mullins é caracterizado, também, a partir de diferentes modelos fenomenológicos. Um conceito aplicado inicialmente foi a consideração de que o elastômero possui uma estrutura semicristalina composta por uma fase rígida e outra flexível (Mullins e Tobbin, 1957; Harwood and Payne, 1966, Bergström and Boyce, 1999). Uma segunda maneira é a partir da mecânica do dano contínuo ou a pseudoelasticidade (Simo, 1987; Ogden and Roxburgh, 1999). Nesta, uma variável de dano é considerada e envolvida à deformação para modelar o rompimento das moléculas do material. E, por fim, uma segunda abordagem para a modelagem do efeito de Mullins é por meio de modelos micromecânicos (Govindjee and Simo, 1991; Marckmann et al., 2002; Pan and Zhong, 2016).

Um ponto importante é que a caracterização do comportamento do material é de difícil execução, principalmente, para o efeito de Mullins, isso se dá muito a natureza não-linear do material. Já a caracterização somente da porção hiperelástica do material tende a ser mais simples, mesmo apresentando considerável não-linearidade. A dificuldade da caracterização aumenta quando o material hiperelástico escoar e começa a sofrer deformações plásticas. Nesse sentido, o presente estudo tem como objetivo a caracterização numérica do comportamento não-linear de um elastômero termoplástico sob uma condição de carregamento cíclica. Para tal, aplica-se um problema de otimização paramétrica visando a obtenção dos parâmetros ótimos que caracterizam os modelos matemáticos associados ao comportamento do material a partir de dados experimentais. Para caracterização do comportamento hiperelástico, o modelo de Yeoh (Yeoh, 1990) foi considerado. O efeito de Mullins foi determinado a partir do conceito de pseudoelasticidade de Ogden e Roxburgh (Ogden and Roxburgh, 1999). Por fim, a plasticidade do material foi modelada de forma isotrópica (Simo and Hughes, 1998). Todas as formulações são encontradas disponíveis no *software* comercial de elementos finitos Abaqus. A rotina de otimização foi implementada utilizando o *software* Isight. As simulações foram realizadas utilizando um modelo geométrico de um corpo de prova definido pela norma ISO 527-2: Plásticos: Determinação das propriedades de tração de plásticos – Parte 2: Condições de testes para moldagem e extrusão de plásticos. O experimento foi realizado controlando o nível de força aplicada no corpo de prova, com velocidade de ensaio constante e sendo repetido 10 vezes. A força aplicada gerou um nível de tensão de 4 MPa.

2. METODOLOGIA

Essa seção apresenta a metodologia utilizada para a caracterização numérica do comportamento do elastômero termoplástico. O modelo do material é descrito a partir de três fenômenos: (i) Hiperelasticidade no período de carregamento, seguindo por (ii) perda de rigidez que caracteriza o efeito de Mullins e (iii) deformação permanente após o descarregamento. Esses conceitos são brevemente descritos a seguir.

2.1. Modelo hiperelástico de Yeoh

O modelo hiperelástico de Yeoh (Yeoh, 1990) é uma formulação fenomenológica para representação do comportamento de materiais elásticos não lineares como os elastômeros termoplásticos. O modelo tem como premissa que as propriedades do material devem ser descritas a partir de uma função de densidade de energia de deformação (W) na forma

$$W = \sum_{i=1}^3 C_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \frac{1}{D_1} (J^{el} - 1)^{2i}. \quad (1)$$

Na Eq. (1), C_{i0} e D_1 são parâmetros do material, J^{el} é a razão de volume elástico. Por fim, $\bar{I}_1$ é o primeiro invariante de deformação determinado como

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2. \quad (2)$$

Na Eq. (2), $\bar{\lambda}_i$ se refere ao estiramento principal deviatórico associado ao i -ésimo estiramento principal λ_i e determinado na forma $\bar{\lambda}_i = J^{el} \lambda_i$.

O módulo de compressibilidade inicial (K_0) é determinado a partir do parâmetro D_1 como

$$K_0 = \frac{2}{D_1}. \quad (3)$$

Para o caso de materiais incompressíveis, como no corrente estudo, D_1 é nulo. Assim, a Eq. (1) se torna dependente apenas dos parâmetros C_{10} . Finalmente, o módulo de cisalhamento inicial pode ser determinado na forma

$$\mu_0 = 2 C_{10}. \quad (4)$$

2.2. Modelo pseudoelástico de Mullins

O modelo utilizado no *software* Abaqus é o apresentado por Ogden e Roxburgh (Ogden and Roxburgh, 1999). O modelo foi desenvolvido a partir do conceito de pseudoelasticidade. Essa pseudoelasticidade é descrita a partir da relação constitutiva de incompressibilidade isotrópica do material. Tal relação é utilizada para a descrição da resposta do material virgem em relação a um dado carregamento aplicado.

Para a descrição do processo de carregamento e descarregamento do material, o modelo utiliza diferentes funções de densidade de energia de deformação. A conversão entre os processos é dada a partir da quantificação de uma variável de dano (η). O efeito de Mullins é dada na forma

$$W(\bar{\lambda}_i, \eta) = \eta \tilde{W}_{dev}(\bar{\lambda}_i) + \phi(\eta) + \tilde{W}_{vol}(J^{el}). \quad (5)$$

Na equação, $\tilde{W}_{dev}(\bar{\lambda}_i)$ é a parte deviadora da função de densidade de energia do comportamento inicial hiperelástico. $\tilde{W}_{vol}(J^{el})$ é a porção volumétrica da função de densidade de energia. Finalmente, $\phi(\eta)$ é a função contínua que determina o comportamento da variável de dano η . Tal variável tem seu comportamento associado à deformação seguindo

$$\eta = 1 - \frac{1}{r} \operatorname{erf} \left(\frac{W_{dev}^{max} - \tilde{W}_{dev}}{m + \beta \tilde{W}_{dev}} \right), \quad (6)$$

