

FORMAÇÃO DE BAND GAPS POR MEIO DO RESSONADOR DE HELMHOLTZ COM VARIAÇÕES DA CAVIDADE ACÚSTICA

Wanderson Vinícius de Oliveira Monteiro, wanderson.monteiro@dicente.ufma.br¹

Cássio Bruno Florêncio Gomes, cassio.bruno@discente.ufma.br¹

Joas Meneses Vilar Reis, joas.reis@discente.ufma.br¹

Edilson Dantas Nóbrega, edilson.dantas@ufma.br¹

¹Universidade Federal do Maranhão, Departamento de Engenharia Mecânica, Cidade Universitária Dom Delgado, 65085-580, São Luís, Maranhão, Brasil

Resumo: A engenharia acústica atua no sentido de promover o controle do ruído gerado por equipamentos no tratamento das ondas sonoras que afetam o receptor (normalmente o ouvido humano) ou diretamente na fonte do ruído. Nesse sentido, esse campo tem sido amplamente estudado e diversas pesquisas estão sendo desenvolvidas com o intuito de encontrar estruturas que forneçam condições acusticamente agradáveis. Os metamateriais são materiais artificiais que possuem propriedades não convencionais, e quando dispostos em uma certa periodicidade espacial, apresentam uma variação na impedância em cada célula unitária causando alterações nas faixas de frequência onde ocorrem as atenuações das ondas propagantes na estrutura. Essas faixas de frequência são conhecidas como band gaps ou bandas proibidas, e ocorrem devido aos encontros de ondas acústicas com interferência destrutivas. Em sistemas de dutos, um metamaterial do tipo ressonador de Helmholtz pode ser utilizado para o controle de ruído. Portanto, neste trabalho foram avaliados os efeitos da resposta dinâmica e perda de transmissão sonora em ressonadores de Helmholtz, dispostos periodicamente com 3 células unitárias, e a formação dos band gaps nestes dispositivos, através da variação geométrica da cavidade do ar. Os efeitos da propagação de onda no duto com ressonador de Helmholtz foram avaliados através do método da Matriz de Transferência (TMM), pelo método dos Elementos Finitos de Onda (WFE), onde por meio destes, é possível obter o diagrama de dispersão de uma célula unitária. Finalmente, a resposta forçada (FRF) do sistema periódico foi obtida através do Método dos Elementos Finitos (FEM) e do WFE, de modo a prever o comportamento dinâmico da estrutura. Os resultados obtidos mostram que para cada tipo de cavidade e volume, os valores da atenuação mudam, tornando para cada volume, um modelo de cavidade com melhor atenuação em relação aos outros. As regiões de atenuações foram identificadas no diagrama de dispersão através dos band gaps, mostrando que com o aumento do volume das cavidades, mais band gaps surgem, ocasionando outras regiões com perda de transmissão sonora.

Palavras-chave: Ressonador de Helmholtz, Metamateriais acústicos, WFE, FEM, TMM.

1. INTRODUÇÃO

Desde o início da civilização, o homem exerceu esforços para o desenvolvimento de teorias e mecanismos de controle de vibrações e ruídos. Nesse sentido, diversas aplicações ainda tem sido desenvolvidas e estudadas, com objetivo de analisar faixas de frequência causadoras de ruído para atenuá-las, gerando conforto e segurança à sociedade. O campo da acústica tem uma vasta amplitude de aplicação, o qual pode ser observado nas mais diversas áreas, como por exemplo, desde a avaliação do comportamento acústico de salas de aula (Barron, 2002), até no estudo da caracterização acústica da topografia de habitats no fundo do mar na costa oeste da Índia (Chakraborty *et al.*, 2007). Além disso, o estudo de propagação de ondas em estruturas de engenharia também abrange o uso de silenciadores, podendo ser aplicados como tubos microperfurados em arranjos periódicos ou em câmaras de combustão no intuito de promover redução de ruído e atenuação sonora (Shi and Mak, 2017; Goto and Dos Santos, 2019).

