

INFLUÊNCIA DO INCREMENTO DE TEMPO E DAS DIMENSÕES DA MALHA NA SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM CIRCUITOS INTEGRADOS EM GRANDE ESCALA UTILIZANDO OS MÉTODOS IMPLÍCITO E EXPLÍCITO DE DIFERENÇAS FINITAS

Erik Glauber de Lima Alves, erikglauber@gmail.com¹

Felipe Silva Lima, felipe05silva06@gmail.com²

Kaline Ventura Batista, kalineufcg@gmail.com²

Andersson Guimarães Oliveira, anderssonoliveira@gmail.com³

Celso Rosendo Bezerra Filho, celsorbfilho@gmail.com⁴

¹Universidade Federal da Paraíba – UFPB, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Cidade Universitária, SN, João Pessoa – PB, 58051-900

²Universidade Federal da Paraíba – UFPB, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Cidade Universitária, SN, João Pessoa – PB, 58051-900

³Universidade Federal de Alagoas – UFAL, Centro de Ciências Agrárias, BR-104, Rio Largo – AL, 57100-000

⁴Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Departamento de Engenharia Mecânica, Aprígio Veloso, 882 – Universitário, Campina Grande – PB, 58428-830

Resumo: Os circuitos integrados em grande escala (VLSI – Very Large-Scale Integrated) possuem inúmeras funções, além de aplicações direcionadas a indústria, presente tanto nos produtos eletrônicos de consumo quanto nos seus processos de produção. Não obstante, esses elementos detêm desafios de projetos, notadamente em decorrência do seu processo de fabricação e posicionamento físico. Desta maneira, estes elementos são fonte de apreciação em vários domínios associado a Engenharia, sobressaindo-se a área de transferência de calor. Nesta perspectiva, a maioria das soluções analíticas são aplicáveis somente a problemas de transferência de calor com geometrias limitadas e com condições de contorno simples. Entretanto, muitos problemas possuem geometrias e condições de contorno complexas, a exemplo VLSI. Em casos como esses, a resposta da temperatura com o tempo aproximada pode ser calculada usando métodos numéricos. Neste trabalho, com o auxílio do Matlab, foi utilizado o Método de Diferenças Finitas na sua forma Implícita e Explícita para analisar a distribuição da temperatura com o tempo em um problema de transferência de calor em circuitos integrados em grande escala. Com isso, foi possível avaliar a influência das dimensões da malha e o incremento de tempo na solução do problema. Os resultados indicaram que o refinamento da malha levou a um aumento nas temperaturas das respostas encontradas para o problema, tanto no método implícito, quanto no método explícito, de forma que as respostas tendem a convergir para uma resposta estável. A diminuição do incremento de tempo nas simulações, aumentou o número de iterações necessárias para que as temperaturas convergissem para o regime permanente.

Palavras-chave: Circuitos integrados em grande escala, Método de Diferenças Finitas, Implícito, Explícito, MATLAB

1. INTRODUÇÃO

O fenômeno da transferência de calor em regime transiente ocorre em numerosas aplicações de engenharia, podendo ser analisado, utilizando-se diferentes métodos. A natureza do procedimento está intimamente relacionada às hipóteses feitas para o processo (Rodrigues, 2011).

Problemas transientes costumam ter solução analítica conhecida disponível na forma de gráficos ou de equações, desde que tenham geometria majoritariamente unidimensionais. Algumas dessas soluções ainda são possíveis para determinadas geometrias bidimensionais e tridimensionais simples. Não obstante, em grande parte dos casos, a geometria e/ou as condições de contorno inviabilizam a aplicação de técnicas analíticas de resolução. Torna-se, então, necessária a utilização de métodos numéricos para prever a influência do tempo em temperaturas no interior de sólidos, assim como das taxas de transferência de calor em seus contornos (Rodrigues, 2011).

Uma série de trabalhos foram feitos empregando os métodos numéricos para resolução de problemas de transferência de calor, como Rodrigues (2011), que estudou o campo de temperaturas na situação de equilíbrio para um cilindro sujeito às condições de contorno convectiva (em parte da superfície externa e cavidade interna) e de fluxo constante (em parte da superfície externa). Simultaneamente, com o uso do método explícito de diferenças finitas, Melo (2011) e Vasconcelos

(2018) pesquisaram sobre a aplicação do método das diferenças finitas na solução de problemas de transferência de calor. Pham (1985) estudou um esquema incondicionalmente estável de diferenças finitas para condução com mudança de fase.

Um grande problema na montagem de circuitos integrados em grande escala é o resfriamento de seus elementos. O problema resulta do aumento no nível de dissipação de energia no interior do chip, bem como da montagem mais compacta dos chips em um módulo. Existe uma forma de resfriamento desenvolvida pela IBM, na qual, os chips são soldados a um substrato cerâmico que possui múltiplas camadas, e o calor dissipado em cada chip é conduzido através de um pistão de alumínio pressionado sobre o chip, por uma mola, para uma placa fria, que é resfriada com água. Tal técnica é denominada módulo de condução térmica (Bergman *et al.* 2011).