Sendo W_{dev}^{max} o máximo valor do $\tilde{W}_{dev}$ em um dado ponto material durante o seu histórico de deformação, r , β e m são parâmetros do material. Por fim, $\operatorname{erf}(x)$ é a função erro gaussiana. Os parâmetros de Mullins podem ser computados a partir das curvas experimentais obtidas no teste de carga cíclica aplicada no material. Uma segunda maneira é indicando os valores dos parâmetros diretamente ao *software*. Conforme indicado no seu manual, os parâmetros estão sujeitos as seguintes restrições: $r > 1$, $\beta \geq 0$ e $m \geq 0$, sendo que β e m não podem ser ambos nulos.

2.3. Modelo de plasticidade

A plasticidade do material foi modelada a partir da abordagem clássica de plasticidade isotrópica (Simo and Hughes, 1998). Aqui, a superfície de escoamento é definida a partir do valor de tensão de escoamento uniaxial e seu valor equivalente de deformação plástica. O endurecimento do material também foi considerado isotrópico. Ou seja, a superfície de escoamento muda seu tamanho de forma uniforme em todas as direções. Nesse sentido, a tensão de escoamento do material aumenta (ou diminui) em todas as direções conforme ocorre deformação plástica. O *software* abaqus utiliza leis de fluxo plástico associativo. Assim, a taxa de deformação inelástica ocorre na direção normal da superfície de escoamento.

2.4. Ensaio cíclico do elastômero termoplástico

O ensaio cíclico foi realizado seguindo a norma ISO 527-2: Plásticos: Determinação das propriedades de tração de plásticos – Parte 2: Condições de testes para moldagem e extrusão de plásticos. O ensaio foi realizado considerando o controle de força a uma velocidade constante de 6,4 N/s. O ciclo de carregamento e descarregamento foi repetido 10 vezes.

O corpo de prova é do tipo 1A. A seção transversal da geometria segue a utilizada no experimento com largura e espessura de 6,76 e 9,46 mm. O extensômetro utilizado para medição das variáveis do ensaio foi do tipo *clip-on extensometer* com 50 mm de comprimento. A Figura 1 apresenta as curvas de tensão-deformação obtidas no experimento. Nota-se o comportamento hiperelástico do material nas curvas de carregamento. No descarregamento, o material apresenta perda de rigidez e um comportamento fortemente não-linear. Por fim, o material apresentou deformação permanente após a completa ausência de carga aplicada. Isso indica que, durante o carregamento, o nível de força aplicada fez com que o material escoasse.

2.5. Modelo de elementos finitos

O modelo geométrico utilizado foi desenvolvido com base na norma regulamentadora ISO 527-2: Plásticos – Determinação das propriedades sob tração – Parte 2: Condições de testes para moldagem e extrusão de plásticos. A geometria do corpo de prova (Figura 2a) foi discretizada com o elemento quadrático C3D20RH (*continuum, 3D, with 20 nodes, reduced integration and hybrid formulation*). A malha final é composta por 3.672 elementos e 19.005 nós (Figura 2b).

A simulação foi realizada com controle da aplicação de força. Para sua aplicação, uma restrição do tipo coupling foi utilizada para associar o movimento das superfícies anterior e posterior da aba superior do corpo de prova a um ponto de referência (Fig. 2c). Nesse sentido, as superfícies da aba superior se deslocam conforme o deslocamento do ponto de referência. O mesmo procedimento foi realizado na aba inferior para aplicação da condição de contorno de Dirichlet na forma de um engaste (Fig. 2c). A rampa de aplicação da força seguiu a utilizada nos experimentos. Nestes, um valor de força máxima, igual a 256,00 N, foi visualizado 40 s após o início do teste, seguido por uma condição de descarregamento de mesma duração.

A curva de deslocamento numérica foi determinada a partir da diferença, do histórico do deslocamento, entre dois pontos que idealizam o tamanho do extensômetro utilizado no ensaio experimental (Fig. 2c). Essa curva é comparada com a que foi obtida experimentalmente durante o processo de otimização

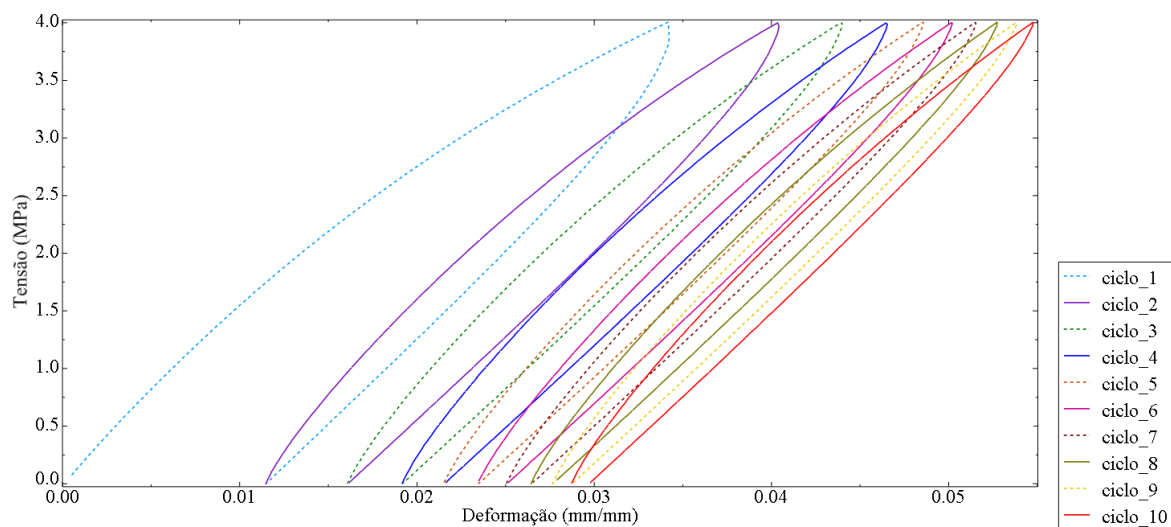


Figura 1. Resultado experimental para os 10 ciclos de carga e descarga aplicados no elastômero termoplástico.