Os ressonadores de Helmholtz (HR) são amplamente utilizados para o controle e redução de ruído em vários dispositivos, e dedicam-se a melhorar a perda de transmissão sonora ao ajustar as frequências de ressonância em bandas de frequência mais largas (Campos, 2018). Foram desenvolvidos primeiramente por Hermann Helmholtz com objetivo de estimar a energia para cada frequência por meio da intensidade do som em diferentes ressonadores (Lisot and Soares, 2008). Esse sistema tem a propriedade de dissipar a energia vinculada a frequência de ressonância, onde a mesma está em função das propriedades geométricas do sistema (dos Santos, 2005). A estrutura do ressonador de Helmholtz consiste em uma cavidade de ar e seu pescoço vinculado a um duto. O ar interior dos ressonadores entra em vibração em determinadas frequências de ressonância, onde a energia sonora é transformada em energia mecânica, desta forma, funcionando como um absorvedor de som (Silva, 2005). A literatura dispõe de trabalhos e pesquisas envolvendo diversas configurações e me-

lhorias no sistema do HR, mostrando que as alterações na geometria e forma da cavidade causam impactos na frequência de ressonância e resposta dinâmica do conjunto (Alster, 1972).

Adicionalmente, Cai and Mak (2016) mostraram que independentemente da quantidade de ressonadores ou da distância periódica entre eles, a área sob a curva da perda de transmissão (TL) média é sempre a mesma, e quanto mais ampla a banda de atenuação de ruído, menor o pico da amplitude de atenuação. Além disso, os ressonadores de Helmholtz também podem ser implementados de forma melhorada em aplicações aeroespaciais, gerando picos de perda de transmissão em frequências altas após o pico dominante em baixa frequência (Guan *et al.*, 2020). A eficiência dos ressonadores de Helmholtz pode ser avaliada a partir de alguns parâmetros acústicos, sendo eles: Insertion Loss (IL), Transmission Loss (TL), Noise Reduction (NR), de modo que, quanto maiores esses valores, mais eficiente é o aparelho (Selamet and Lee, 2003).

Neste trabalho se investigou o surgimento de band gaps do sistema duto-HR. O método da matriz de transferência (TMM) e o método dos elementos finitos de propagação de ondas (WFE) são formulados, e seus resultados apresentados. Assim como no trabalho de Farooqui *et al.* (2012), neste também são usadas diferentes configurações de ressonadores de Helmholtz, onde é possível observar a influência da geometria do comprimento/diâmetro da cavidade do ressonador na frequência de ressonância e na perda de transmissão sonora, usando o método dos elementos finito e o método WFE.

2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS

Conforme apresentado por Kinsler *et al.* (1999), a equação da propagação da onda sonora pode ser representada de acordo com a Eq. (1)

$$\nabla \cdot \mathbf{p} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (1)$$

onde ∇ é o operador diferencial, $\mathbf{p}$ o vetor da pressão acústica em três dimensões, c a velocidade do som e t o tempo. Para um sistema duto-HR, excitado com ondas planas e aplicando condições de contorno em sua extremidade, a condição limite pode ser dada pela Eq. (2)

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = \rho \ddot{\mathbf{u}}_n, \quad (2)$$

em que $\mathbf{n}$ é a superfície externa normal, $\ddot{\mathbf{u}}_n$ é a aceleração no contorno na direção $\mathbf{n}$, e ρ a massa específica do gás. Aplicando o método de Galerkin, conforme demonstrado por Cook *et al.* (2001), o sistema torna-se da forma da Eq. (3)

$$\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{p}} - \mathbf{K}_a \mathbf{p} = \mathbf{f}, \quad (3)$$

no qual $\mathbf{M}_a$ é a matriz de massa acústica e $\mathbf{K}_a$ a matriz de rigidez acústica, $\mathbf{p}$ o vetor nodal da pressão acústica e $\mathbf{f}$ o vetor excitação acústica. A matriz de rigidez dinâmica acústica $\mathbf{D}$ é definida pela Eq. (4)

$$\mathbf{D} = \mathbf{K}_a - \omega^2 \mathbf{M}_a, \quad (4)$$

onde ω é a frequência angular. A matriz de rigidez dinâmica acústica da Eq. (4) pode ser dividida em graus de liberdade interno $()_i$, esquerdo $()_l$ e direito $()_r$.