Neste trabalho foram aplicados os Métodos de Diferenças Finitas Implícito e Explícito para estudar o resfriamento de um módulo de condução térmica, com o objetivo de obter a influência do incremento de tempo e das dimensões da malha na solução do problema.

2. MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

Para muitos problemas de transferência de calor, a geometria e/ou as condições de contorno é de tamanha complexidade que descartam a possibilidade do uso de técnicas analíticas, para casos assim, a utilização de métodos numéricos como o de diferenças finitas ou elementos finitos é indispensável.

2.1. Discretização da Equação do Calor: O método Explícito

No método de diferenças finitas explícito, a temperatura em um determinado nó pode ser determinada conhecendo as temperaturas no próprio nó e dos nós vizinhos no instante anterior. Com isso, a determinação de uma temperatura nodal em algum tempo independe das temperaturas naquele instante de tempo (Bergman *et al.* 2011).

Considerando condições transientes com propriedades constantes, para qualquer problema de transferência de calor, o método do balanço de energia pode ser aplicado. Considere $t = p\Delta t$, no qual subscrito p é utilizado para denotar a dependência da temperatura T com o tempo. Tomando um volume de controle qualquer, partindo de conservação da energia tem-se.

$$\dot{E}_{\text{ent}} + \dot{E}_g = \dot{E}_{\text{acu}} \quad (1)$$

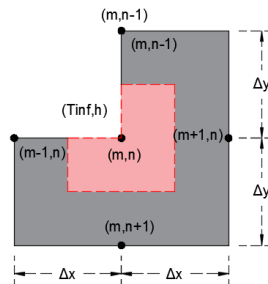


Figura 1. Representação de um nó no vértice de um canal submetido a condução e convecção.

Fonte: Bergman *et al.* (2011)

Considerando os efeitos da radiação desprezíveis, que a transferência de calor ocorre sempre em direção ao nó (m,n) e comprimento unitário na direção da profundidade. Aplicando o método do balanço de energia para o volume de controle da Fig. 1, tem-se

$$\begin{aligned} h \left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2} \right) (T_{\text{inf}} - T_{(m,n)}^p) &+ \frac{k\Delta y}{2\Delta x} (T_{(m-1,n)}^p - T_{(m,n)}^p) \\ &+ \frac{k\Delta y}{\Delta x} (T_{(m+1,n)}^p - T_{(m,n)}^p) \\ &+ \frac{k\Delta x}{2\Delta y} (T_{(m,n-1)}^p - T_{(m,n)}^p) \\ &+ \frac{k\Delta x}{\Delta y} (T_{(m,n)}^p - T_{(m,n+1)}^p) \\ &= \rho c \frac{3}{4} \Delta x \Delta y \frac{(T_{(m,n)}^{p+1} - T_{(m,n)}^p)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2)$$

Definindo os termos

$$Fo_x = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \quad (3)$$

$$Fo_y = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} \quad (4)$$

$$Bi_x = \frac{h \Delta x}{k} \quad (5)$$

$$Bi_y = \frac{h \Delta y}{k} \quad (6)$$

Explicitado a temperatura no nó (m,n) para a temperatura no tempo t+Δt tem-se

$$\begin{aligned} T_{(m,n)}^{p+1} = & (2/3)Fo_x(T_{(m-1,n)}^p + 2T_{(m+1,n)}^p + Bi_x T_{inf}) \\ & + (2/3)Fo_y(T_{(m,n-1)}^p + 2T_{(m,n+1)}^p + Bi_y T_{inf}) \\ & + (1 - 2Fo_x - 2Fo_y - (2/3)Bi_x Fo_x \\ & - (2/3)Bi_y Fo_y)T_{(m,n)}^p \end{aligned} \quad (7)$$

Apesar da facilidade de codificação computacional, tal método apresenta limitações na seleção de um incremento de tempo, Δt. Para todo certo incremento de espaço, a seleção do incremento de tempo deve ser compatível, seguindo os parâmetros de estabilidade do método (Bergman *et al.* 2011). O método requer sempre que o termo que multiplica a temperatura no nó estudado, (m,n), no instante anterior, p, seja ser maior que zero, assim o critério de estabilidade para a equação 7 é

$$(1 - 2Fo_x - 2Fo_y - (2/3)Bi_x Fo_x - (2/3)Bi_y Fo_y) \geq 0 \quad (8)$$

Para um problema de transferência de calor, seja ele unidimensional ou em mais direções, para cada nó é encontrada uma equação. O critério de estabilidade deve ser aplicável à todas as equações do sistema, sendo necessário determinar qual deles é o mais restritivo.

2.2. Discretização da Equação do Calor: O método Implícito

Tendo em vista a problemática da estabilidade do método explícito, frequentemente se usa o esquema de diferenças finitas implícito. A forma implícita da equação de diferenças finitas pode ser deduzida utilizando o mesmo balanço de energia, sendo que as novas temperaturas são determinadas no novo instante (p+1), em vez de no tempo anterior (p).

No método implícito, a nova temperatura no nó depende das novas temperaturas nos seus nós vizinhos, que são, em geral, desconhecidas. Desta forma, para se determinar as temperaturas nodais num instante t + Δt, deve se resolver todas as equações simultaneamente. Em relação ao método explícito, a formulação implícita tem a importante vantagem de ser incondicionalmente estável (Bergman *et al.* 2011).

