

IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE MUTHOPP PARA PREVISÃO DE ESTOL EM ASAS NO REGIME SUBSÔNICO

Danilo Azevedo, dcrazevedo@gmail.com¹

Joel Laguardia, joellreis@gmail.com¹

Ricardo L. U. de F. Pinto, utsch@demec.ufmg.br¹

¹Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - PPGMEC/UFMG. Av. Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, MG, 31270-901

Resumo: Uma formulação da linha sustentadora não-Linear baseada na solução de Muthopp é apresentada. O método utiliza um processo iterativo que corrige as previsões feitas por um modelo linear com base nos dados experimentais do perfil, possibilitando a detecção, inclusive, da região de estol e pós-estol. A correção é feita avaliando-se a diferença entre os coeficientes de sustentação calculados pela linha sustentadora e os valores da curva do perfil bidimensional para o mesmo ângulo de ataque efetivo. Esta diferença é então usada para recalculer o ângulo de ataque, que serve novamente de entrada para o modelo linear utilizado para recalculer os coeficientes da asa. O procedimento é repetido até a convergência dos valores do coeficiente de sustentação. O resultado do método foi comparado com dados experimentais de asas retangulares com diferentes razões de aspecto presentes nas referências apresentando um excelente ajuste na região linear e conseguindo prever os efeitos não-lineares da asa. Com esta ferramenta é possível refinar o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos e distribuição de carregamentos em asas, bem como a dinâmica de voo de aeronaves subsônicas.

Palavras-chave: Aerodinâmica Aplicada, Asas, Muthopp Não-Linear

1. INTRODUÇÃO

A linha sustentadora é uma solução clássica da aerodinâmica proposta por Prandtl que substitui a asa por um sistema de vórtices lineares, ou vórtices-ferradura. O método separa as soluções invíscida, escoamento potencial fora da camada limite, e viscosa, dentro da camada limite, mas as relaciona através dos dados experimentais dos aerofólios (Schlichting and Truckenbrodt, 1979). O vórtice-ferradura é entendido como o modelo de asa elementar cuja solução é conhecida, portanto, dada a propriedade dos meios conservativos, é possível montar problemas complexos através da composição de soluções simples. Dessa forma pode-se sobrepor vórtices-ferradura para representar uma asa desejada, conforme a Figura 1.

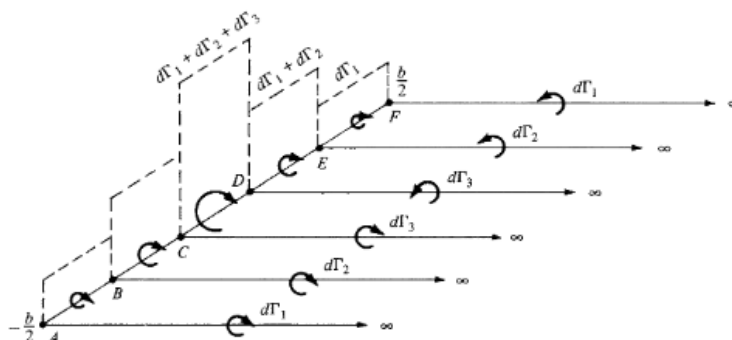


Figura 1: Sobreposição de vórtices-ferradura. Fonte: Adaptado de Anderson (2011)

O somatório da influência de cada asa elementar nas demais é o pilar da linha sustentadora. Diversas formas de distribuir os vórtices ferradura podem ser encontradas na literatura, sejam utilizando asas sobrepostas (Prandtl and Tietjens, 1957; Muthopp, 1955), justapostas (Weissinger (1947)) ou mesmo em tandem, como os métodos de superfície sustentadora. Outras importantes contribuições são as linhas curvas de Ashenberg and Weihsradius (1982), Prossdorf and Tordella (1991), Guermond (1990), e Devinant and Gallois (2002) cujas formulações consideram asas com enflechamento contínuo.

nuo. Ainda que diversas abordagens estejam presentes na literatura, a formulação de Multhopp (1955) continua sendo uma das mais estudadas dada a sua simplicidade de aplicação e robustez, tendo sido o método escolhido para o presente trabalho.

