

MODELAGEM, CONTROLE E SIMULAÇÃO DA DEFORMAÇÃO DE UMA VIGA ATUADA POR FIO DE LIGA DE MEMÓRIA DE FORMA

Jakson dos Santos Silva, jakson.silva@alunos.ufersa.edu.br¹

Walber Medeiros Lima, walber@ufersa.edu.br¹

Marcus Vinícius Silvério Costa, marcus.costa@ufersa.edu.br¹

Jackson de Brito Simões, jackson.simoes@ufersa.edu.br¹

¹Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Av. Universitária, Sítio Esperança II, Zona Rural, Caraúbas - RN, Brasil.

Resumo: Por mais de 20 anos, os problemas mecânicos de deformação e/ou vibração em sistemas estruturais têm sido tratados por técnicas de controle clássico (convencional), moderno e robusto. Assim, faz-se necessário investigar esses problemas presentes numa viga simplesmente engastada, como também os métodos de controle de deformação, por meio da adição de atuadores de liga de memória de forma (LMF). Portanto, o presente trabalho aborda a modelagem, controle e simulação da deformação de uma viga simplesmente engastada, atuada através de um fio de LMF, com o uso do software MATLAB/SIMULINK. A modelagem implementada foi baseada no modelo que descreve o comportamento do fio de LMF (modelo térmico, modelo de mudança de fase e modelo do sistema mecânico) juntamente com o modelo da viga engastada. A técnica de controle utilizada foi o PI e PID com sintonia via relé com histerese, objetivando a redução de possíveis ruídos no sinal de saída do sistema. Os resultados obtidos foram analisados em termos das métricas de desempenho (ISE, tempo de acomodação e sobressinal), nos quais foram satisfatórios e apresentaram concordância ao embasamento teórico apresentado neste trabalho.

Palavras-chave: Deformação, Liga de Memória de Forma, Controle PI/PID, Método do Relé, MATLAB.

1. INTRODUÇÃO

As vigas de aço, alumínio e madeira, bastante utilizadas na engenharia de estruturas, estão sujeitas a perturbações internas e externas, provocando deformações e/ou vibrações mecânicas indesejadas. Essas perturbações, em alguns casos, podem provocar mudanças significativas na geometria original e colocar em risco a própria integridade estrutural do sistema (Hibbeler, 2004, Beer *et al.*, 2011 e Teixeira, 2001).

Por mais de 20 anos, os problemas mecânicos de deformação e/ou vibração em sistemas estruturais têm sido tratados por técnicas de controle clássico (convencional), moderno e robusto, por meio da adição de atuadores conhecidos como ligas de memória de forma (LMF), como apresentado nos trabalhos de Lima (2008), Palma (2007), Santos (2008), do Carmo Pereira (2014), Moutino (2007) e Daltin (2017).

As LMF são ligas metálicas especiais capazes de sofrer deformações aparentemente plásticas e, em seguida, retornarem à sua forma original quando submetida a um processo de memorização entre 2 (duas) fases sólidas dependentes da temperatura (Jani *et al.*, 2014). Esse fenômeno está correlacionado com a transformação de fase (TF) chamada de transformação martensítica (TM) (Otsuka e Wayman, 1998 e Lahoz e Puértolas, 2004).

A TM ocorre durante o resfriamento, da fase austenita para a fase martensita, tendo início numa temperatura designada M_s (inicial da fase martensita) e se completa numa temperatura mais baixa designada M_f (final da fase martensita). A transformação martensítica reversa (TMR), da fase martensita para a fase austenita, ocorre durante o aquecimento promovendo a recuperação da forma. Essa transformação ocorre durante o aquecimento, tendo início numa temperatura designada A_s (inicial da fase austenita) e se completa numa temperatura mais alta designada A_f (final da fase austenita) (Lecce e Concilio, 2015). Para a maioria das LMF, resulta que $M_f < M_s < A_s < A_f$ (Barbarino *et al.*, 2014).

Atualmente, existe uma variedade de LMF, mas as de interesse comercial são aquelas que podem alcançar uma deformação reversível em torno de 10% (Casati *et al.*, 2014 e Barbarino *et al.*, 2014). As ligas de Ni-Ti, comercialmente fabricados nas formas de fios, tubos, chapas e barras, têm sido alvo de vários estudos devido às suas excelentes propriedades físicas e mecânicas, à sua elevada resistência à corrosão, à sua excelente biocompatibilidade, à sua boa ductilidade, à sua alta capacidade de amortecimento de vibrações mecânicas e à de ser amplamente reconhecida como os materiais que apresentam as melhores propriedades de memória de forma. Por apresentar essas características, as LMF de Ni-Ti estão sendo utilizadas na indústria aeroespacial, na engenharia civil e mecânica, nos dispositivos militares e médicos, dentre

outros (Lagoudas, 2008, Chen e Si, 2008, Casati *et al.*, 2014 e Barbarino *et al.*, 2014).

Portanto, o presente trabalho aborda a modelagem, controle e simulação da deformação de uma viga simplesmente engastada, atuada através de um fio de LMF, com o uso do software MATLAB/SIMULINK. Esse trabalho, por sua vez, apresenta a seguinte estrutura: introdução, modelagem matemática da LMF, plataforma experimental, controlador PID, método do relé para sintonia PID, métricas de desempenho, metodologia, resultados e conclusões.

2. Modelagem Matemática da LMF

Uma aproximação simplificada para a modelagem dinâmica da LMF, baseada em leis físicas, está presente no trabalho de Abdelaal e Nagib (2014). Essa modelagem é composta por 3 (três) sub-modelos: Modelo térmico, Modelo de transformação de fase e Modelo mecânico.

2.1 Modelo Térmico

O modelo térmico se baseia na temperatura (T) em função da potência elétrica (P_{LMF}) no atuador de LMF. A energia térmica acumulada na LMF ($Q_{LMF} = m_{LMF}c_p \frac{dT}{dt}$) é representado pela diferença entre a potência elétrica fornecida ($Q_{fonte} = P_{LMF}$) e a perda de calor por convecção para o ar ($Q_{conv} = hA_s(T - T_{amb})$) como apresentado na Eq. 1. A partir dessa equação é possível determinar a temperatura T , através de uma equação diferencial de primeira ordem.

$$Q_{LMF} = Q_{fonte} - Q_{conv} \Rightarrow m_{LMF}c_p \frac{dT}{dt} = P_{LMF} - hS(T - T_{amb}) \quad (1)$$

onde: m_{LMF} representa a massa do fio de LMF, c_p o calor específico do fio, P_{LMF} a potência elétrica fornecida através da fonte externa, h o coeficiente de convecção, S a área superficial do fio, T_{amb} é a temperatura ambiente e T é a temperatura no fio.