Aplicando o balanço de energia para o mesmo nó (m,n) da Fig. 1, na forma implícita, tem-se

$$\begin{aligned} h \left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2} \right) (T_{inf} - T_{(m,n)}^{p+1}) + \frac{k \Delta y}{2 \Delta x} (T_{(m-1,n)}^{p+1} - T_{(m,n)}^{p+1}) \\ + \frac{k \Delta y}{\Delta x} (T_{(m+1,n)}^{p+1} - T_{(m,n)}^{p+1}) \\ + \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} (T_{(m,n-1)}^{p+1} - T_{(m,n)}^{p+1}) \\ + \frac{k \Delta x}{\Delta y} (T_{(m,n+1)}^{p+1} - T_{(m,n)}^{p+1}) \\ = \rho c \frac{3}{4} \Delta x \Delta y \frac{(T_{(m,n)}^{p+1} - T_{(m,n)}^p)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (9)$$

Reescrevendo a equação 9, tem-se

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \frac{2\alpha\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{2\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{2h\alpha\Delta t}{3k\Delta x} + \frac{2h\alpha\Delta t}{3k\Delta y}\right) T_{(m,n)}^{p+1} \\
 & - \frac{2\alpha\Delta t}{3\Delta x^2} T_{(m-1,n)}^{p+1} - \frac{4\alpha\Delta t}{3\Delta x^2} T_{(m+1,n)}^{p+1} \\
 & - \frac{4\alpha\Delta t}{3\Delta y^2} T_{(m,n+1)}^{p+1} - \frac{2\alpha\Delta t}{3\Delta y^2} T_{(m,n-1)}^{p+1} \\
 & = \frac{2h\alpha\Delta t}{3k} \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y}\right) T_{inf} + T_{(m,n)}^p
 \end{aligned} \tag{10}$$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Apresentação do Problema

Um problema frequente na montagem de circuitos integrados em grande escala (VLSI-very large-scale integrated) é o resfriamento dos seus elementos. O problema resulta do aumento no nível de dissipação de energia no interior do chip, assim como da montagem mais compacta dos chips em um módulo. Para melhorar o resfriamento dos chips, módulos de condução térmica (TCM- *thermal conduction module*) foram desenvolvidos. No módulo, os chips são soldados a um substrato cerâmico com múltiplas camadas, e o calor dissipado em cada chip é conduzido através de um pistão de alumínio pressionado sobre o chip por uma mola

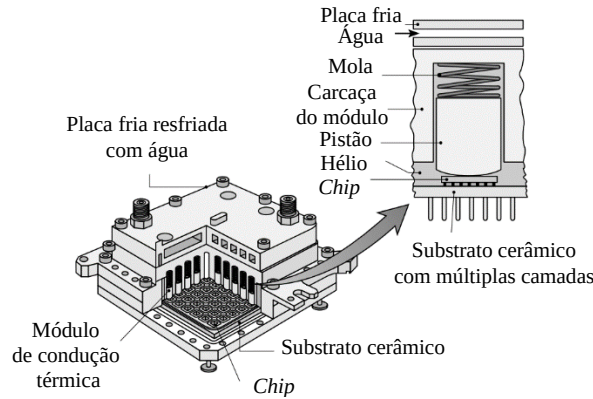


Figura 2. Circuito integrado com técnica de resfriamento por módulo de condução térmica.
Fonte: Bergman *et al.* (2011)

Considerando que o resfriamento da placa fria é feito com água, que esta seja feita de alumínio ($k = 190 \text{ W/m.K}$) contendo canais retangulares, regularmente espaçados, através dos quais a água escoar. Sob condições normais de operação, a dissipação da potência no interior dos chips resulta em um fluxo térmico uniforme de $q''_0 = 10^5 \text{ W/m}^2$ na base da placa fria, enquanto o escoamento da água fornece uma temperatura de $T = 15^\circ \text{C}$ e um coeficiente de transferência de calor por convecção de $h = 5000 \text{ W/m}^2.\text{K}$ no interior dos canais. Considerando as adiabáticas de simetria, uma malha representativa pode ser vista na Fig. (3).

3.2. Aplicação do Método de Diferenças Finitas

A partir da representação esquemática da Fig. 3, delimita-se o volume de controle para cada região na malha, assim como as superfícies de controle, representadas pelas linhas vermelhas. Note que o incremento de espaço pode ser alterado, ainda assim existe sempre um padrão na forma dos volumes de controle referentes as regiões listadas. Desta forma, aplica-se o balanço de energia, e assim foram obtidas as equações na forma explícita e implícita de diferenças finitas para cada região.