$$\begin{bmatrix} D_{ii} & D_{il} & D_{ir} \\ D_{li} & D_{ll} & D_{lr} \\ D_{ri} & D_{rl} & D_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_i \\ p_l \\ p_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0_i \\ f_l \\ f_r \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

a Equação (5) é simplificada para forma de matriz de rigidez acústica condensada:

$$\begin{bmatrix} D_{ll} & D_{lr} \\ D_{rl} & D_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_l \\ p_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_l \\ f_r \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

onde $D_{ll} = D_{ll} - D_{li} D_{ii}^{-1} D_{il}$, $D_{rl} = D_{rl} - D_{ri} D_{ii}^{-1} D_{il}$, $D_{lr} = D_{lr} - D_{li} D_{ii}^{-1} D_{ir}$ e $D_{rr} = D_{rr} - D_{ri} D_{ii}^{-1} D_{ir}$.

A Equação (6) pode ser organizada como uma matriz de transferência:

$$\begin{Bmatrix} p_r \\ -f_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{lr}^{-1} D_{ll} & -D_{lr}^{-1} \\ D_{rl} - D_{rr} D_{lr}^{-1} D_{ll} & -D_{rr} D_{lr}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_l \\ f_l \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

A Equação (7) pode ser simplificada da forma:

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{T}_{WFE} \mathbf{q}_l, \quad (8)$$

onde $\mathbf{T}_{WFE}$ corresponde a matriz de transferência da célula unitária do sistema, e $\mathbf{q}_r$ e $\mathbf{q}_l$ são os vetores de estado da célula unitária. Considerando células unitárias consecutivas m e $m + 1$, a continuidade da estrutura periódica nos leva que $\mathbf{q}_r^m = \mathbf{q}_l^{m+1}$. Substituindo na Eq. (8), tem-se que:

$$\mathbf{q}_l^{m+1} = \mathbf{T}_{WFE} \mathbf{q}_l^m, \quad (9)$$

aplicando o teorema de Floquet - Bloch para propagação de ondas em estruturas periódicas, obtém-se a Eq. (10)

$$\mathbf{q}_l^{(m+1)} = e^{\mu} \mathbf{q}_l^{(m)}, \quad (10)$$

onde $\mu = -jkL$, é a constante de propagação, com j o número imaginário, k o número de onda e L o comprimento da célula. Substituindo a Eq. (10) na Eq. (9), obtém-se a Eq. (11):

$$\mathbf{T}_{WFE} \mathbf{q}_l^{(m)} = e^{\mu} \mathbf{q}_l^{(m)}. \quad (11)$$

Gerando assim o problema de autovalor e autovetor, em que e^{μ} corresponde ao autovalor e $\mathbf{q}_l$ ao autovetor. A matriz de transferência da Eq. (7) é utilizada em modelos mais simples de estruturas periódicas. Quando a complexidade aumenta junto com a ordem das matrizes, o processo de inversão de matrizes pode ocasionar em muitos erros de precisão numéricas. Zhong and Williams (1995) resolvem o problema de mal condicionamento da matriz, representando os elementos da matriz de rigidez condensada como vetores de estado, da forma:

$$\mathbf{q}_l = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ -\mathbf{D}_{ul} & -\mathbf{D}_{lr} \end{bmatrix}}_L \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix}}_w \quad \mathbf{e} \mathbf{q}_r = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_n \\ \mathbf{D}_{rl} & \mathbf{D}_{rr} \end{bmatrix}}_N \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_l \\ \mathbf{p}_r \end{Bmatrix}}_w, \quad (12)$$

substituindo a Eq. (12) na Eq. (11), temos:

$$e^{\mu} \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{N} \mathbf{w}, \quad (13)$$

onde e^{μ} são os autovalores, $\mathbf{L} \mathbf{w}$ e $\mathbf{N} \mathbf{w}$ são os autovetores da Eq. (13).