2. Linha sustentadora: solução de Multhopp

Multhopp (1955) apresenta uma solução exata da linha sustentadora de suma importância por conseguir reduzir significativamente o custo para se computar a distribuição de sustentação em asas. O método aplica uma série de multiplicadores na forma de uma matriz de influência cuja função é conferir uma relação linear entre o ângulo de ataque induzido e a circulação (Sivells and Neely, 1947). A matriz é puramente geométrica exceto na sua diagonal principal, onde as características aerodinâmicas, bem como as cordas, são contabilizadas, i. e., todos os elementos não diagonais da matriz são os mesmos para qualquer asa com mesma discretização (Multhopp, 1955).

O procedimento inicia pelo estabelecimento de "N" pontos "pivô" que se referem a posições específicas ao longo da envergadura para as quais serão calculadas a circulação. Para isso uma discretização cossenoidal é sugerida pelo autor, seguindo a mesma ideia apresentada por Glauert, conforme a Figura 2.

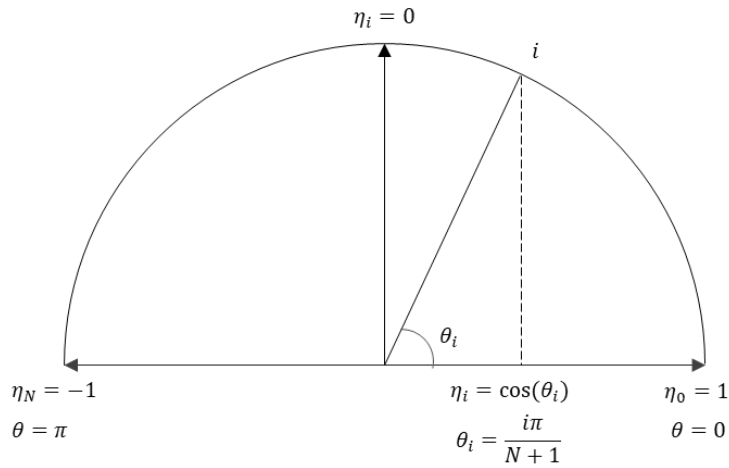


Figura 2: **Discretização cossenoidal.** Fonte: Multhopp (1955)

onde:

$$\eta_i = \cos(\theta_i), \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

$$\theta_i = i \frac{\pi}{(N+1)}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

A circulação em cada ponto η_i , $i = 1, \dots, N$, pode ser calculada como apresentado na Equação 3.

$$\sum_{j=1}^N (A_{ij} \Gamma_j) = \alpha_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (3)$$

Onde α_i , $i = 1, \dots, N$, é o ângulo de ataque em cada estação, Γ_i , $i = 1, \dots, N$, é a circulação local e a matriz de influência é dada pela Equação 4.

$$A_{ij} = \begin{cases} \frac{-N-1}{4 \sin(\theta_i)} - f_i & i = j \\ \frac{1 - (-1)^{i-j} \sin(\theta_i)}{2(N+1)(\cos(\theta_i) - \cos(\theta_j))^2} & i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

$$f_i = \frac{2b}{a_0 c_i}, \quad i = 1, \dots, N \quad (5)$$

Sendo b a envergadura, a_0 , a inclinação de $C_L(\alpha)$ em $\alpha = 0$, e c_i , a corda local.

2.1 Abordagem na região não linear

O princípio dos métodos iterativos de captura de estol é a comparação entre os resultados obtidos pelos métodos invíscidos e as informações viscosas dos perfis aerodinâmicos que compõem a asa. Esta comparação, por sua vez, segue majoritariamente duas estratégias: os métodos baseados em circulação, ou Γ -Methods (Gamble *et al.*, 2017; Owens, 1998; Anderson, 2011; Carvalho and Brito, 2017; Araújo *et al.*, 2017; Gally and Laurendeau, 2015), e os métodos baseados em

ângulo de ataque, α -Methods (van Dam *et al.*, 2001; de Vargas and de Oliveira, 2006; Sivells and Neely, 1947; Piszkin and Levinsky, 1976), esta última, a escolhida para o presente trabalho.

Independente do modelo adotado, o objetivo é o de corrigir o valor da circulação em todas as seções para que o C_L calculado seja coerente com aquele experimentado pelo perfil. Para isso, um processo de modificação das variáveis de entrada é implementado de maneira recursiva, tal que os valores de circulação obtidos atendam às informações experimentais.