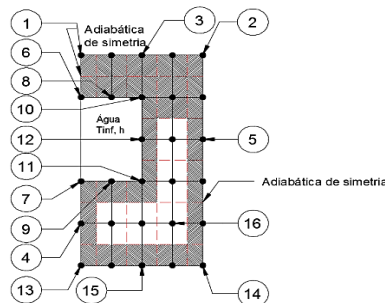


Figura 3. Representação esquemática dos volumes de controle para cada região da malha representativa da placa fria. Fonte: Bergman *et al.* (2011)

3.3. Simulação

Procedimento utilizado para a realização das simulações:

1. Determinação da distribuição de temperatura na placa em regime permanente para Δx e Δy iguais a 1 mm e incremento de tempo de 0,1 s;
2. A partir da análise da resposta em regime permanente, é escolhido um nó a ser estudado;
3. Análise da influência das dimensões da malha nas respostas encontradas pelo método implícito e explícito pelo refinamento gradual dos valores de Δx e Δy ;
4. Análise da influência do incremento de tempo nas respostas encontradas pelo método implícito e explícito por meio da diminuição do intervalo de tempo utilizado para simulação.

Na Tabela 1 são mostrados os principais parâmetros utilizados na simulação.

Tabela 1. Parâmetros utilizados na simulação. Fonte: Acervo do autor (2021)

Parâmetros utilizados na simulação		
Parâmetro	Descrição	Valor
X	Comprimento horizontal da malha	10 mm
x1	Comprimento horizontal do canal	5 mm
Y	Comprimento vertical da malha	20 mm
y1	Comprimento vertical do canal	8 mm
y2	Distância do topo da malha ao canal	4 mm
dx	Passo horizontal	-
dy	Passo vertical	-
k	Condutividade da placa	190 W/m
α	Difusividade térmica	$75 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
h	Coefficiente de convecção térmica	$5000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$
qo''	Fluxo térmico de calor	10^5 W/m^2
ti	Temperatura inicial da placa fria	15°C
tinf	Temperatura do fluido refrigerante	15°C
E _{max}	Erro absoluto máximo entre as temperaturas num instante de tempo p+1 e p	10^{-5}
h	Coefficiente de convecção térmica	$5000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$
qo''	Fluxo térmico de calor	10^5 W/m^2
ti	Temperatura inicial da placa fria	15°C
tinf	Temperatura do fluido refrigerante	15°C
E _{max}	Erro absoluto máximo entre as temperaturas num instante de tempo p+1 e p	10^{-5}

Como mencionado anteriormente, o método explícito apresenta limitações na seleção do incremento de tempo, Δt . Na Tabela 2 são mostrados os valores de Δt máximo permitido pelo método explícito para cada combinação de Δx e Δy .

Tabela 2. Δt máximo para diferentes combinações de Δx e Δy . Fonte: Acervo do autor (2021)

Δt máximo			
$\Delta x(\text{mm})$ $\Delta y(\text{mm})$	0,5	1,0	2,5
0,5	$8,2789 \times 10^{-4}$	-	-
1,0	-	0,0033	0,0056
2,0	-	0,0052	0,0158
4,0	-	0,0061	0,0286

Para determinação dos valores de Δt_{max} , os valores de Δx e Δy foram aplicados nas equações 11, 12, 13 e 14. Assim, quatro valores são encontrados, o menor valor encontrado é o mais restritivo, pois, para quaisquer valores menores que ele, o método é estável.

$$1 - 2\text{Fo}_x - 2\text{Fo}_y \geq 0 \quad (11)$$

$$1 - 2Fo_x - 2Fo_y - 2Bi_xFo_x \geq 0 \quad (12)$$

$$1 - 2Fo_x - 2Fo_y - 2Bi_yFo_y \geq 0 \quad (13)$$

$$1 - 2Fo_x - 2Fo_y - \frac{2}{3}Bi_xFo_x - \frac{2}{3}Bi_yFo_y \geq 0 \quad (14)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da resposta em regime permanente, Fig. 4.a, é possível selecionar pontos críticos para serem estudados. Por possuir temperatura relativamente alta em regime permanente e ser um ponto de vértice, o ponto referente ao vértice inferior do canal, que está submetido a condução e convecção foi selecionado. Outra forma de ilustrar a resposta da distribuição de temperatura num problema de transferência de calor é por meio das isotermas, linhas de temperatura constante, Fig. 4.b.

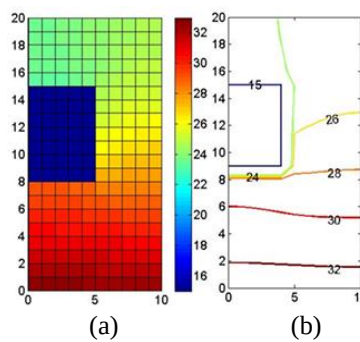


Figura 4. Distribuição da temperatura da malha em regime permanente (a) Pontos nodais; (b) Isotermas.
Fonte: Bergman *et al.* (2011)

4.1. Método Implícito

A Figura 5 mostra a resposta da distribuição da temperatura com o tempo do nó referente ao vértice inferior do canal, simulada com diferentes combinações de Δx e Δy para um $\Delta t = 0,1s$ pelo método implícito. Pode-se notar que com o refinamento da malha as temperaturas aumentam, entretanto, espera-se que a distribuição se estabilize com a diminuição dos passos horizontal e vertical.