2.2 Modelo de Mudança de Fase

O modelo de mudança de fase se baseia na fração volumétrica da martensita (ξ) em função da temperatura (T). Nas Equações 2 e 3, apresenta-se os modelos matemáticos da fração volumétrica da martensita em função da temperatura, para o aquecimento (ξ_a) e o resfriamento (ξ_r), respectivamente. Essas relações foram desenvolvidas de forma empírica por Liang e Rogers, através da teoria de estatística Fermi-Dirac, e foram utilizadas em diversos trabalhos, tal como Abdelaal e Nagib (2014), Campos (2018) e Barroso (2019).

$$\xi_a(T) \begin{cases} 0, & T > A_f \\ 5[\cos(\pi \frac{T-A_s}{A_f-A_s}) + 1], & A_s < T < A_f \\ 1, & T < A_s \end{cases} \quad (2)$$

$$\xi_r(T) \begin{cases} 0, & T > M_s \\ 5[\cos(\pi \frac{T-M_f}{M_s-M_f}) + 1], & M_f < T < M_s \\ 1, & T < M_f \end{cases} \quad (3)$$

De acordo com as Equações 2 e 3, ao aquecer uma LMF numa fase totalmente martensita, $\xi = 1$, por efeito Joule, gera-se um mudança da fração volumétrica da martensita (ξ), em função da temperatura, de 1 para 0. Quando ξ é igual a 0, a LMF está numa fase totalmente austenita.

2.3 Modelo do Sistema Mecânico

No modelo do sistema mecânico do atuador de LMF é possível estabelecer uma relação entre a deformação (ε) e a fração volumétrica da martensita (ξ), onde o atuador realiza um trabalho mecânico após sofrer a deformação (Campos, 2018). Portanto, a deformação presente na LMF pode ser expressa de acordo com equação diferencial de primeira ordem apresentada na Eq. 4, onde ε é a deformação percentual da LMF em relação ao seu comprimento, τ_{mec} representa a constante de tempo mecânica do sistema e ε_m é a máxima deformação recuperável do fio.

$$\varepsilon + \tau_{mec} \frac{d\varepsilon}{dt} = \varepsilon_m [1 - \xi(T)] \quad (4)$$

O módulo de elasticidade (E_{LMF}), apresentado na Eq. 5, pode ser formulado em função da fração martensita (ξ), como também dos módulos de elasticidade das fases martensítica (E_m) e austenita (E_a) (Barroso, 2019).

$$E_{LMF} = \xi E_m + (1 - \xi) E_a \quad (5)$$

Além disso, a força presente no fio (F_{fio}), apresentada na Eq. 6, é diretamente proporcional ao módulo de elasticidade (E_{LMF}), a deformação (ε) e da área transversal (A_t) da LMF (Campos, 2018).

$$F_{fio} = E_{LMF}(\varepsilon A_t) \quad (6)$$

3. PLATAFORMA EXPERIMENTAL

Na Figura 1, ilustra-se a estrutura física da plataforma experimental, desenvolvida inicialmente por LIMA (2008) e modificada por CAMPOS (2018), utilizada no presente trabalho de modelagem, controle e simulação da deformação de uma viga simplesmente engastada, atuada através de um fio de LMF. Essa plataforma experimental contém 6 (seis) itens: uma base de sustentação, uma coluna para suporte, uma viga de aço flexível, 2 (dois) extensômetros de resistência elétrica, uma peça de aplicação de carga, na extremidade livre para deformar a viga, e um fio de LMF.

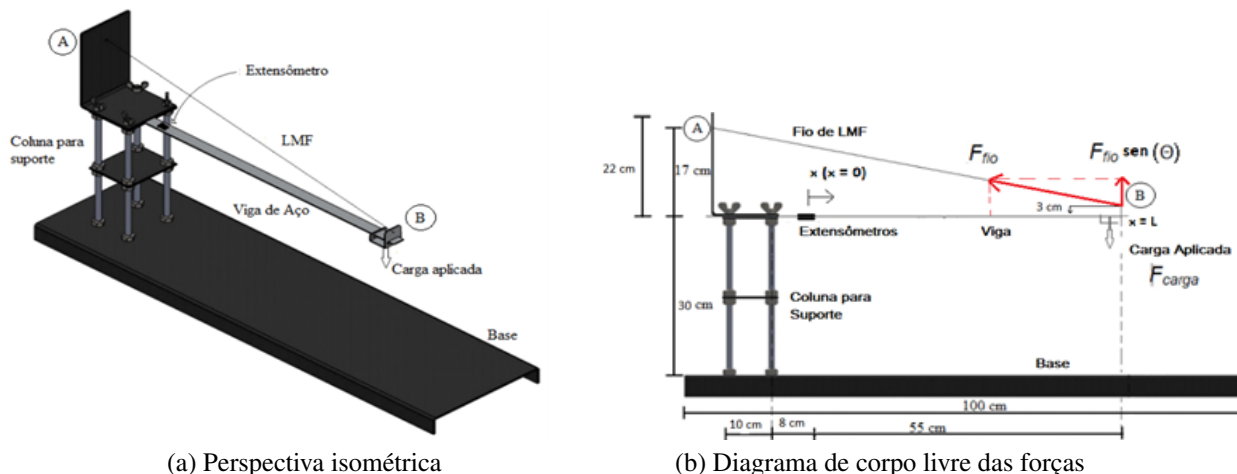


Figura 1: Plataforma experimental. Adaptado de Campos (2018).