De acordo com Silva *et al.* (2014) os vetores de estado $\mathbf{q}^m$ podem ser expressos como:

$$\mathbf{q}^{(m)} = \sum_j \Phi_j \mathbf{Q}_j^{(m+1)} = \sum_j \Phi_j e^{(-ik_j L)} \mathbf{Q}_j^{(m)}, \quad (14)$$

onde $\Phi_j = L w_j$, $\mathbf{Q}_j^{(m+1)}$ e $\mathbf{Q}_j^{(m)}$ são os vetores de amplitude de onda de uma célula unitária $m + 1$ e m , respectivamente.

3. MÉTODO DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA

O Método da Matriz de Transferência (TMM) correlaciona as variáveis de entrada e saída de um sistema, a partir de suas equações governantes. Munjal (1987), utilizou o método para análise de sistemas acústicos duto-HR, como mostrados da Fig. 1, que pode ser dividido em três partes: parte do duto antes do HR, o Ressonador de Helmholtz e a parte do duto depois do HR.

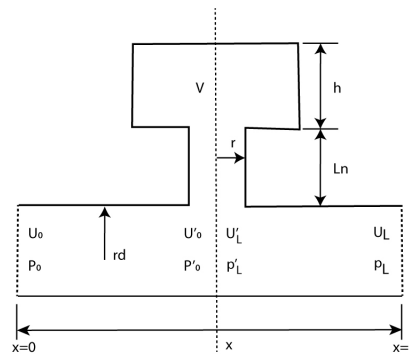


Figura 1: Ressonador de Helmholtz.

A solução da Eq. (1) pode ser escrita da forma:

$$p(x) = A e^{-jkx} + B e^{+jkx}, \quad (15)$$

onde os coeficientes A e B são determinados pelas condições de contorno e x representa a posição no espaço. Da Equação (15) pode-se obter a velocidade de volume dada pela Eq. (16)

$$U(x) = -\frac{S}{\rho c} (A e^{-jkx} - B e^{+jkx}), \quad (16)$$

no qual S é a área da seção transversal do duto, ρ a massa específica do gás, c a velocidade do som e U a velocidade de volume. A partir da Eq. (15) e (16) encontra-se a matriz de transferência da metade do duto, Eq. (17)

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ p_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL_e) & jY \sin(kL_e) \\ \frac{j}{Y} \sin(kL_e) & \cos(kL_e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U'_0 \\ p'_0 \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad q_0 = T_{D_1} q'_0, \quad (17)$$

em que $Y = c/S$ é a impedância característica, e $L_e = L + 0.6r_d$, o comprimento o efetivo do duto, em que L e r_d são comprimento e raio do duto, respectivamente, q_0 e q_L os vetores de estado de entrada e saída do duto e T_{D_1} , a matriz de transferência do duto (Munjal, 1987). Unindo a continuidade da pressão sonora, Eq.(15), e da velocidade de volume, Eq(16), em $x = L/2$, obtém-se a Eq. (18):

$$\begin{Bmatrix} U'_0 \\ p'_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_{HR} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U'_L \\ p'_L \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad q'_0 = T_{THR} q'_L, \quad (18)$$

em que Z_{HR} é a impedância acústica da cavidade e T_{THR} a matriz de transferência da cavidade do HR. Da mesmo forma, encontra-se a matriz de transferência D_2 :

$$q'_L = T_{D_2} q_L \quad (19)$$

Combinando as Eq. (17), (18) e (19), obtém-se a matriz de transferência da célula unitária do sistema duto-HR, dada pela Eq. (20)

$$q_0 = T_{D_1} T_{THR} T_{D_2} q_L \quad \text{ou} \quad q_0 = T_{DHR} q_L. \quad (20)$$