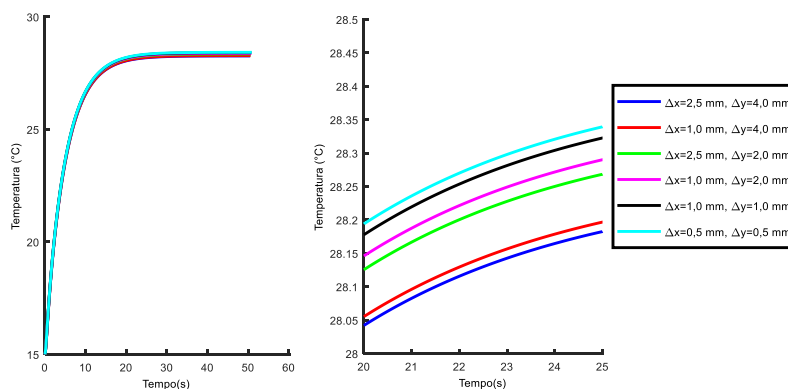


Figura 5. Distribuição da temperatura com o tempo para diferentes combinações de Δx e Δy , $\Delta t = 0,1 s$.
Fonte: Acervo do autor (2021)

Na Figura 6, pode-se perceber que existe uma diminuição no tempo necessário para se chegar ao regime permanente quando o incremento de tempo é diminuído. Assim para $\Delta t = 0,1s$, um tempo estimado de 50 s foi necessário para que o programa obtivesse um erro máximo menor que o erro máximo permitido, 10^{-5} . Para $\Delta t = 0,01 s$ o tempo foi de aproximadamente 40 s, enquanto que para um incremento de tempo de 0,001 s, o tempo necessário foi aproximadamente 28 s, Fig. 7.

A diminuição do incremento de tempo resultou diretamente num maior tempo de simulação no MATLAB. Uma nova simulação feita com $\Delta t = 0,0001 s$ pode ser vista na Fig. 8. Na nova análise, não foi possível estimar a distribuição de

temperatura para $\Delta x = \Delta y = 0,5$ mm. Considerando um erro máximo de 10^{-5} , o tempo em que as estimativas alcançaram a condição de parada foi de 17 s, o que se mostrou insatisfatório, visto que a razão entre o calor que entra no sistema e o calor retirado pelo fluido de refrigeração foi de 96,33 %, implicando que a condição de parada do código não foi coerente.

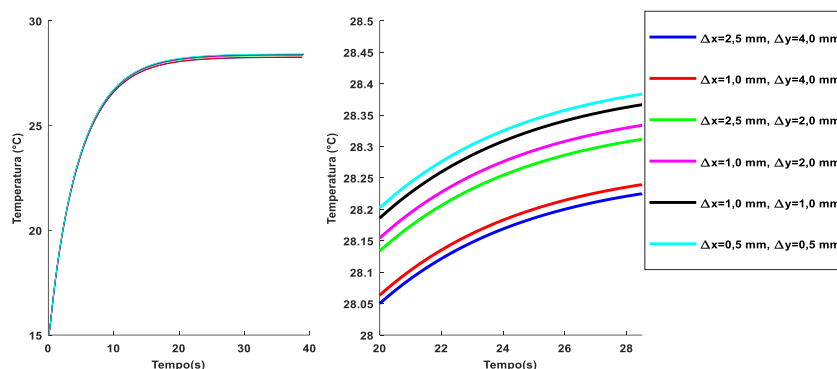


Figura 6. Distribuição da temperatura com o tempo para diferentes combinações de Δx e Δy , $\Delta t = 0,01$ s.
Fonte: Acervo do autor (2021)

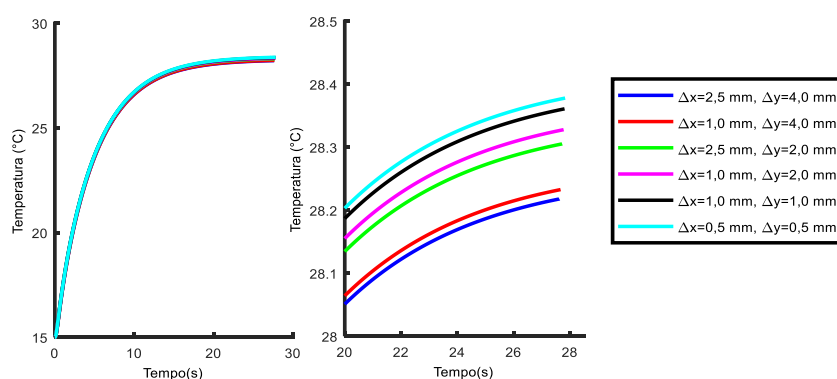


Figura 7. Distribuição da temperatura com o tempo para diferentes combinações de Δx e Δy , $\Delta t = 0,001$ s.
Fonte: Acervo do autor (2021)