3.1 Modelagem Matemática da Viga Engastada

O modelo da viga engastada está associado a deformação (ε_{viga}) presente na viga, na qual é causada através da força resultante (F_R) na extremidade livre ($F_R = F_{fio} \sin(\theta) - F_{carga}$), ilustrado na Fig. 1b, onde F_{carga} é a força da carga aplicada e $F_{fio} \sin(\theta)$ é a força do fio de LMF na componente vertical. Desta forma, para uma viga com comprimento L , largura a , espessura b e módulo de elasticidade E_{viga} , a deformação na viga é dada pela Eq.7. Para determinar o ângulo θ associado a componente vertical da força do fio, utilizou-se a relação trigonométrica do arco tangente de acordo com os valores ilustrados na Fig. 1b.

$$\varepsilon_{viga} = \frac{6L}{ab^2 E_{viga}} [F_{fio} \sin(10,86^\circ) - F_{carga}] \quad (7)$$

4. CONTROLADOR PID

O controlador Proporcional, Integral e Derivativo, conhecido por PID, está presente na maioria dos sistemas de controle, no qual contém diversos métodos de sintonia (OGATA, 2010). O controlador PID apresenta 3 (três) parâmetros associados ao processo de controle, tais como: Ganho Proporcional (K_p), Tempo Integral (T_i) e Tempo Derivativo (T_d).

Para determinar os parâmetros do controlador é necessário realizar um processo de sintonia. O trabalho proposto por Ziegler e Nichols apresenta 2 (dois) métodos de sintonia (OGATA, 2010). O primeiro, conhecido como curva de reação, se baseia na resposta ao degrau no processo de malha aberta, à medida que o segundo, ou método do ponto crítico, consiste em trabalhar no sistema de malha fechada somente com a ação proporcional do controlador, de modo que gradativamente essa ação é aumentada até que se observe oscilações sustentadas na saída desse sistema Maia *et al.* (2020).

4.1 Método do Ponto Crítico

O método do ponto crítico utiliza somente a ação Proporcional, ou seja, $T_i = \infty$ e $T_d = 0$, para o sistema em malha fechada. Com isso, o K_p é elevado até um valor crítico K_u , objetivando uma saída com oscilações estáveis (OGATA, 2010). Portanto, para o método do ponto crítico, Ziegler e Nichols propuseram que os parâmetros do controlador sejam determinados de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1: **Regra de sintonia de Ziegler- Nichols do método do ponto crítico. Fonte: Adaptado de Ogata (2010).**

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,50K_u$	∞	0
PI	$0,45K_u$	$\frac{P_u}{1,2}$	0
PID	$0,60K_u$	$0,50P_u$	$0,125P_u$

4.2 Função de Transferência do Controlador PID

A função de transferência do controlador PID no domínio de Laplace, apresentado na Eq. 8, é implementada em sua maioria das vezes na forma paralela ideal, apresentando um Ganho Integral ($K_i = \frac{K_p}{T_i}$) e Derivativo ($K_d = \frac{K_p}{T_d}$) relacionado com Ganho Proporcional K_p .

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \quad (8)$$

5. MÉTODO DO RELÉ PARA SINTONIA PID

O método do relé, sem histerese e o com histerese (ϵ), proposto por Aström e Hägglund, tem como principal objetivo identificar a planta do processo através da obtenção do ganho crítico (K_u) e período crítica (P_u). A abordagem do relé se baseia na modelagem da não-linearidade de sua função descritiva, como também na interpretação do diagrama de Nyquist, para obter informações sobre a frequência do processo. O relé com histerese é recomendado quando existe a presença de ruído, portanto, a largura da histerese deve ser estimada de acordo com o nível de ruído, de pelo menos o dobro da amplitude desse nível (Coelho e dos Santos Coelho, 2004).

5.1 Sintonia do Controlador PID

A sintonia do controlador pode ser automatizada com a inclusão de um relé que opere em malha fechada, como ilustrado na Fig. 2a. Portanto, deve-se suspender o sinal de controle proveniente do controlador PID e, em seguida, submeter o processo ao sinal gerado através do relé (Maia *et al.*, 2020). Na Figura 2a, SP é o sinal de referência, PV é o sinal de saída do processo, ou seja, a variável de processo e MV é o sinal de controle proveniente do controlador PID ou do relé.

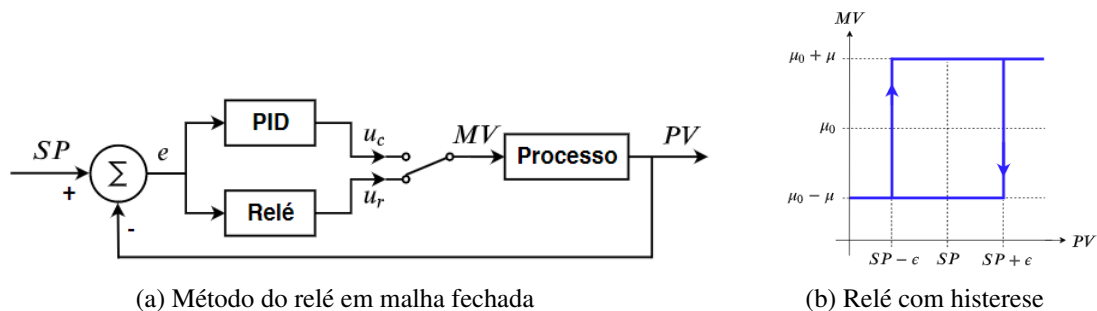


Figura 2: **Estrutura do método do relé em malha fechada. Adaptado de Maia *et al.* (2020).**

No funcionamento do relé com histerese, o sinal de controle (MV) varia entre as amplitudes $\mu_0 - \mu$ e $\mu_0 + \mu$, objetivando gerar oscilações no sinal de saída. Dessa forma, a comutação do relé com histerese (ϵ), ilustrado na Fig. 2b, segue as seguintes regras: [1] Se o $erro(t) \geq SP + \epsilon$, então $u(t) = \mu_0 + \mu$; [2] Se o $erro(t) < SP - \epsilon$, então $u(t) = \mu_0 - \mu$; [3] Se $SP - \epsilon < erro(t) < SP + \epsilon$, então $u(t) = u(t - 1)$.