2.1.1 Visão geral dos métodos baseados em ângulo de ataque (α -Methods)

Nos modelos baseados em α modificam-se os valores de entrada do ângulo de ataque recursivamente. A Figura 3 apresenta a ideia geral do método.

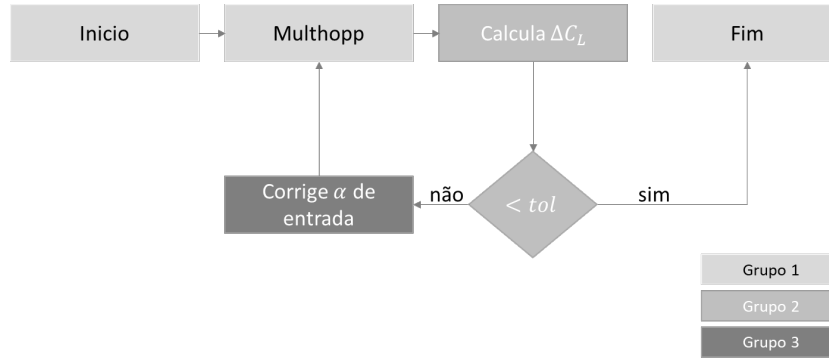


Figura 3: Fluxograma da solução recursiva.

O Grupo 1, simbolizado pela cor cinza claro, representa a solução convencional da linha sustentadora onde os valores de circulação são calculados. Na porção linear da curva $C_L \times \alpha$, nada mais precisa ser feito e o método converge com apenas uma iteração. Para a porção não linear, os valores de circulação encontrados são incompatíveis com a realidade e precisam ser corrigidos. Insere-se, portanto, dois grupos no processo: um conjunto de ações (Grupo 2) para testar o afastamento dos valores obtidos dos experimentais, de acordo com a Equação 6,

$$|C_{L_i}^{vis} - C_{L_i}^{inv}| \leq tol, \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

onde $C_{L_i}^{vis}$, $i = 1, \dots, N$ é o coeficiente de sustentação da curva experimental, $C_{L_i}^{inv}$, $i = 1, \dots, N$ é o coeficiente de sustentação calculado pelo método de Multhopp e tol , a tolerância. O segundo conjunto de ações inserido, o Grupo 3 (cinza escuro) calcula qual ângulo de ataque deveria ser dado como entrada em cada estação para se obter o valor de circulação dos dados experimentais. Esse ângulo é obtido calculando-se a diferença entre os coeficientes de sustentação obtido pelo método e aquele da curva experimental segundo a Equação 7.

$$\Delta\alpha_i = \frac{C_{L_i}^{vis} - C_{L_i}^{inv}}{a_0}, \quad i = 1, \dots, N \quad (7)$$

onde $\Delta\alpha_i$ é a diferença entre o ângulo de ataque geométrico dado como entrada e o ângulo cujo C_L é compatível com a curva experimental. Logo após, o valor da correção é aplicado nos valores de entrada e a solução convencional é novamente aplicada. Agora, os valores de Γ devem estar mais próximos aos valores reais. O Grupo 1 é novamente aplicado, reavaliado e, caso ainda não atenda aos critérios de convergência desejados, repete-se o processo. Após a convergência, o valor final da correção, ou seja, o somatório das correções aplicadas em todo o processo, é adicionada ao valor do ângulo de ataque efetivo, α_e .

Observe que ao modificar o valor do ângulo de ataque de entrada, o modelo tenta descobrir qual informação inicial deve ser dada para que a circulação obtida seja coerente com o valor experimental. Após encontrar o valor de circulação, a correção angular é reincorporada ao valor de α_e garantindo que a resposta seja coerente com a condição de operação da asa.

Esta estratégia foi adotada em Sivells and Neely (1947), porém, abordando o problema de carregamentos assimétricos como uma composição de uma parcela simétrica e uma perturbação. Além disso, o trabalho referenciado aborda o cálculo na região linear da curva $C_L \times \alpha$ através de uma metodologia adaptada daquela utilizada na porção não-linear, sob a justificativa da redução de esforço matemático. No presente trabalho, dada a atual capacidade computacional, nenhuma restrição é aplicada na simetria do carregamento e os casos lineares e não-lineares são abordados da mesma forma e pelo mesmo método, sem distinção.