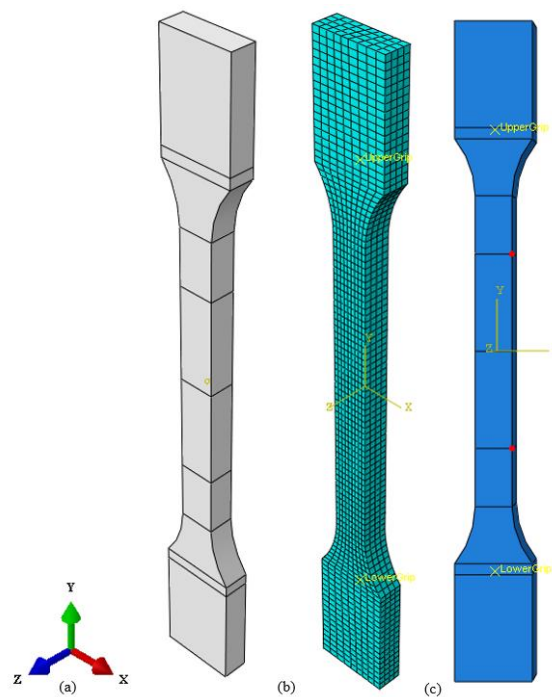


Figura 2. Representação do (a) modelo geométrico utilizado na simulação, (b) malha de elementos finitos e (c) pontos (em vermelho) utilizados para idealização do extensômetro.

2.6. Processo de otimização

A caracterização de um modelo numérico para a descrição do comportamento de um dado material é uma tarefa complexa de ser realizada. Mesmo a partir de uma quantidade substancial de informações experimentais, o modelo numérico pode apresentar discrepâncias que influenciem de alguma maneira o comportamento do material durante as simulações.

Modelos numéricos têm em sua essência a utilização de parâmetros para caracterização de suas curvas. A modificação desses parâmetros gera mudanças no comportamento do material simulado. Nesse sentido, para cada mudança, pode-se quantificar a diferença existente entre os resultados numérico e experimental. Assim, quando essa diferença é minimizada, é possível obter os parâmetros do modelo numérico que melhor caracterizam o comportamento do material obtido experimentalmente. Essa é uma forma de descrever um problema de otimização visando a caracterização do comportamento extremamente complexo de um material como é o de um elastômero termoplástico.

A rotina de otimização utilizada neste estudo foi implementada no *software* Isight (Figura 3). Essa é uma ferramenta numérica que combina diferentes aplicativos em um fluxo de simulação, visando a exploração de um dado espaço de projeto para identificação de parâmetros ótimos sujeitos às restrições impostas ao problema. O problema implementado possui quatro passos ao longo do processo de otimização. As variáveis de projeto (parâmetros dos modelos para caracterização do material) são importadas a partir do *software* Abaqus a partir do arquivo que contém o modelo de elementos finitos do corpo de prova (Figura 2). Nesta fase são indicadas as variáveis de entrada (parâmetros do modelo do material) e de saída (o histórico de deslocamento dos pontos superior e inferior (Figura 2c) do extensômetro idealizado). O segundo passo é a determinação da diferença do histórico de deslocamento do extensômetro durante a simulação. Esse dado é utilizado no terceiro passo (*Data matching*). Aqui, realiza-se a comparação entre os dados obtidos na simulação e os experimentais e se quantifica a diferença entre as duas curvas. Dentre as diversas variáveis disponíveis pelo *software* Isight, foi utilizado o somatório do quadrado da diferença para avaliação da curva numérica em relação à experimental. Esse somatório é a função objetivo do processo de otimização, o qual é o quarto passo apresentado na Figura 3.

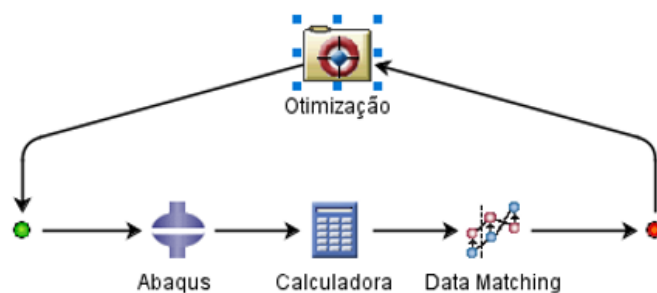


Figura 3. Rotina de otimização implementada no *software* Isight.

A otimização é realizada utilizando o método de Hooves-Jeeves de busca direta. Esse método não necessita de uma função objetivo que possua derivada pois o algoritmo não utiliza essa informação. O método é iniciado a partir de um dado conjunto de parâmetros e busca um mínimo local. Ao encontrá-lo, o método verifica o comportamento da solução através da perturbação das variáveis de projeto até encontrar um ponto que melhore a função objetivo. Depois dessa exploração inicial, o método inicia uma segunda fase de busca, conhecida como padrão, onde há uma aceleração na direção definida no passo anterior. Isso é realizado até que não existam outros pontos que melhorem a função objetivo. O tamanho da perturbação é definido inicialmente e é reduzido gradualmente até que a convergência seja detectada. Assim, ao final da otimização, o conjunto de parâmetros que melhor caracteriza o comportamento experimental do material é encontrado.