Na Figura 3, ilustra-se o comportamento do sinal de saída quando o sistema é submetido ao sinal do relé da Fig. 2b. Portanto, nota-se que o período crítico P_u é determinado ao somar os tempos em que o relé fica ligado (t_u) e desligado (t_d), ou seja, $t_u + t_d$. O atraso de transporte L ou tempo morto, é obtido ao medir o tempo que o sinal de saída leva para atingir a amplitude de pico A_u , após o chaveamento do relé entre ligado/desligado. O valor de a corresponde a diferença entre as amplitudes máxima e mínima do sinal de saída, ou seja, $A_u - A_d$ (Maia *et al.*, 2020).

Existe um critério a ser adotado para o sinal de controle, entre os tempos t_u e t_d , como também com o período P_u . Esse critério foi adotado no trabalho de Maia *et al.* (2020), visando obter um valor absoluto entre a diferença desses tempos em relação ao período inferior a 10%.

Se o critério for satisfeito, o ganho crítico (K_u) é determinado de acordo com a Eq. 9. Em posse do ganho crítico e do período crítico é possível determinar os parâmetros do controlador PID, apresentado na Tab. 1, a partir do método do ponto crítico de Ziegler e Nichols.

$$K_u = \frac{4h}{\pi\sqrt{a^2 - \epsilon^2}} \quad (9)$$

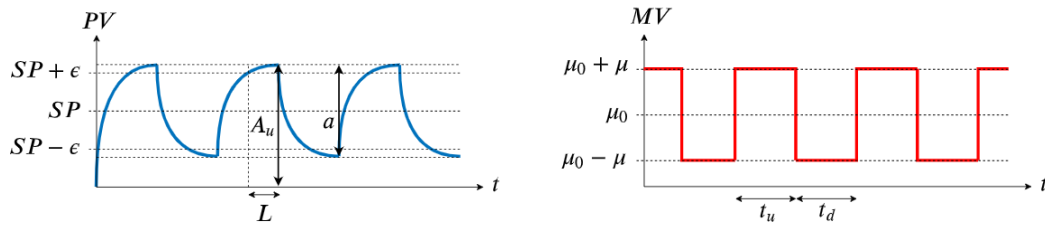


Figura 3: Sistema operado pelo relé realimentado com histerese. Adaptado de Maia *et al.* (2020).

5.2 Identificação do Modelo

A identificação do modelo de primeira ordem com atraso de transporte pode ser obtida a partir da Eq. 10, no qual o Ganho Estático (K) da planta é determinado através do quociente entre a integral do sinal de saída pela integral do sinal de controle, conforme a Eq. 11 (Maia *et al.*, 2020).

$$G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{\tau s + 1} \quad (10)$$

$$K = G(0) = \frac{\int_0^{P_u} y_r(t) dt}{\int_0^{P_u} u_r(t) dt} \quad (11)$$

Para determinar o parâmetro τ é necessário primeiramente obter a constante de tempo normalizada (θ) (Maia *et al.*, 2020). Dessa forma, a constante de tempo normalizada e a constante de tempo podem ser calculadas conforme as Eq. 12 e 13, respectivamente.

$$\theta = \ln \frac{(h_0 + h)K - \epsilon}{(h_0 + h)K - A_u} \quad (12)$$

$$\tau = t_u \left(\ln \frac{2hKe^\theta + h_0K - hK + \epsilon}{hK + h_0K - \epsilon} \right)^{-1} \quad (13)$$

6. MÉTRICAS DE DESEMPENHO

Nos sistemas de controle moderno são utilizados índices para verificar quantitativamente o desempenho de um sistema. Dessa forma, o controle deve ser desenvolvido de tal maneira a minimizar esse índice (Campos, 2018). O índice Integral do Erro ao Quadrado (ISE) consiste na integral do erro ao quadrado no tempo.

Além disso, as características do desempenho de um sistema de controle são especificadas através do transitório da resposta ao degrau (Ogata, 2010). Assim, durante a resposta transitória, o sistema apresenta alguns parâmetros no domínio do tempo, onde é possível realizar uma análise sobre o comportamento da variável do processo através desses parâmetros tais como: tempo de acomodação (t_s) e sobressinal (OVS).

O tempo de acomodação (t_s) representa o tempo que a curva de resposta da variável do processo se acomoda dentro de uma faixa percentual, no qual normalmente essa faixa corresponde a $\pm 2\%$ ou $\pm 5\%$ em relação ao sinal de referência (Ogata, 2010). E o sobressinal (OVS) da variável do processo para uma referência tipo degrau é determinado pela diferença percentual entre o valor máximo que essa variável pode alcançar e o sinal de referência (Barroso, 2019).

7. METODOLOGIA

Neste presente trabalho, a modelagem, controle e simulação da deformação de uma viga simplesmente engastada foi realizada através do *software* MATLAB/SIMULINK, utilizando o método de resolução de Euler de 1ª ordem e um tempo de amostragem de 0,01 s.

Na Figura 4, ilustra-se o diagrama de blocos utilizado na implementação da modelagem da planta do processo no *software* MATLAB/SIMULINK. De acordo com a Figura 4, ao aplicar uma potência elétrica na entrada do modelo

térmico, gera-se uma variação de temperatura na saída do modelo. Essa variação de temperatura na entrada do modelo da mudança de fase, gera-se uma mudança da fração volumétrica da martensita na saída do modelo. Essa variação da fração volumétrica da martensita na entrada do modelo do sistema mecânico, gera-se uma força de contração na saída do modelo. E por fim, essa força de contração na entrada do modelo da viga engastada, gera-se uma deformação na viga.

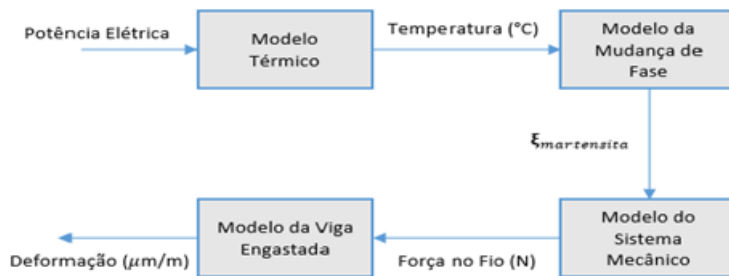


Figura 4: Diagrama de blocos dos modelos do sistema proposto. Adaptado de Barroso (2019).