De acordo com Munjal (1987), a perda de transmissão sonora ("Transmission Loss" - TL) no sistema duto-HR, pode ser calculada a partir dos elementos da matriz de transferência da célula unitária pela Eq. (21)

$$TL = 20 \log \left| \frac{T_{11} + (1/Y)T_{12} + YT_{21} + T_{22}}{2} \right|, \quad (21)$$

onde $T_{i,j}$, com $i, j = 1, 2$, são os elementos da matriz de transferência do sistema duto-HR. A Eq. (20) pode ser reescrita na forma da Eq. (22)

$$q_r = T_{DHR} q_l, \quad (22)$$

em que q_r e q_l são os vetores de estado na posição direita e esquerda da célula unitária, respectivamente. Utilizando o mesmo processo do método dos elementos finitos de propagação de ondas, aplicando teorema de Floquet-Bloch e periodicidade das células (como mostrado na Fig. 2), obtém-se a Eq. (23)

$$T_{DHR} q_l^{(m)} = e^{\mu_b} q_l^{(m)}. \quad (23)$$

A partir da solução desse problema de autovalor (Eq. (23)) é possível obter o número onda analítico de Bloch, $k_b = \ln(\mu_b)/(-jL)$.

Rayleigh *et al.* (1916) foi um dos precursores no estudo dos ressonadores, definindo a frequência de ressonância do HR de cavidade cilíndrica como:

$$f_{HR} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r^2}{L_n V}}, \quad (24)$$

onde r é o raio do pescoço, V o volume da cavidade e L_n o comprimento do pescoço. O fator de forma, definido por Alster (1972), relaciona a forma da cavidade acústica com a frequência de ressonância dos HR. Com isso foi possível calcular para outros formatos de cavidades acústicas.

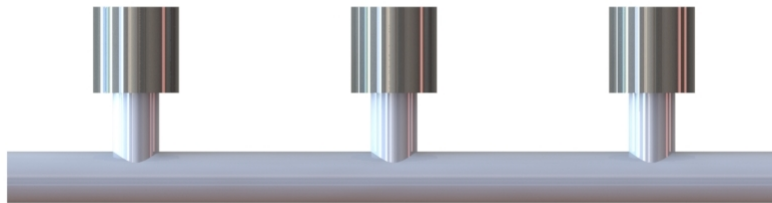


Figura 2: Sistema duto - ressonador de Helmholtz periódico.

4. MODELOS DOS RESSONADORES DE HELMHOLTZ

Os ressonadores de Helmholtz são compostos pela cavidade e pescoço do ressonador, que por sua vez é acoplado em sistemas de dutos. Os modelos analisados consideram um ressonador de Helmholtz com as cavidades do tipo cilíndrica, tronco de cone, paralelepípeda e esférica, como mostrado na Fig. 3. Para este estudo, manteve-se o volume de cada cavidade fixa a partir do controle dos parâmetros geométricos de tipo de cavidades, com o objetivo de observar o efeito dessas variações na resposta do sistema. A Fig. 4 mostra com mais detalhes as características das cavidades utilizadas neste trabalho.