2.6.1. Definição das variáveis de projeto

A Tab.1 apresenta as variáveis de projeto utilizadas no processo de otimização. Para a definição dos intervalos utilizados, a ferramenta denominada *calibration*, disponível no *software* Abaqus, foi utilizada. Essa ferramenta permite caracterizar o comportamento de um dado material a partir dos dados experimentais obtidos em ensaios uni e biaxiais. Entre os comportamentos disponíveis para caracterização, encontra-se o modelo de hiperelasticidade com deformação permanente. Essa opção determina, a partir dos dados de entrada, a curva primária de carregamento, as curvas de descarregamento e novo carregamento, e a tensão e deformação permanente. Assim, é possível obter os dados para a determinação do modelo hiperelástico, efeito de Mullins e plasticidade. Vale ressaltar que os dados obtidos para o efeito de Mullins, com a ferramenta, não foram utilizados. Esse efeito é otimizado respeitando as restrições indicadas no manual do *software* Abaqus. As demais informações obtidas com a ferramenta *calibration* foram utilizadas como valores iniciais das variáveis utilizadas no problema de otimização.

Um ponto importante, sobre o modelo hiperelástico, é a necessidade de apresentação de estabilidade por parte do modelo em relação aos dados experimentais para todos os níveis de deformação. Essa é uma condição necessária para descrição do comportamento do material e que foi levada em consideração na avaliação dos intervalos e dos resultados

obtidos na otimização. Um segundo ponto importante sobre o modelo hiperelástico é que o material é considerado incompressível.

Tabela 1. Variáveis de projeto e respectivos intervalos utilizados no processo de otimização.

Modelo	Parâmetro (unidade)	Intervalo
Modelo hiperelástico de Yeoh	C_{10} (MPa)	[10, 40]
	C_{20} (MPa)	[1500.0, 4000.00]
	C_{30} (MPa)	[150000.0, 400000.0]
Efeito de Mullins	r (1)	[1.001, 1000,0]
	β (1)	[0.001, 10,0]
Plasticidade	σ_e (MPa)	≥ 0.05
	σ_{int}^p (MPa)	[3.50, 6.45]
	ε_{int}^p (mm/mm)	[0.005, 0.02]

Um segundo ponto importante é quanto aos parâmetros que caracterizam o efeito de Mullins. Somente dois foram utilizados no processo de otimização (r e β). O terceiro parâmetro seria o m . Este controla se há danificação quando ocorrem níveis baixos de deformação. Para quando m é nulo, há muita danificação em pequenas deformações. Nesse sentido e concomitantemente com os resultados experimentais, foi assumido que m é igual a zero. A definição dos intervalos dos demais parâmetros foi realizada seguindo as restrições do modelo numérico do efeito de Mullins apresentadas anteriormente (seção 2.2).

E, por fim, um terceiro ponto importante está associado à plasticidade. O modelo foi caracterizado inicialmente com 5 informações, sendo elas os valores de tensão de escoamento σ_e , uma segunda informação denominada no estudo de tensão e deformação plásticas intermediárias (σ_{int}^p e ε_{int}^p) e os respectivos valores máximos ($\sigma_{máx}^p$ e $\varepsilon_{máx}^p$) associados ao carregamento aplicado. Esse último está associado à quantidade de curvas experimentais utilizadas (Figura 1). Foram assumidos σ_e , σ_{int}^p e ε_{int}^p como variáveis de projeto. A primeira informação foi utilizada devido à grande deformação permanente visualizada no ensaio experimental. É evidente que a curva primária de carregamento não apresenta apenas deformação elástica, mas também um processo de plastificação. As variáveis σ_{int}^p e ε_{int}^p foram utilizadas pois nesse ponto ocorre uma mudança na direção de plastificação que pode estar associado ao platô apresentado na curva de deslocamento do ensaio experimental. A otimização dessa informação permite uma melhor caracterização do início da plastificação do material.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 4 apresenta o deslocamento vertical obtido no experimento e a simulação com os parâmetros iniciais (Tabela 2) do modelo que combina a hiperelasticidade, plasticidade e o efeito de Mullins. A otimização foi realizada para o primeiro ciclo de carregamento para a condição de 4,0 MPa. Embora a combinação entre hiperelasticidade e plasticidade apresente um comportamento adequado durante a curva primária de carregamento, o modelo apresenta um nível alto de deformação plástica. Aparentemente, os principais fatores de influência desse comportamento são os valores de σ_e , σ_{int}^p e ε_{int}^p . Um valor baixo de σ_e contribui para a determinação de um nível muito alto de deformação plástica (Figura 5). Para a tensão intermediária no regime plástico do material, seu valor é similar à tensão aplicada no ensaio experimental (4,0 MPa). E nesse ponto ocorre uma mudança no comportamento plástico do material, haja vista o valor máximo de deformação plástica (Tabela 2). Isso também contribui para o grande nível de deformação plástica no final da simulação em comparação com o resultado experimental (Figura 5). Para o conjunto de parâmetro inicial, a função objetivo foi quantificada em 15,6856 mm².

A Figura 6 apresenta a curva de deslocamento vertical do ponto de ótimo encontrado na otimização. Observa-se um adequado ajuste do modelo numérico em relação aos dados experimentais tanto para a curva primária de carregamento como para o descarregamento. Observa-se a adequada caracterização numérica do comportamento do material na curva de histerese do ciclo de carga e descarga (Figura 7). Para esse caso, a avaliação da função objetivo foi quantificada em 0,03841 mm².