Para a simulação da modelagem da planta do processo, utilizou-se o modelo atuador de LMF de Ni-Ti juntamente com o modelo da viga simplesmente engastada, conforme as equações apresentadas nas seções 2.1, 2.2, 2.3 e 3.1. Na Tab. 2, apresenta-se os parâmetros utilizados na simulação da modelagem da planta do processo. Esses parâmetros foram retirados do trabalho de Barroso (2019) e da folha de dados de Dynalloy (2021).

Tabela 2: Parâmetros utilizados na modelagem da planta do processo. Fonte: Autoria própria.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
d	0,200 mm	k	1.800 W/(m.K)	E_a	32,5 GPa
l	789 mm	h	150 W/m ² .°C	E_m	22,5 GPa
S	4,96x10 ⁻⁴ m ²	M_f	41,8 °C	A_t	3,14x10 ⁻⁸ m ²
V	2,48x10 ⁻⁸ m ³	M_s	64,1 °C	L	55,0 cm
T_{amb}	22,0 °C	A_s	55,9 °C	a	26,0 mm
m_{LMF}	1,58x10 ⁻⁴ kg	A_f	66,8 °C	b	2,00 mm
ρ_{LMF}	6,45 kg/m ³	τ_{mec}	1,50 s	E_{viga}	20,6x10 ¹⁰ N/m ²
c_p	837 J/kg.K	ε_m	5,00%	ρ_{viga}	7.860 kg/m ³

O modelo da mudança de fase apresenta dificuldades de ser descrito precisamente, fato relatado nos trabalhos de Barroso (2019) e Campos (2018), devido ao seu comportamento histerético. Portanto, realizou-se uma adaptação nas temperaturas de transformação de fase do fio de LMF, fazendo a histerese ser nula. Assim, as temperaturas utilizadas serão: $M_f = A_s$ e $M_s = A_f$.

Para a simulação do controle, utilizou-se o controlador PI e PID com sintonia via relé com histerese. A configuração do relé utilizada foi desenvolvida de forma alternativa ao método original por Yu (2006), no qual é utilizado o relé com histerese como forma preventiva de possíveis ruídos no sinal de saída do processo.

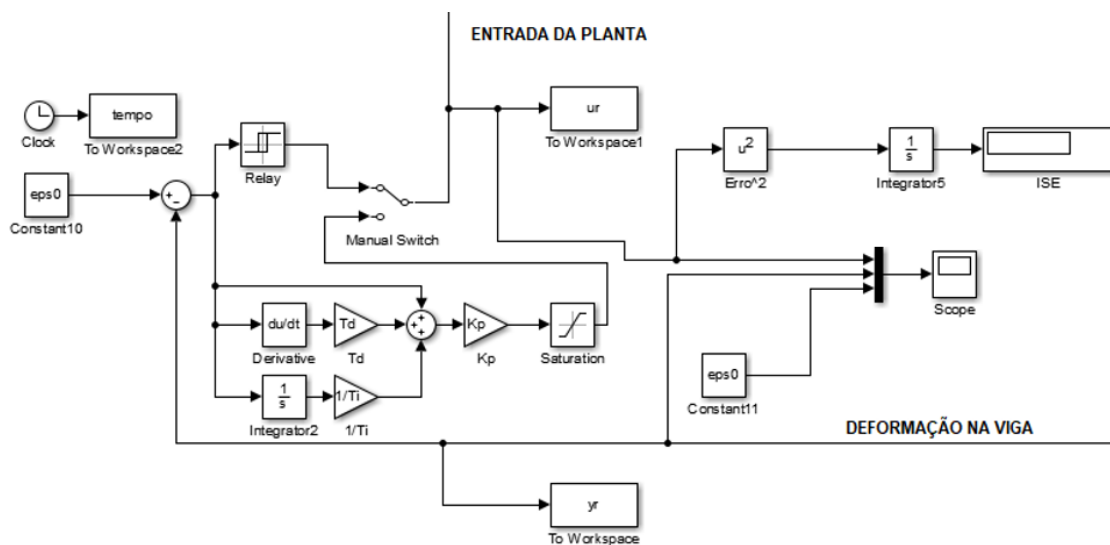


Figura 5: Ensaio do relé e do Controlador PID no software MATLAB/SIMULINK. Fonte: Autoria própria.

Após a modelagem da planta, aplicou-se a estratégia de controle em malha fechada para manter a deformação na viga sobre valores desejados. Na Figura 5, ilustra-se o esquemático do ensaio via relé e do controlador PID, montado com o auxílio do *software* MATLAB/SIMULINK, em que foi inserido uma chave para comutar entre o relé e o controlador PID, como também um bloco de saturação para limitar os níveis de potência inseridos na planta. Os limites adotados foram de 0 a 10 W.

Para a implementação do controlador PI foi utilizado o mesmo esquemático ilustrado na Fig. 5, de modo que o termo derivativo T_d foi zerado. Os ensaios para a sintonia via relé com histerese ocorreram sem e com a presença de uma carga mecânica de 0, 200 kg para os controladores. Na configuração do relé foram utilizados os valores de $\mu_0 = 3$ W e $\mu = 2$ W, onde a amplitude do relé assumiu o valor de 5 W para o estado ligado e 1 W para o desligado. Para a referência do sistema foi adotada um valor de $400 \mu\text{m}/\text{m}$. E para o valor da histerese do relé foi adotado um valor de $190 \mu\text{m}/\text{m}$.

Após a implementação no *software* MATLAB/SIMULINK do modelo do atuador de LMF, do relé e do controlador PI/PID, desenvolveu-se um código em MATLAB para obter o modelo de primeira ordem com atraso de transporte, como apresentada na Eq. 10. E, em seguida, utilizou a Tab. 1, referente as regras de sintonia de Ziegler- Nichols do método do ponto crítico, para determinar os parâmetros dos controladores PI e PID que será utilizado no controle do sistema. Além disso, foi determinado o índice ISE, o tempo de acomodação e o sobressinal. Essas variáveis estão associadas a resposta do processo ao sistema de controle e servem como parâmetros de análise comparativa entre os controladores PI/PID.