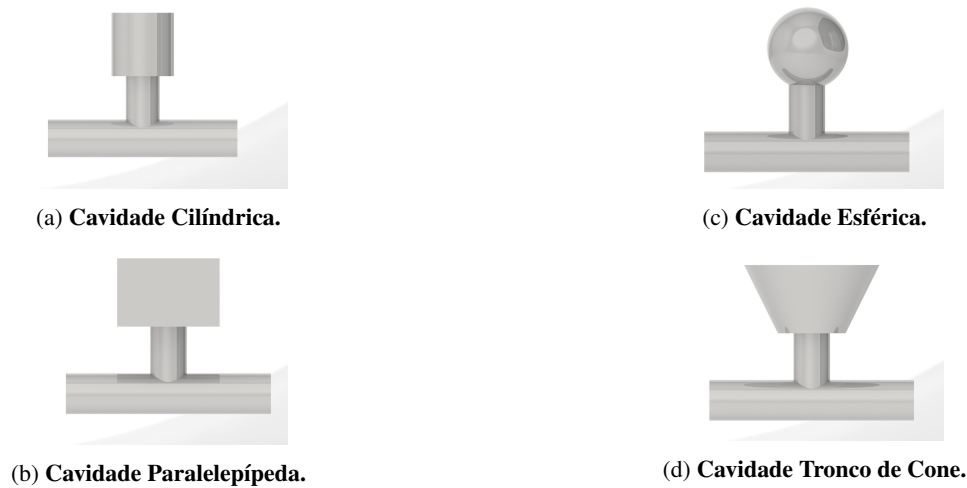


Figura 3: Modelos das cavidades dos ressonadores de Helmholtz.

Dessa forma, a perda de transmissão sonora de um ressonador de Helmholtz é estudada numericamente para cada tipo de cavidade. Adicionalmente, é realizado o estudo da perda de transmissão sonora para cada variação proporcional do volume das cavidades. Com o método dos elementos finitos de propagação de ondas é obtido o diagrama de dispersão e a resposta forçada do sistema.

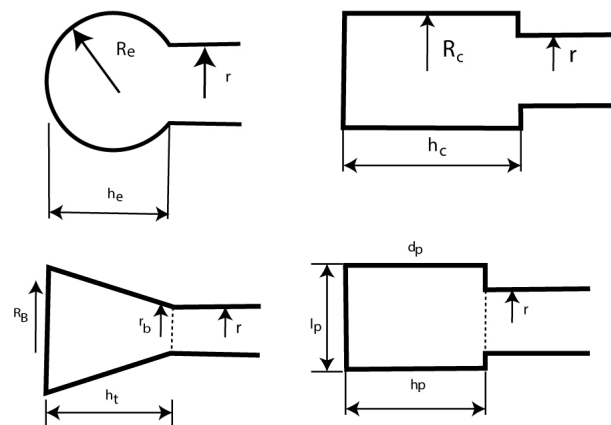


Figura 4: Cavidades do Ressonador de Helmholtz.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

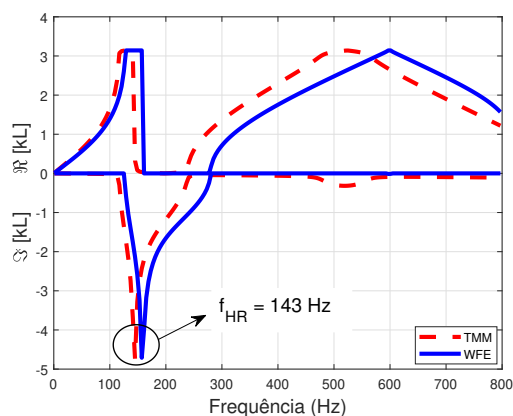
5.1 Validação Numérica

A validação numérica foi realizada por meio da comparação dos resultados dos métodos FEM, TMM e WFE. Para isso, foi modelado um HR com cavidade cilíndrica, em que suas dimensões e características são fornecidas na Tab. 1. Para a obtenção do diagrama de dispersão utilizando o WFE e TMM, foram extraídas as matrizes de massa e rigidez do modelo produzido no *Ansys*, e os números de onda de Bloch foram obtidos a partir das Eq. (13) para o WFE e Eq. (23) para o TMM. A perda de transmissão sonora foi calculada utilizando o software *Ansys* com o método FEM e no *Matlab* com o TMM, utilizando a Eq. (21).