A Tabela 3 apresenta os parâmetros que caracterizam o modelo numérico para o ponto de ótimo. Os parâmetros do modelo hiperelástico sofreram uma ligeira redução dos valores. Parâmetros com intensidades maiores, em relação à condição inicial, caracterizam o efeito de Mullins. Por fim, tanto σ_e como σ_{int}^p , apresentam valores de maior intensidade. Esse último vai ao encontro da afirmativa posta para o primeiro caso, onde ambos os valores contribuíram para a formação da excessiva deformação permanente (Figura 5). O efeito de Mullins é responsável pela formação do platô na curva de deslocamentos causado logo após a aplicação do máximo valor de força. Quanto r tende a zero, o platô aumenta de forma excessiva. Já o parâmetro β contribui para a curvatura durante o descarregamento. Quanto maior o valor do parâmetro, mais próximas tendem a ser as curvas de carga e descarga.

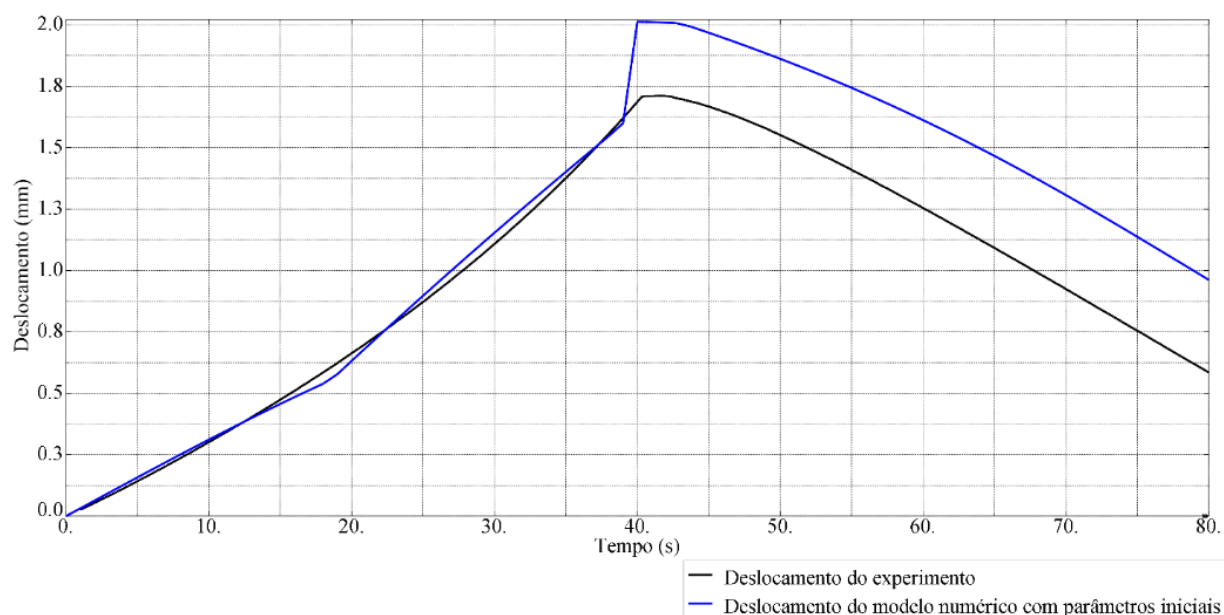


Figura 4. Comportamento das curvas de deslocamento (mm) numérica obtida com os parâmetros iniciais e de forma experimental para o primeiro ciclo de carregamento de 4 MPa.

Tabela 2. Parâmetros iniciais utilizados no processo de otimização.

Modelo	Parâmetro (unidade)	Valor
Modelo hiperelástico de Yeoh	C_{10} (MPa)	26,3914
	C_{20} (MPa)	2434,1798
	C_{30} (MPa)	228324,9470
Efeito de Mullins	r (1)	2,000
	$\beta(1)$	0,010
Plasticidade	σ_e (MPa)	1,8772
	σ_{int}^p (MPa)	4,1016
	ε_{int}^p (mm/mm)	0,01552
	$\sigma_{máx}^p$ (MPa)	6,4727
	$\varepsilon_{máx}^p$ (mm/mm)	0,1595