2.2 Procedimento

Considere uma asa sem torção com envergadura b e distribuição de cordas discreta $c_i, i = 1, \dots, N$, em ângulo de ataque α , e as informações aerodinâmicas $C_L \times \alpha$ do perfil bidimensional que a constitui, calcular a curva de sustentação por ângulo de ataque.

1. Calcular o valor inicial do ângulo de ataque aparente α_i^a :

$$\alpha_i^a = \alpha - \Delta\alpha_i^n, \quad i = 1, \dots, N \quad (8)$$

onde $\alpha_i^a, i = 1, \dots, N$ é o ângulo de ataque aparente e n , o número da iteração, tal que para $n = 1, \Delta\alpha_i^n = 0$;

2. Calcular a distribuição de circulação pelo método de Multhopp, utilizando a Eq. 3;

3. Calcular o valor de α_{e_i} ;

$$\alpha_{e_i} = f_i \Gamma_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (9)$$

4. Calcular a diferença entre os coeficientes de sustentação ΔC_L ;

$$\Delta C_{L_i} = C_{L_i}^{visc}(\alpha_{e_i}) - C_{L_i}^{inv}, i = 1, \dots, N \quad (10)$$

$$C_{L_i}^{inv} = a_0 \alpha_{e_i}, i = 1, \dots, N \quad (11)$$

5. Enquanto $\Delta C_L > tol$:

- (a) Calcular a diferença angular

$$\Delta\alpha_i^n = \Delta\alpha_i^{(n-1)} + (\Delta C_{L_i})/a_0, i = 1, \dots, N \quad (12)$$

- (b) Recalcular o ângulo de ataque aparente

$$\alpha_i^a = \alpha + \Delta\alpha_i^n \quad (13)$$

- (c) Retornar ao Passo 2;

3. Dados de entrada

O método foi avaliado utilizando-se os valores experimentais apresentados em Mukherjee (2004) tendo as curvas de $C_L \times \alpha$ como referência. Os valores de entrada para a solução da asa são as informações geométricas e os dados aerodinâmicos do perfil. Neste trabalho, três asas retangulares com razão de aspecto 6, 9 e 12, sem torção, sem enflechamento e sem diedro foram calculadas. As asas foram compostas pelo por um único perfil, Naca 4415, cujos dados experimentais estão disponíveis também em Mukherjee (2004).

4. Resultados

Os resultados obtidos para a curva de sustentação da asa estão apresentados na Figura 5, onde é possível observar que o método percebe a redução de sustentação em um ângulo de estol bem próximo ao experimental. Ainda que tenha a tendência de acertar os gradientes na porção não linear, esse comportamento melhora com o aumento da razão de aspecto, o que é esperado. Na região pós estol, há uma maior divergência entre o método e o experimento, sendo incapaz de perceber a recuperação da sustentação após os 30° . O progresso do estol pode ser apreciado na Figura 6, onde se apresenta a distribuição de sustentação para as três asas em pontos diferentes da curva $C_L \times \alpha$.

O efeito esperado da redução da razão de aspecto é visto na Figura 6. Analisando da Figura 6a à Figura 6c, é possível notar que os efeitos de ponta se propagam mais para o meio da asa. Esta influência acaba por reduzir o C_L integral da asa de forma sutil, porém, dada uma redução drástica de razão de aspecto, tal como de $AR = 12$ para $AR = 6$, esta redução de C_L é perceptível. A sustentação gerada pela asa não desaparece, mas sim, é deslocada angularmente gerando uma componente horizontal que contribui para a composição do arrasto. Esta componente, o arrasto induzido, pode ser avaliada com o auxílio da Figura 7.

O arrasto induzido apresenta um comportamento bastante similar em pequenos ângulos de ataque, mas progride mais rapidamente para razões de aspecto mais baixas. Para a $AR = 6$, o arrasto induzido atinge o dobro do valor daquela para a asa de $AR = 12$ na região de estol/pós-estol.