8. RESULTADOS

Na Figura 6, ilustram-se os resultados dos ensaios do relé realimentado para os processos sem e com carga mecânica, nos quais apresentam o sinal de saída do processo, ou seja, a variável de controle e a saída do relé.

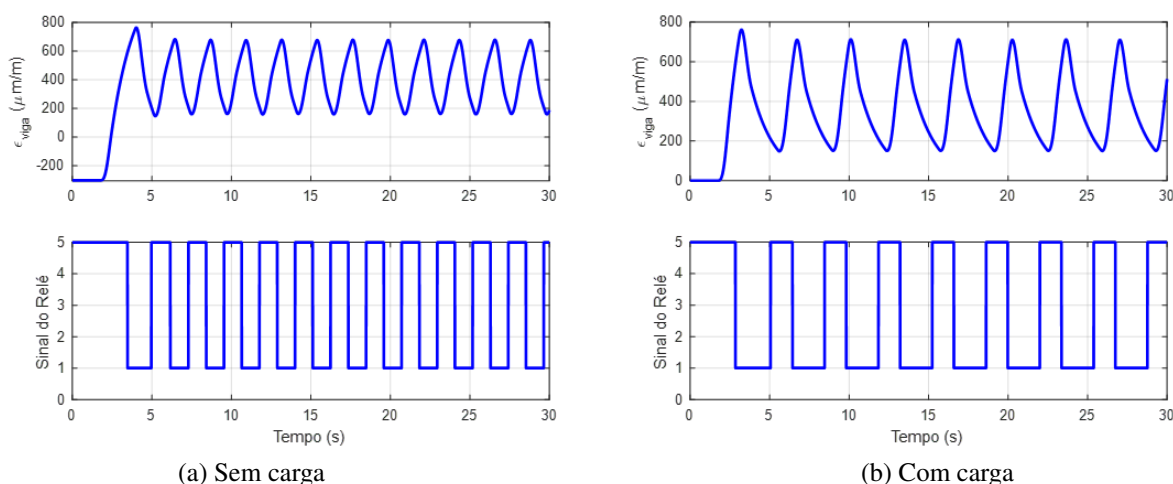


Figura 6: Resultado do ensaio do relé para o processo. Fonte: Autoria própria.

Na Figura 6, observa-se as oscilações da variável de controle do processo (a deformação na viga) e a comutação do relé entre os estados ligado e desligado, obedecendo as regras de comutação do relé com histerese apresentadas no embasamento teórico deste trabalho.

Nas Equações 14 e 15, são apresentadas as identificações dos modelos de primeira ordem com atraso de transporte, para os processos sem e com carga mecânica, respectivamente, determinadas a partir do ensaio do relé.

$$G(s) = \frac{143,8e^{-0,28s}}{0,3026s + 1} \quad (14)$$

$$G(s) = \frac{137,1e^{-0,27s}}{0,2571s + 1} \quad (15)$$

Na Figura 7, ilustram-se as respostas ao degrau para o sistema sem carga dos controladores PI e PID e os sinais de controle do processo, onde os valores dos parâmetros desses controladores são apresentados na Tab. 3. Na resposta para o sistema do controlador PI, ilustrado na Fig. 7a, observa-se que o sistema conseguiu convergir para a referência sem apresentar sobressinal, mas demorou 7 s para responder ao sinal de controle. Na resposta para o sistema do controlador PID, ilustrado na Fig. 7b, observa-se que o sistema conseguiu convergir para a referência apresentando sobressinal e demorou apenas 4 s para responder ao sinal de controle.

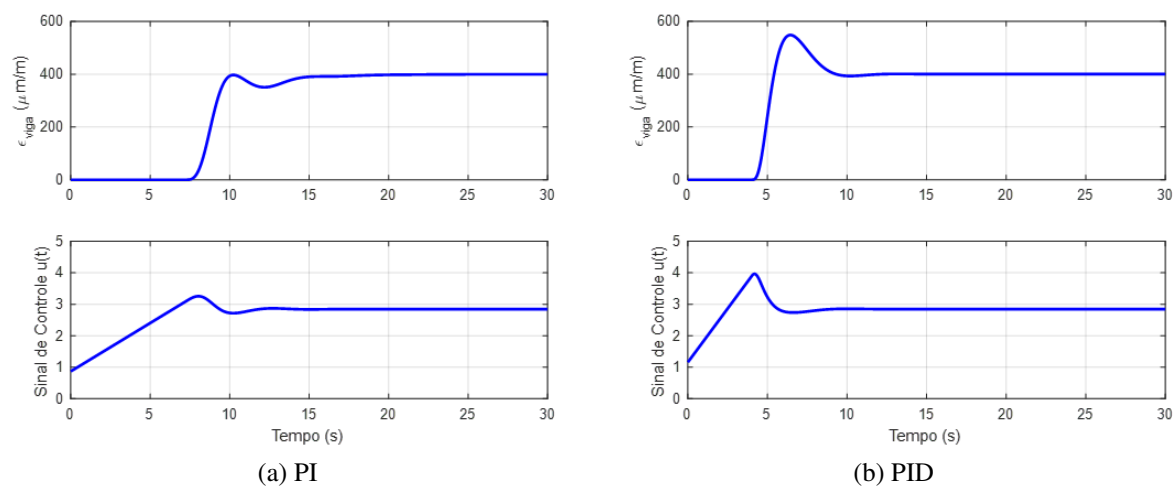


Figura 7: Resposta ao Degrau para o sistema sem carga controlado pelo controlador. Fonte: Autoria própria.

Tabela 3: Parâmetros dos controladores PI e PID do sistema sem carga. Fonte: Autoria própria.

Controlador	K_p	T_i	T_d
<i>PI</i>	0,0022	2,817	0
<i>PID</i>	0,0029	1,690	0,4225

Na Tabela 4, apresentam-se o índice ISE, o tempo de acomodação (t_s) e o sobressinal (ovs) das respostas para os sistemas sem carga dos controladores PI e PID. Nessa tabela, observa-se que o sistema do controlador PI apresentou um desempenho melhor em relação ao índice ISE. Em termos de tempo de acomodação (t_s), o sistema do controlador PID conseguiu convergir 7,72 s mais rápido para a referência, quando comparado ao controle PI, fato este devido a adição do termo derivativo que antecipa a correção do sinal do erro. Em termos de sobressinal (ovs), o sistema do controlador PI apresentou um valor nulo e o sistema do controlador PID apresentou um valor de 37,08%.