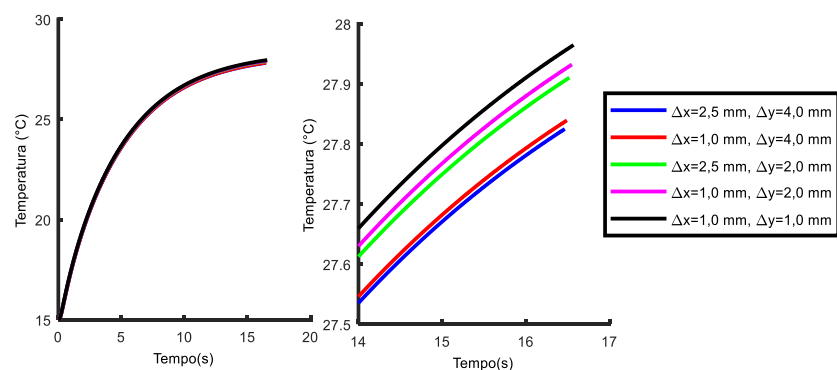


Figura 8. Distribuição da temperatura com o tempo para diferentes combinações de Δx e Δy , $\Delta t = 0,0001$ s.
Fonte: Acervo do autor (2021)

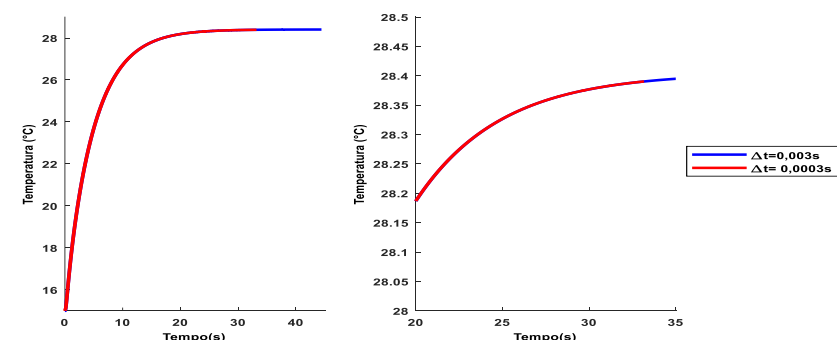


Figura 9. Distribuição da temperatura com o tempo para $\Delta t = 0,003$ s e $\Delta t = 0,0003$ s, $\Delta x = 1,0$ mm e $\Delta y = 1,0$ mm, $E_{max} = 10^{-6}$. Fonte: Acervo do autor (2021)

A Figura 9 mostra uma nova simulação realizada com um erro máximo permitido entre duas iterações de 10^{-6} para uma mesma configuração de malha. O resultado da nova simulação mostrou que para um incremento de tempo 10 x menor, o tempo necessário para que a condição de parada fosse atingida diminuiu, entretanto, a distribuição da temperatura com o tempo foi idêntica para ambos os casos.

4.2. Método Explícito

A Figura 10 mostra a resposta da distribuição da temperatura com o tempo do nó referente ao vértice inferior do canal, simulada com diferentes combinações de Δx e Δy para um $\Delta t = 8 \times 10^{-4}$ s pelo método explícito. Pode-se notar que com o refinamento da malha, assim como no método implícito, as temperaturas aumentam, espera-se que a distribuição de temperatura com o tempo se estabilize com a diminuição dos passos horizontal e vertical, entretanto, como pode ser visto na Tab. 2, para um melhor refinamento da malha é necessário a seleção de um incremento de tempo coerente.

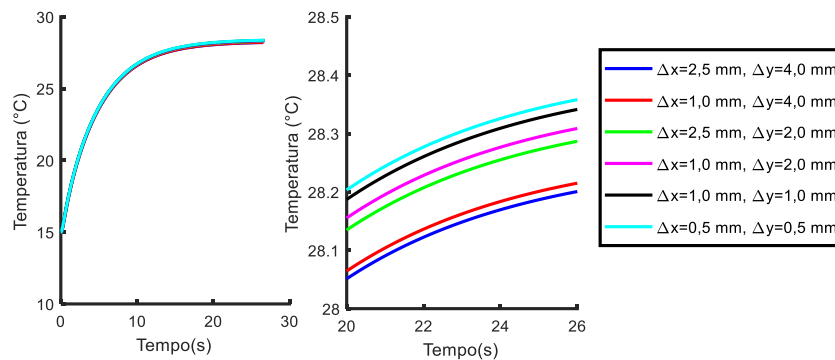


Figura 10. Distribuição da temperatura com o tempo para diferentes combinações de Δx e Δy , $\Delta t = 8 \times 10^{-4}$ s.
Fonte: Acervo do autor (2021)

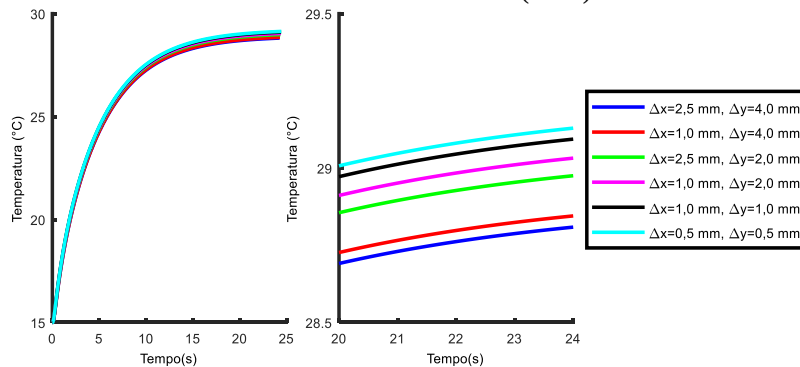


Figura 11. Distribuição da temperatura com o tempo para diferentes combinações de Δx e Δy , $\Delta t = 0,00005$ s.
Fonte: Acervo do autor (2021)