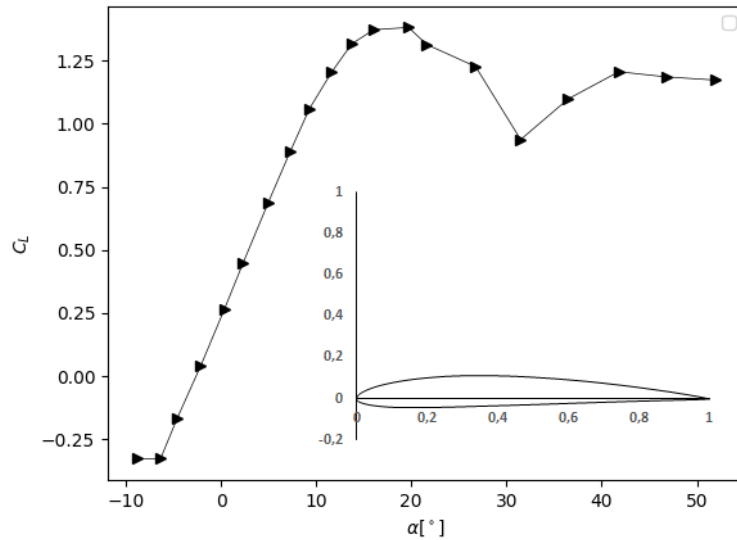
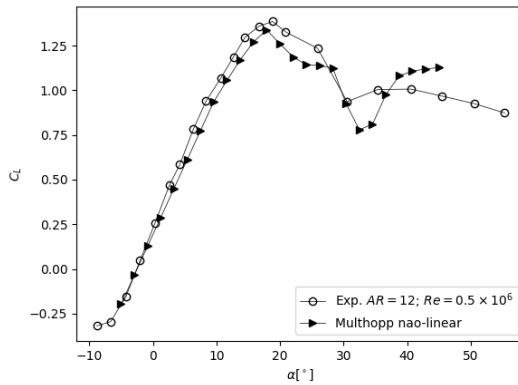
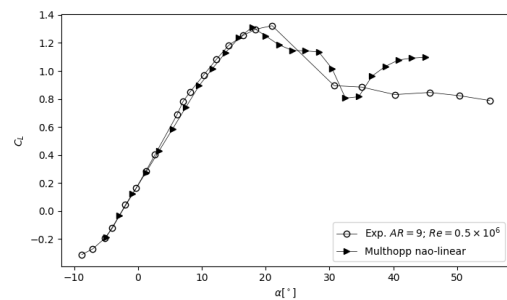


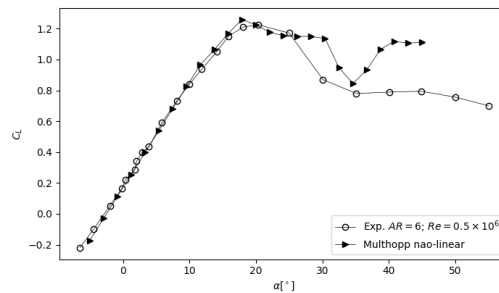
Figura 4: NACA 4415 e curva $C_L \times \alpha$.



(a) Razão de aspecto $AR = 12$.



(b) Razão de aspecto $AR = 9$.



(c) Razão de aspecto $AR = 6$.

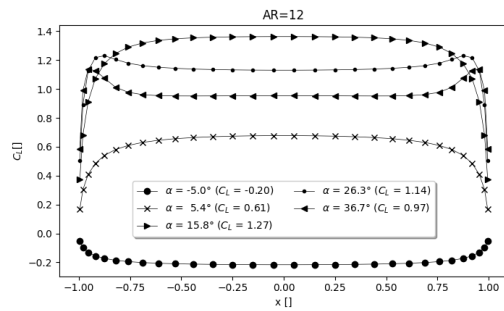
Figura 5: Comparação entre a curva de sustentação por ângulo de ataque experimental.

5. Conclusão

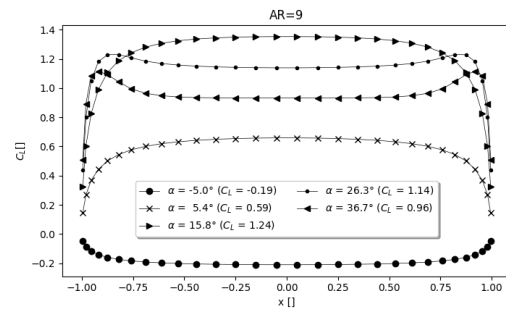
Uma versão recursiva do método de Multihopp foi implementada para captura de estol em asas. O método utiliza um processo iterativo que busca a convergência entre o valor do coeficiente de sustentação, C_L , experimental e o previsto pelo método, alterando, a cada iteração, o valor dos ângulos de ataque de entrada.