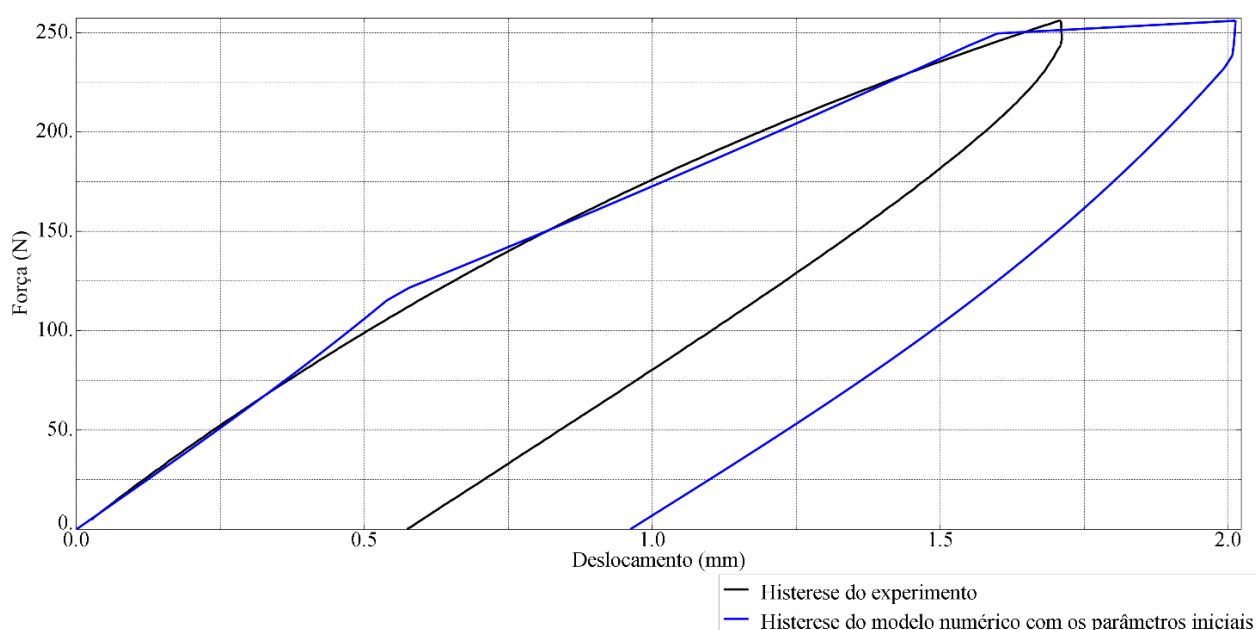


Figura 5. Relações força-deslocamento obtidas na simulação com os parâmetros iniciais do modelo do material e com os dados experimentais para o primeiro ciclo de carregamento.

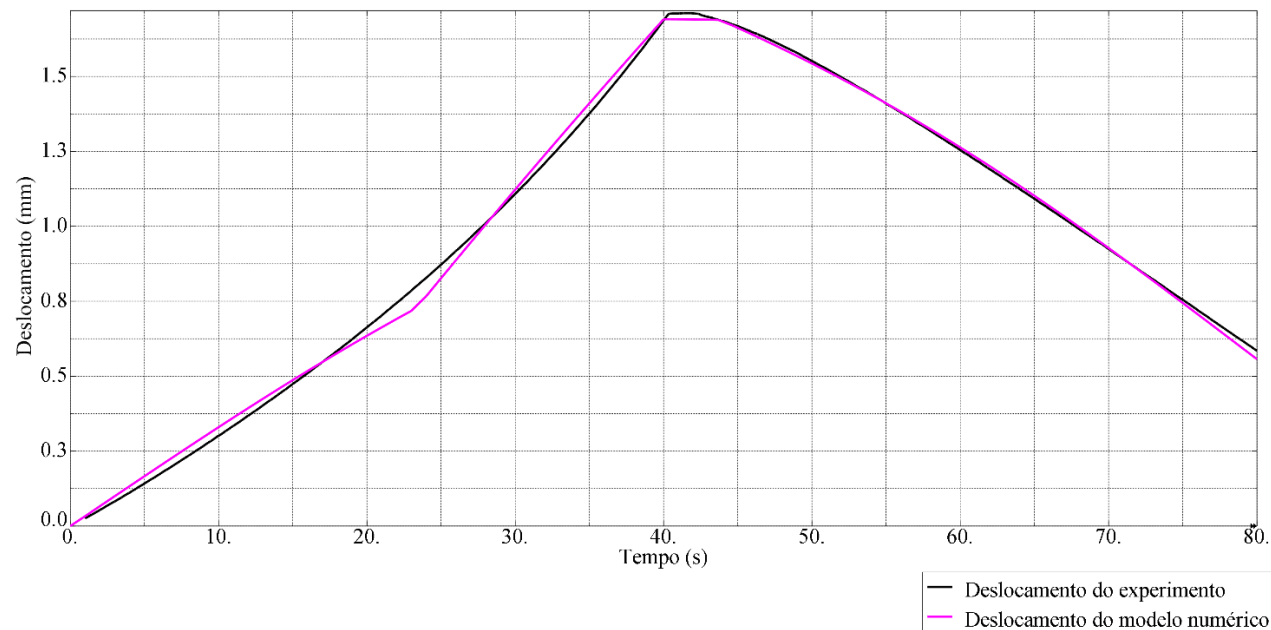


Figura 6. Comportamento das curvas de deslocamento (mm) numérica obtida com os parâmetros otimizados e de forma experimental para o primeiro ciclo de carregamento de 4 MPa.