Tabela 4: Variáveis associadas a resposta do sistema sem carga. Fonte: Autoria própria.

Controlador	ISE	t_s	ovs
<i>PI</i>	218,0	16,61 s	0%
<i>PID</i>	243,3	8,890 s	37,08%

Na Figura 8, ilustram-se as respostas ao degrau para o sistema com carga dos controladores PI e PID e os sinais de controle do processo, onde os valores dos parâmetros desses controladores são apresentados na Tab. 5. Na resposta para o sistema do controlador PI, ilustrado na Fig. 8a, observa-se que o sistema conseguiu convergir para a referência apresentando sobressinal, mas demorou 3 s para responder ao sinal de controle. Na resposta para o sistema do controlador PID, ilustrado na Fig. 8b, observa-se que o sistema conseguiu convergir para a referência apresentando sobressinal e demorou apenas 2 s para responder ao sinal de controle.

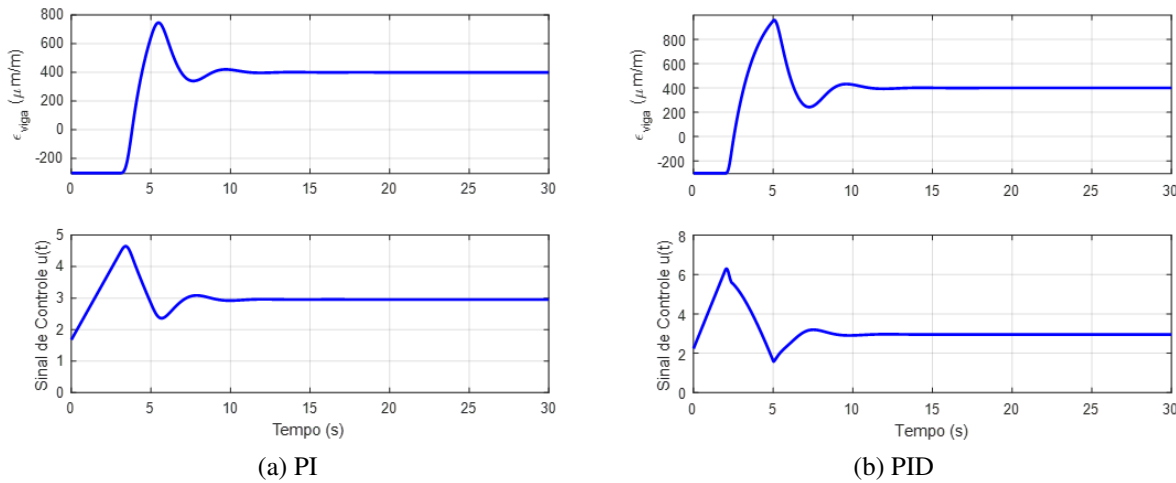


Figura 8: Resposta ao Degrau para o sistema com carga controlado pelo controlador. Fonte: Autoria própria.

Tabela 5: **Parâmetros dos controladores PI e PID do sistema com carga. Fonte: Autoria própria.**

Controlador	K_p	T_i	T_d
PI	0,0024	1,858	0
PID	0,0032	1,115	0,2788

Na Tabela 6, apresentam-se o índice ISE, o tempo de acomodação (t_s) e o sobressinal (ovs) das respostas para os sistemas com carga dos controladores PI e PID. Nessa tabela, observa-se que o sistema do controlador PI apresentou um desempenho melhor em relação ao índice ISE. Em termos de tempo de acomodação (t_s), os sistemas dos controladores PI e PID conseguiram convergir para a referência igualmente em torno de 10 s. Em termos de sobressinal (ovs), o sistema do controlador PI apresentou um valor menor em torno de 53% comparado ao sistema do controlador PID.

Tabela 6: **Variáveis associadas a resposta do sistema com carga. Fonte: Autoria própria.**

Controlador	ISE	t_s	ovs
PI	276,20	10,640 s	86,530%
PID	309,60	10,740 s	139,75%

9. CONCLUSÕES

No presente trabalho, realizou-se a modelagem, controle e simulação da deformação de uma viga simplesmente engastada através do *software* MATLAB/SIMULINK, na qual foi observado o controlador PI e PID, com sintonia via relé com histerese, no controle da deformação através de um fio atuador de Liga de Memória de Forma.

As dificuldades encontradas ocorreram na sintonia e controle do processo devido ao modelo da mudança de fase, pois apresentar um comportamento histerético. Portanto, realizou-se uma adaptação no modelo de mudança de fase, fazendo a histerese ser nula. Assim, as temperaturas utilizadas foram: $M_f = A_s$ e $M_s = A_f$.

Nos ensaios do relé realimentado para os processos sem e com carga mecânica, pode-se determinar para cada processo um modelo de primeira ordem com atraso de transporte da função de transferência da planta em malha aberta. Nas respostas ao degrau para os sistemas sem e com carga dos controladores PI e PID, observou-se que o controlador PID apresentou um melhor desempenho para um sistema sem carga, pois apresentou um menor tempo de acomodação, e que o controlador PI apresentou um melhor desempenho para um sistema com carga, pois apresentou um menor sobressinal.

Portanto, todos os objetivos propostos foram alcançados e os resultados encontrados apresentaram concordância ao embasamento teórico apresentado neste trabalho. Assim, espera-se que este trabalho possa auxiliar os possíveis pesquisadores interessados em estudar o controle de posição de uma viga simplesmente engastada, através de um atuador de liga de memória de forma.

10. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a UFERSA (Universidade Federal Rural do Semi-Árido).