O método apresentou uma rápida convergência, precisando em média de 7 iteração em cada ângulo de ataque, não ultrapassando 35 iterações para o caso estudado.

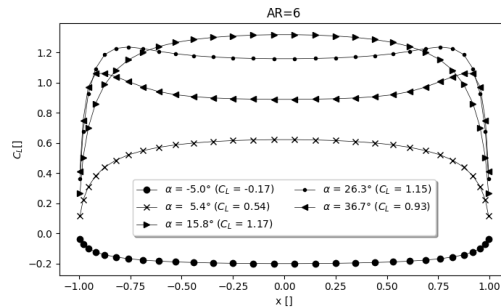
A implementação foi capaz de prever o estol para as asas testadas com boa precisão, porém, a carência de dados experimentais limitou a análise para uma única forma em planta, asas planas e sem torção geométrica ou aerodinâmica. Dado que este trabalho faz parte de um projeto ainda em curso, planeja-se para trabalhos futuros a avaliação de outras



(a) Razão de aspecto $AR = 12$.



(b) Razão de aspecto $AR = 9$.



(c) Razão de aspecto $AR = 6$.

Figura 6: Distribuição de sustentação e progressão do estol.

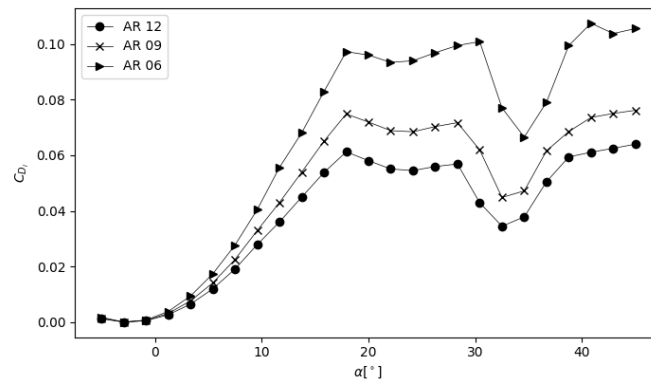


Figura 7: Variação do coeficiente de arrasto induzido em função do ângulo de ataque

asas mais diversas, bem como a implementação de problemas multi-superfície, guinada e carregamento assimétrico, além de um cálculo mais refinado de arrasto induzido.

6. Responsabilidade Autoral

Os autores declaram que o artigo este é original, que não infringe os direitos autorais ou qualquer outro direito de propriedade de terceiros, que não foi enviado para publicação em nenhuma outra revista e que não foi publicado anteriormente.

7. REFERÊNCIAS

- Anderson, J.D., 2011. *Fundamentals of Aerodynamics*. 5th edition.
- Araújo, A., Azevedo, D. and Pinto, R.L.U.F., 2017. "Adaptation of a nonlinear lifting line based method into a vortex lattice code for stall and post stall calculation". In *Proceedings of the 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering*. ABCM. doi:10.26678/ABCM.COBEM2017.COB17-0801. URL <http://abcm.org.br/anais-de-eventos/COB17/0801>.
- Ashenberg, J. and Weihsradius, D., 1982. "Curved lifting-line theory for thin planar wings". *Israel Journal of Technology*.
- Carvalho, D. and Brito, C., 2017. "Non-Linear Lifting Line Implementation and Validation for Aerodynamic and Stability Analysis". Florianopolis, Brazil. doi:10.20906/CPS/CILAMCE2017-1307. URL <http://www.swge.inf.br/proceedings/paper/?P=CILAMCE2017-1307>.
- de Vargas, L.A.T. and de Oliveira, P.H.I.A., 2006. "A Fast Aerodynamic Procedure for a Complete Aircraft