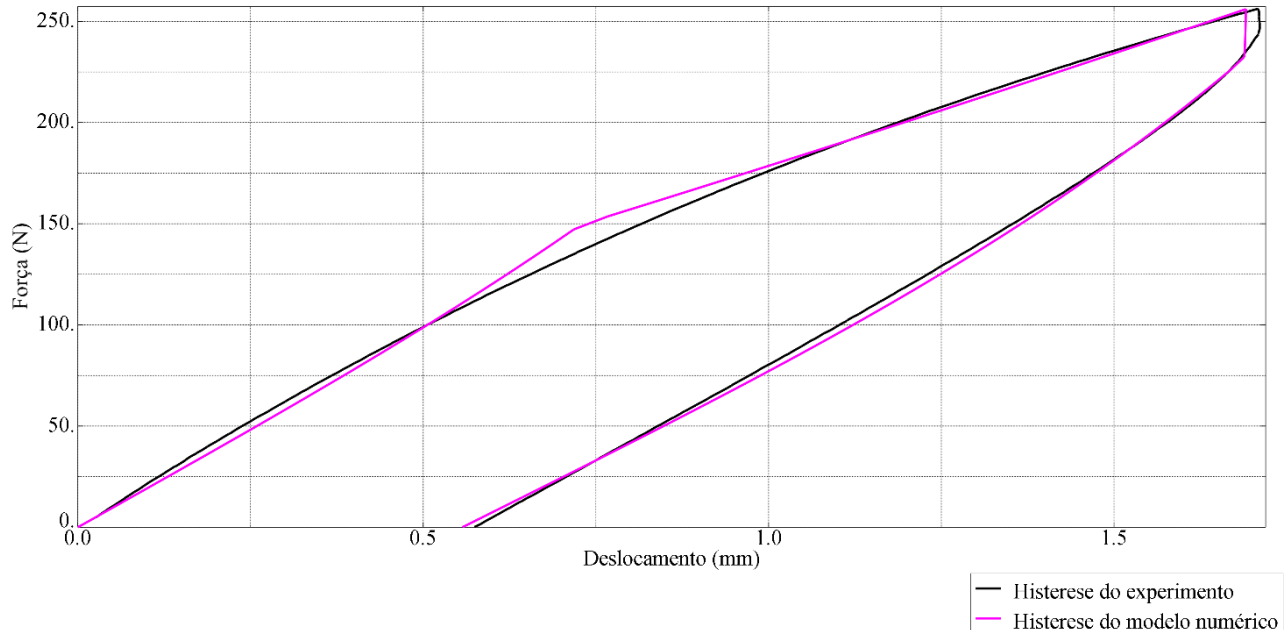


Figura 7. Relações força-deslocamento obtidas na simulação com os parâmetros otimizados do modelo do material e com os dados experimentais para o primeiro ciclo de carregamento.

Tabela 3. Parâmetros obtidos no processo de otimização		
Modelo	Parâmetro (unidade)	Valor
Modelo hiperelástico de Yeoh	C_{10} (MPa)	25,0445
	C_{20} (MPa)	1500,1221
	C_{30} (MPa)	186111,4502
Efeito de Mullins	r (1)	10,8290
	$\beta(1)$	0,002952
Plasticidade	σ_e (MPa)	2,3704
	σ_{int}^p (MPa)	4,6300
	ε_{int}^p (mm/mm)	0,01414

Embora o comportamento seja bastante adequado, algumas pequenas discrepâncias ainda são visualizadas. O primeiro é quanto a combinação do modelo hiperelástico com o modelo de plasticidade para a caracterização da curva primária. Claramente a plasticidade corrige o modelo hiperelástico para que a curva primária seja representada. Entretanto, na região próxima ao escoamento, as curvas diferem. Um segundo ponto é o deslocamento provocado na máxima força aplicada. O modelo numérico apresenta maior rigidez em relação ao experimental. Uma alternativa para a possível solução destas diferenças seria a adoção de um modelo viscoelástico onde a não-linearidade do material seria descrita por deformações viscosas. Outra possibilidade seria a utilização de modelos hiperelásticos mais complexos, como o modelo de Ogden (Ogden, 1972), que utiliza dados de diferentes experimentos (uniaxial, biaxial, planar e volumétrico) para caracterizar os modos de deformação do material e assumi-lo como compressível. Aqui, o efeito de Poisson seria mais bem caracterizado. Quanto ao método de otimização, modelos mais robustos como algoritmos genéticos ou a criação de um metamodelo podem melhorar a acurácia dos parâmetros obtidos. Tais alternativas serão implementadas em estudos futuros que visam a melhoria da caracterização do comportamento do material em diferentes situações de carregamento. Porém, mesmo com as limitações, o modelo otimizado apresenta um acurado ajuste de curva, permitindo a caracterização do complexo comportamento do elastômero termoplástico utilizado para a condição de tração aplicada ao material.

4. CONCLUSÕES

Uma rotina de otimização foi implementada visando a obtenção de parâmetros ótimos que caracterizassem o comportamento não-linear de um elastômero termoplástico. Apesar das limitações, a combinação do modelo hiperelástico de Yeoh, do conceito de pseudoelasticidade para representação do efeito de Mullins, e da teoria de plasticidade isotrópica para computar a deformação permanente, possibilitou a caracterização do comportamento do material sob tração com bastante acurácia. Como apresentado, o modelo otimizado apresentou uma redução significativa do valor da função objetivo em relação ao resultado experimental. A combinação entre os modelos de hiperelasticidade e plasticidade forneceram um adequado ajuste da curva primária de carregamento e da quantidade de deformação residual resultante. Já o efeito de Mullins otimizado caracterizou o comportamento não-linear da perda de rigidez no descarregamento. Entretanto, é importante destacar que os parâmetros obtidos para caracterizar comportamento do material na condição de tração, podem não representar necessariamente outros modos de deformação.

5. AGRADECIMENTOS

Sandmara Lanhi e José Eduardo Gubaua agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PgMec) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Brasil. A autora Sandmara Lanhi agradece ao suporte financeiro do Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (PRH-ANP).