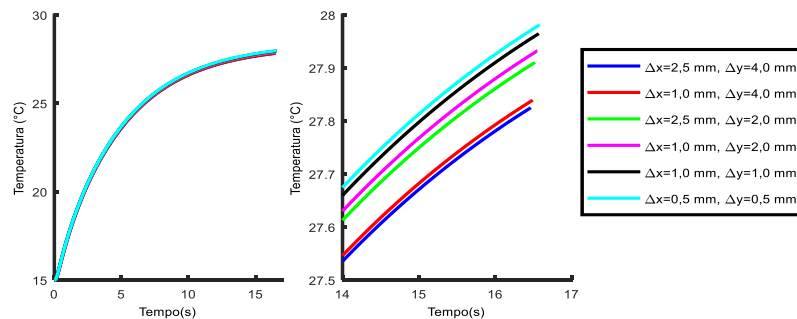


Figura 12. Distribuição da temperatura com o tempo para diferentes combinações de Δx e Δy , $\Delta t = 0,00001$ s.
Fonte: Acervo do autor (2021)

Assim como no método implícito a diminuição do incremento de tempo resultou diretamente num maior tempo de simulação e diminuiu o tempo necessário para a atingir a condição de parada do programa, como pode ser visto nas Fig. 11 e Fig. 12. A razão entre o calor fornecido ao sistema e o retirado pelo fluxo de refrigeração foi de 96,33 %, indicando que a condição de parada foi insatisfatória. A Figura 13 mostra uma nova simulação realizada com um erro máximo permitido entre duas iterações de 10^{-6} para uma mesma configuração de malha. O resultado da nova simulação mostrou

que para um incremento de tempo 10 x menor, o tempo necessário para que a condição de parada fosse atingida diminuiu, entretanto, a distribuição da temperatura com o tempo foi idêntica para ambos os casos.

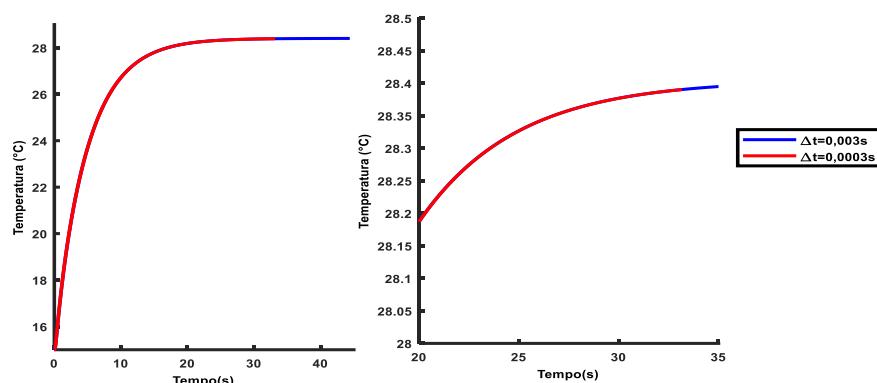


Figura 13. Distribuição da temperatura com o tempo para $\Delta t = 0,003$ s e $\Delta t = 0,0003$ s, $\Delta x = 1,0$ mm e $\Delta y = 1,0$ m, $E_{\max} = 10^{-6}$. Fonte: Acervo do autor (2021)

Uma característica indesejável do método explícito é que ele não é incondicionalmente estável, de forma que para a solução do problema, deve-se restringir o valor do incremento de tempo para que a resposta convirja para sua condição em regime permanente (Bergman *et al.* 2011). Na figura 14, um valor de incremento maior que sua condição de estabilidade foi testado e como esperado, a resposta oscilou, não gerando um resultado satisfatório. Apesar dos gráficos serem semelhantes até o início das oscilações, por volta dos 35 s, para gerar o gráfico, o programa foi forçado a parar aos 40s, caso contrário, as oscilações continuariam de forma indefinida

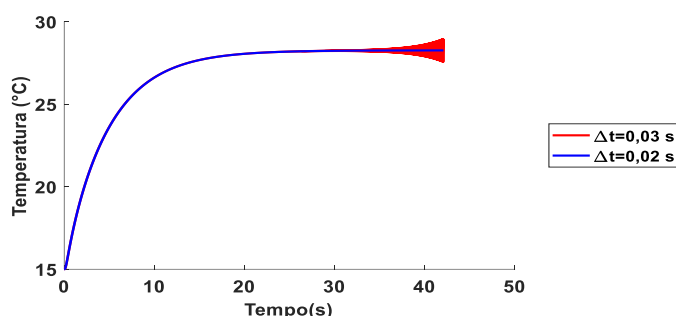


Figura 14. Distribuição da temperatura com o tempo para $\Delta t > \Delta t_{\max}$ e $\Delta t \leq \Delta t_{\max}$, $\Delta x = 2,5$ mm e $\Delta y = 4,0$ m. Fonte: Acervo do autor (2021)

5. CONCLUSÃO

A partir dos resultados, pode-se concluir que, o refinamento da malha levou a um aumento nas temperaturas das respostas encontradas para o problema, tanto no MI, quanto no ME, de forma que as respostas tendem a convergir para uma resposta estável. O ME se mostrou melhor quando utilizadas malhas mais refinadas, desde que o incremento de tempo fosse coerente. Isto se deve ao fato de que o MI soluciona todas as equações simultaneamente, requerendo um maior esforço da máquina.