11. REFERÊNCIAS

- Abdelaal, W.G.A. e Nagib, G., 2014. "Modeling and simulation of sma actuator wire". In *9th International Conference on Computer Engineering & Systems (ICCES)*. IEEE, pp. 401–405.
- Barbarino, S., Saavedra, E.I., Ajaj, R.M., Dayyani, I. e Friswell, M.I., 2014. "A review on shape memory alloys with applications to morphing aircraft". *Smart Materials and Structures*, Vol. 23, No. 6, pp. 1–19. doi:10.1088/0964-1726/23/6/063001.
- Barroso, A.J.S., 2019. *Caracterização, modelagem e controle de um atuador de liga de memória de forma*. Dissertação de mestrado em engenharia elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB, Brasil.
- Beer, F.P., DeWolf, J.T. e Johnston Jr, E.R., 2011. *Mecânica dos Materiais*. Ed. AMGH, Porto Alegre, Brazil.
- Campos, A.H.P., 2018. *Estratégias de controle aplicadas a um atuador de liga de memória de forma para o controle de deformação de uma viga engastada*. Dissertação de mestrado em engenharia elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB, Brasil.
- Casati, R., Passaretti, F. e Tuissi, A., 2014. "Effect of electrical heating conditions on functional fatigue of thin niti wire for shape memory actuators. procedia engineering". *Elsevier*, Vol. 10, pp. 3423–3428. doi:10.1016/j.proeng.2011.04.564.
- Chen, L.P. e Si, N.C., 2008. "Influence of thermomechanical training deformations on twsme in tinicu alloy spring". *Alloys and Compounds*, Vol. 448, No. 1-2, pp. 219–222. doi:10.1016/j.jallcom.2006.10.109.
- Coelho, A.A.R. e dos Santos Coelho, L., 2004. *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*. Ed. UFSC, Florianópolis - SC, Brasil.
- Daltin, D.C., 2017. *Controle de Vibrações em Estruturas Flexíveis utilizando Observador de Estados*. Dissertação de mestrado em engenharia mecânica, Universidade Estadual Paulista, Bauru - SP, Brasil.

- do Carmo Pereira, F., 2014. *Estudo Do Controle De Vibrações Em Pisos Por Meio De Absorvedores De Massa Sintonizada*. Trabalho de conclusão de curso em engenharia civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão - PR, Brasil.
- Dynalloy, I., 2021. "Technical characteristics of flexinol actuator wires. dyanalloy inc. tustin, ca: 2021".
- Hibbeler, R.C., 2004. *Resistência dos Materiais*. Ed. PEARSON, São Paulo, Brazil.
- Jani, J.M., Leary, M., Subic, A. e Gibson, M.A., 2014. "A review of shape memory alloy research, applications and opportunities". *Materials and Design*, Vol. 56, pp. 1078–1113. doi:10.1016/j.matdes.2013.11.084.
- Lagoudas, D.C., 2008. *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*. Ed. Springer, New York, USA.
- Lahoz, R. e Puértolas, J.A., 2004. "Training and two-way shape memory in niti alloys: influence on thermal parameters". *Alloys and Compounds*, Vol. 381, No. 1-2, pp. 130–136. doi:10.1016/j.jallcom.2004.03.080.
- Lecce, L. e Concilio, A., 2015. *Shape Memory Alloy Engineering: For aerospace, structural and biomedical applications*. Ed. Butterworth-Heinemann, Oxford, United Kingdom.
- Lima, W.M., 2008. *Plataforma para análise comportamental de atuadores de ligas com memória de forma e para o controle de deformação de uma barra flexível*. Dissertação de mestrado em engenharia elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB, Brasil.
- Maia, O.A.B., Bueno, R.F.A.D., de Oliveira, T.G., Pugliese, L.F. e Rodor, F.F., 2020. "Aplicação do método do relé para identificação e controle pid com escalonamento de ganhos de um sistema não linear". *Anais do Congresso Brasileiro de Automática 2020*.
- Moutino, C.M.R., 2007. *Controlo De Vibrações Em Estruturas De Engenharia Civil*. Tese de doutorado em engenharia civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Ilha Solteira - SP, Brasil.
- Ogata, K., 2010. *Engenharia de controle moderno*. Ed. Pearson Prentice Hall, São Paulo - SP, Brasil.
- Otsuka, K. e Wayman, C.M., 1998. *Shape Memory Materials*. Ed. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom.
- Palma, P.H.T., 2007. *Identificação Experimental e Controle Ativo de Vibrações Aplicadas em Estruturas Inteligentes*. Dissertação de mestrado em engenharia mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira - SP, Brasil.
- Santos, R.B., 2008. *Controle Ativo de Vibrações em Estruturas Flexíveis Utilizando Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs)*. Dissertação de mestrado em engenharia mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira - SP, Brasil.
- Teixeira, R.L., 2001. *Uma Metodologia de Projetos de Controladores Híbridos Inteligentes com Aplicações no Controle Ativo de Vibrações Mecânicas*. Dissertação de mestrado em engenharia mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, Brasil.
- Yu, C.C., 2006. *Autotuning of PID controllers: A relay feedback approach*. Ed. Springer Science & Business Media.

12. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

MODELING, CONTROL AND SIMULATION OF STRAIN OF A BEAM ACTUATED BY SHAPE MEMORY ALLOY WIRE

Jakson dos Santos Silva, jakson.silva@alunos.ufersa.edu.br¹

Walber Medeiros Lima, walber@ufersa.edu.br¹

Marcus Vinícius Silvério Costa, marcus.costa@ufersa.edu.br¹

Jackson de Brito Simões, jackson.simoes@ufersa.edu.br¹

¹Rural Federal University of Semi-Arid - UFRSA, Av. Universitária, Sítio Esperança II, Zona Rural, Caraúbas - RN, Brazil.

Abstract: In the last twenty years, mechanical problems such as vibrations and strains in structural systems have been treated through control techniques e.g. classical control, modern control and robust control. Hence, it is necessary to investigate these problems considering the simply cantilever beam plant and the strain control design method using Shape Memory Alloy (SMA) actuators. Therefore, this study presents the modeling, simulation in MATLAB and control of a strain system adopting the SMA wire as actuator of control. The implementation modeling follows the model that describes the behavior of the LMF wire (thermal model, phase change model and mechanical system model) together with the cantilever beam model. The control design adopted was the PI and PID tuned via relay method with hysteresis aiming to decrease the noise of the plant output signal. The obtained results were analyzed utilizing the ISE performance index, settling time and overshoot of output signal, in which they are considered satisfactory and are supported according to the theoretical background presented in this study.

Keywords: Strain, Shape Memory Alloy, PI/PID Control, Relay Method, MATLAB.