6. REFERÊNCIAS

- Arruda, E.M., and Boyce, M.C. 1993. "A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of tubber elastic materials". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 41, No. 2, pp. 389-412.
- Bergström, J., and Boyce, M. 1999. "Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 47, No. 4, pp. 633-656.
- Govindjee, S., and Simo, J. 1991. "A micro-mechanically based continuum damage model for carbon black-filled rubbers incorporating Mullins' effect". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, No. 1, pp. 87-112.
- Harwood, J. and Payne, A. 1966. "Stress softening in natural rubber vulcanizates. Part III. Carbon black-filled vulcanizates". *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 10, No. 2, pp. 315-324.
- He, H., Zhang, Q., Zhang, Y., Chen, J., Zhang, L., and Fanzhu, L. 2021. "A comparative study of 85 hyperelastic constitutive model for both unfilled rubber and highly filled rubber nanocomposite material". *Nano Materials Science*, in Press. doi: 10.1016/j.nanoms.2021.07.003.
- International Organization for Standardization (ISO). ISO 527-2: Plastics — Determination of tensile properties — Part 2: Test conditions for moulding and extrusion plastics. 2012.
- Killian, H.G., Enderle, H., and Unseld, K. 1986. "The use of the van der Waals model to elucidate universal aspects of structure-property relationships in simply extended dry and swollen rubbers". *Colloid and Polymer Science*, Vol. 264, No. 10, pp. 866-876.
- Machado, G., Chagnon, G., and Favier, D. 2010. "Analysis of the isotropic models of the Mullins effect based on filled silicone rubber experimental results". *Mechanics of Materials*, Vol. 42, No. 9, pp. 842-852. doi: 10.1016/j.mechmat.2010.07.001ff. fhal-01974135
- Marckmann, G., Verdon, E., Gornet, L., Chagnon, G., Charrier, P., and Fort, P. 2002. "A theory of network alteration for the Mullins effect". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 53, No. 10, pp. 2231-2258.
- Mooney, M. 1940. "A theory of large elastic deformation". *Journal of Applied Physics*, Vol. 11, No. 9, pp. 582-592.
- Mullins, L., and Tobin, N. R. 1957. "Theoretical Model for the Elastic Behavior of Filler-Reinforced Vulcanized Rubbers". *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 30, No. 2, pp. 555-571. doi: <https://doi.org/10.5254/1.3542705>

- Ogden, R.W. 1972. "Large deformation isotropic elasticity – on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids". Proceedings of the Royal Society of London A. Vol. 326, No. 1567, pp. 565-584.
- Ogden, R. and Roxburgh, D. 1999. "A pseudoelastic model for the Mullins effect in filled rubber". Proceedings of the Royal Society of London A, Vol. 455, pp. 2861-2877.
- Pan, Y. and Zhong, Z. 2016. "Modeling the Mullins effect of rubber-like materials". International Journal of Damage Mechanics, Vol. 0, pp. 1-16. doi: 10.1177/1056789516635728.
- Shahzad, M., Kamran, A., Siddique, M. Z., and Farhan, M., 2015. "Mechanical Characterization and FE Modelling of a Hyperelastic Material". *Materials research*, Vol. 18, No. 5, pp. 918-924. doi: 10.1590/1516-1439.320414.
- Simo, J.C. 1987. "On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model: formulation and computational aspects. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 60, No. 2, pp. 153-173.
- Simo, J.C. and Hughes, T.J.R. 1998. Computational Inelasticity. Ed. Springer, Philadelphia, USA.
- Treloar, L. 1943. "The elasticity of a network of long-chain molecules, II". Transactions of the Faraday Society, Vol. 39, pp. 241-246.
- Yeoh, O.H. 1990. "Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates". Rubber Chemistry and Technology, Vol. 63, No. 5, pp. 792-805.
- Zhang, M., Xu, W., Zhang, X., Zhang, H., Li, Z., Zhang, C., Jiang, H., and Chen, M. 2021. "Investigation of Mullins effect of rubber materials by spherical indentation method", Forces in Mechanics, Vol. 4, pp. 100037. doi: 10.1016/j.finmec.2021.100037.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

HYPERELASTIC MODEL COUPLED TO CONTINUUM PLASTICITY AND MULLINS EFFECT FOR SIMULATING THE CYCLIC BEHAVIOR OF A THERMOPLASTIC ELASTOMER

José Eduardo Gubaua, jose.gubaua@sistefafiep.org.br^{1,2}

Sandmara Lanhi, sandmara_lanhi@hotmail.com¹

Kássia Peçanha Vieira, kassia.vieira@sistefafiep.org.br²

Ricardo Ritter de Souza Barnasky, ricardo.barnasky@sistefafiep.org.br²

Felipe Bertola de Souza, felipe.souza@sistefafiep.org.br²

¹ Laboratory of Computational Solid Mechanics, Postgraduate Program in Mechanical Engineering, Federal University of Paraná, Polytechnic Center, 100 Cel. Francisco H. dos Santos, Curitiba PR 81530-000

² SENAI Innovation Institute (ISI-PR) for Engineering Structures, 361 José Corrêa de Águiar, Maringá PR 87053-276

Abstract. Thermoplastic elastomers are a class of material that presents a nonlinear behavior. This behavior depends on the loading condition. Under cyclic conditions, the material presents a large strain level and time dependence. Under cyclic conditions, hysteresis and stress-softening characterize the material's response. Thus, the numerical characterization of the material's behavior becomes a complex task. One method for solving this task is through optimization techniques. They determine the parameters of the numerical model based on experimental data. Thus, the optimized model provides a result with an accurate fit to the actual behavior. In this sense, this study aims at the numerical characterization of the behavior of a thermoplastic elastomer. For this, we combine a parametric optimization routine with experimental data got in cyclic tests. During the tests, we applied 10 times a cycle of loading and unloading with a maximum value of 4 MPa. For the numerical characterization, we considered the material as incompressible. A hyperelastic model coupled with plasticity and Mullin's effect characterize the material's behavior. The Yeoh model describes hyperelastic behavior. This model is adequate for when there is a small amount of experimental data available. We considered the plasticity as isotropic. Finally, the Mullins effect is determined using the pseudoelasticity concept. All three theories are available in commercial software of finite elements Abaqus. We implemented the optimization process using the software Isight. The optimization used the parameters of the material models as design variables. The difference between numerical and experimental data computes the objective function. The optimized model showed itself to be very effective for material characterization. Numerical displacement and hysteresis presented a very accurate fit to the experimental data. However, it is important to highlight that the optimized parameters characterize the behavior in a tension condition. These parameters may not represent necessary other modes of deformation.

Keywords: Parametric optimization, Isight, Yeoh model, isotropic plasticity, pseudoelasticity.