- Design Using the Known Airfoil Characteristics". pp. 2006-01-2818. doi:10.4271/2006-01-2818. URL <https://www.sae.org/content/2006-01-2818/>.
- Devinant, P. and Gallois, T., 2002. "Swept and curved wings: a numerical approach based on generalized lifting-line theory". *Computational Mechanics*, Vol. 29, No. 4-5, pp. 322-331. ISSN 0178-7675, 1432-0924. doi:10.1007/s00466-002-0345-8. URL <http://link.springer.com/10.1007/s00466-002-0345-8>.
- Gallay, S. and Laurendeau, E., 2015. "Nonlinear Generalized Lifting-Line Coupling Algorithms for Pre/Poststall Flows". *AIAA Journal*, Vol. 53, pp. 1-9. doi:10.2514/1.J053530.
- Gamble, L.L., Pankonien, A.M. and Inman, D.J., 2017. "Stall Recovery of a Morphing Wing via Extended Nonlinear Lifting-Line Theory". *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 9, pp. 2956-2963. ISSN 0001-1452, 1533-385X. doi:10.2514/1.J055042. URL <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.J055042>.
- Guermond, J.L., 1990. "A generalized lifting-line theory for curved and swept wings". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 211, No. -1, p. 497. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi:10.1017/S0022112090001665. URL http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112090001665.
- Mukherjee, R., 2004. "Post-Stall Prediction of Multiple-Lifting-Surface Configurations Using a Decambering Approach". p. 112.
- Multhopp, H., 1955. "Methods for Calculating the Lift Distribution of Wings (Subsonic Lifting-Surface Theory)". Technical Memorandum, Ministry of Supply, London.
- Owens, D., 1998. "Weissinger's model of the nonlinear lifting-line method for aircraft design". In *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reno, NV, U.S.A. doi:10.2514/6.1998-597. URL <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1998-597>.
- Piszkin and Levinsky, 1976. "Nonlinear Lifting Line Theory for Predicting Stalling Instabilities on Wings of Moderate Aspect Ratio". Technical report.
- Prandtl, L. and Tietjens, O.K.G., 1957. *Applied hydro-and aeromechanics*. Dover publications. ISBN 0-486-60375-X.
- Prossdorf, S. and Tordella, D., 1991. "On an Extension of Prandtl's Lifting Line Theory to Curved Wings". p. 21.
- Schlichting, H. and Truckenbrodt, E., 1979. *Aerodynamics of the Airplane*.
- Sivells, J.C. and Neely, R.H., 1947. "Method for Calculating Wing Characteristics by Lifting-Line Theory Using Nonlinear Section Lift Data." Technical Report ADA801339, National Advisory Committee for Aeronautics, Langley Field, VA. Langley Aeronautical Lab. URL <https://ntrl.ntis.gov/NTRL/dashboard/searchResults/titleDetail/ADA801339.xhtml>. Num Pages: 50.
- van Dam, C.P., Kam, J.C.V. and Paris, J.K., 2001. "Design-Oriented High-Lift Methodology for General Aviation and Civil Transport Aircraft". *Journal of Aircraft*, Vol. 38, No. 6, pp. 1076-1084. ISSN 0021-8669, 1533-3868. doi:10.2514/2.2875. URL <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.2875>.
- Weissinger, J., 1947. "The Lift Distribution on Swept-Back Wings". Technical Memorandum 1120, NACA, Washington.

Implementation of Multhopp's method for stall prediction on wings in the subsonic regime

Danilo Azevedo, dcrazevedo@gmail.com¹

Joel Laguardia, joellreis@gmail.com¹

Ricardo L. U. de F. Pinto, utsch@demec.ufmg.br¹

¹Graduate Program in Mechanical Engineering - UFMG. Av. Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, MG, 31270-901

Resumo: A non-linear lifting line formulation based on Multhopp's solution is presented. The method uses an iterative process that corrects the predictions made by a linear model based on the airfoil experimental data, to predict stall and post-stall effects. The correction is made by evaluating the difference between the lift coefficients calculated by the lifting line and the airfoil experimental data for the same effective angle of attack. This difference is then used to recalculate the angle of attack, which serves as input for the linear model. The procedure is repeated until the lift coefficient values converges. The results were compared with experimental data for rectangular wings with different aspect ratios present in the references showing an excellent fit in the linear region and managing to predict the non-linear effects of the wing. With this tool it is possible to refine the calculation of aerodynamic coefficients and load distribution on wings, as well as the flight dynamics of subsonic aircraft.

Palavras-chave: Applied Aerodynamics, Wings, Multhopp Non-Linear