O método implícito, como esperado, mostrou-se incondicionalmente estável, assim, quando se deseja uma análise mais rápida, este é o mais indicado. A diminuição dos valores de Δx e Δy resulta diretamente num aumento do número de nós da malha, tornando possível um melhor conhecimento das temperaturas no sistema e, como consequência, um maior esforço computacional, visto que o sistema possui uma maior quantidade de equações. A diminuição do incremento de tempo nas simulações, aumentou o número de iterações necessárias para que as temperaturas convergissem para o regime permanente, como esperado. Para o MI à medida que o passo no tempo é diminuído, a temperatura com o tempo se estabiliza. Enquanto que para o ME, critério de estabilidade exige valores de Δt muito pequenos, de maneira que este tem pouco efeito na resposta. Além disso, a condição de parada para os códigos em Matlab necessitou de alteração, para valores muito pequenos de Δt , tendo em vista que as diferenças de temperatura entre iterações sucessivas tornaram-se cada vez menores, não necessariamente atingindo o regime estacionário.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Universidade Federal da Paraíba – UFPB, ao Departamento de Engenharia Mecânica – DEM/UFCG.

7. REFERÊNCIAS

- Bergman, T. L., Incropera, F. P., DeWitt, D. P., & Lavine, A. S., 2011, Fundamentals of heat and mass transfer, 7 ed., John Wiley & Sons.
- Kreith, F., & Manglik, R. M., 2017, Principles of Heat Transfer, 8. ed., Cengage Learning.
- Melo, K. J. M., 2011, Aplicação do método das diferenças finitas explícito na solução da equação do calor para o caso transiente e unidimensional.
- Pham, Q. T., 1985. A fast, unconditionally stable finite-difference scheme for heat conduction with phase change. International Journal of Heat and Mass Transfer, 28(11), 2079-2084.
- Rodrigues, L. J., 2011, Análise transiente da transferência de calor em um tubo através do método das diferenças finitas.
- Vasconcelos, M. A., 2018, Uma aplicação dos métodos das diferenças finitas e elementos finitos a problemas térmicos.

8. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

INFLUENCE OF TIME INCREASE AND MESH DIMENSIONS IN THE SOLUTION OF A HEAT TRANSFER PROBLEM IN LARGE-SCALE INTEGRATED CIRCUITS USING IMPLICIT AND EXPLICIT FINITE DIFFERENCES METHOD

Erik Glauber de Lima Alves, erikglauber@gmail.com¹
Felipe Silva Lima, felipe05silva06@gmail.com²
Kaline Ventura Batista, kalineufcg@gmail.com²
Andersson Guimarães Oliveira, anderssonoliveira@gmail.com³
Celso Rosendo Bezerra Filho, celsorbfilho@gmail.com³

¹Federal University of Paraíba – UFPB, Exact Sciences and Nature Center, Cidade Universitária, SN, João Pessoa – PB, 58051-900

²Federal University of Paraíba – UFPB, Graduate Program in Mechanical Engineering, Cidade Universitária, SN, João Pessoa – PB, 58051-900

³Federal University of Alagoas – UFAL, Center of Agrarian Sciences, BR-104, Rio Largo - AL, 57100-000

⁴Federal University of Campina Grande – UFCG, Mechanical Engineering Department, Aprígio Veloso, 882 - Universitário, Campina Grande – PB, 58428-830

Abstract. *Very Large-Scale Integrated (VLSI) have numerous uses, in addition to applications aimed at industry, present both in consumer electronics and in their production processes. Nevertheless, these elements have design challenges, notably as a result of their manufacturing process and physical positioning. In this way, these elements are a source of appreciation in several domains associated with Engineering, highlighting the area of heat transfer. From this perspective, most analytical solutions are applicable only to heat transfer problems with limited geometries and simple boundary conditions. However, many problems have complex geometries and boundary conditions, such as VLSI. In cases such as these, the approximate time response of temperature can be calculated using numerical methods. In this work, with the help of Matlab, the Finite Difference Method in its Implicit and Explicit form was used to analyze the temperature distribution with time in a large-scale heat transfer problem in integrated circuits. With this, it was possible to evaluate the influence of the mesh dimensions and the time increment in the solution of the problem. The results indicated that the mesh refinement led to an increase in the temperatures of the responses found for the problem, both in the implicit method and in the explicit method, so that the responses tend to converge to a stable response. The decrease in the time increment in the simulations increased the number of iterations necessary for the temperatures to converge to the steady state.*

Keywords: *Very Large-Scale Integrated, Finite differences method, Implicit, Explicit, MATLAB*