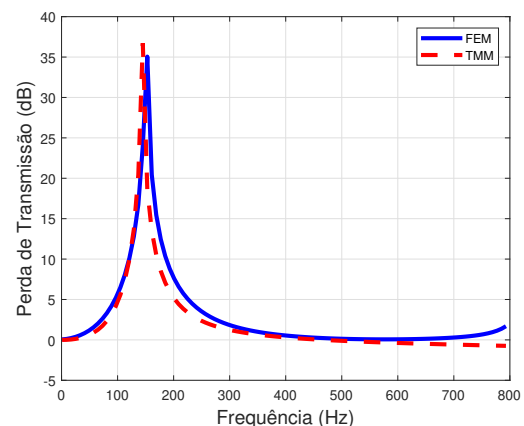
Tabela 1: Geometria e propriedades do sistema duto-HR.

Geometria e Material	Nomenclatura	Valor
Massa específica do ar (kg/m^3)	ρ	1.20
Velocidade do som (m/s)	c	343.24
Raio do duto (m)	r_d	0.05
Raio do pescoço (m)	r	0.05
Comprimento do duto (m)	L	0.30
Comprimento do pescoço (m)	L_n	0.10
Comprimento das cavidades (m)	h_e, r_c, h_t e h_p	0.23, 0.2, 0.2 e 0.2
Raio da cavidade esférica e cilíndrica (m)	R_e, R_c	0.11 e 0.10
Raio maior cavidade tronco de cone (m)	R_B	0.14
Raio menor cavidade tronco de cone (m)	R_b	0.05
Largura cavidade paralelepípeda (m)	l_p	0.15
Profundidade cavidade paralelepípeda (m)	d_p	0.15
Constante de volume das cavidades	β	$(0\% - 50\%) \cdot 0.006$
Volume das cavidades (m^3)	V	$0.006 \cdot (1 + \beta)$
Número de células	-	3

A Figura 5 mostra o diagrama de dispersão e a perda de transmissão sonora para um ressonador de Helmholtz com cavidade cilíndrica, variando a frequência de 0 até 800 Hz. A estrutura exibe uma ressonância local, onde a propagação da onda é predominantemente evanescente. A região onde acontece esta atenuação é conhecida como band gap, caracterizado pela parte real do número de onda de Bloch igual a 0 ou a π , e a parte imaginária diferente de zero.



(a) Comparação diagrama de dispersão entre TMM e WFE.



(b) Comparação TL entre TMM e FEM.

Figura 5: Comparação entre os métodos TMM, WFE e FEM de um HR com cavidade cilíndrica.

Observa-se a convergência entre os métodos, principalmente para frequências mais baixas. A divergência nas curvas deve-se ao fato de haver aproximação no dois métodos (TMM e WFE). Tal erro poderia ser reduzido ajustando o fator de correção no comprimento efetivo, $L_e = L + 0.6r_d$ (Barron, 2002). No gráfico 5a, o diagrama de dispersão exibe duas regiões de band gaps, uma em torno da frequência de ressonância do ressonador de Helmholtz, 143 Hz, calculada utilizando a Eq. (24), a outra ocasionada pela periodicidade da célula, em 500 Hz, quando a parte real do gráfico se aproxima do limite de Bragg, mais visível no gráfico obtido pelo TMM. Para o gráfico da Fig. 5b, nota-se a aproximação entre os métodos, com os valores máximos de atenuação próximos a 35 dB na região próxima à frequência de 143 Hz. A atenuação vista nos gráficos da perda de transmissão é ocasionada pela dissipação das ondas e ressonância local.

5.2 Variação do Volume das Cavidades do Ressonador de Helmholtz

O volume da cavidade do HR influencia na atenuação da perda de transmissão sonora do sistema, com isso foi feita a variação do volume de cada tipo de cavidade para observar o seu efeito na TL. A Fig. (6) mostra os gráficos da TL, obtidos através do FEM utilizando o software Ansys, dos ressonadores com uma variação de volume proporcional, onde o volume original de 0.006 m^3 é acrescido proporcionalmente pela constante β .

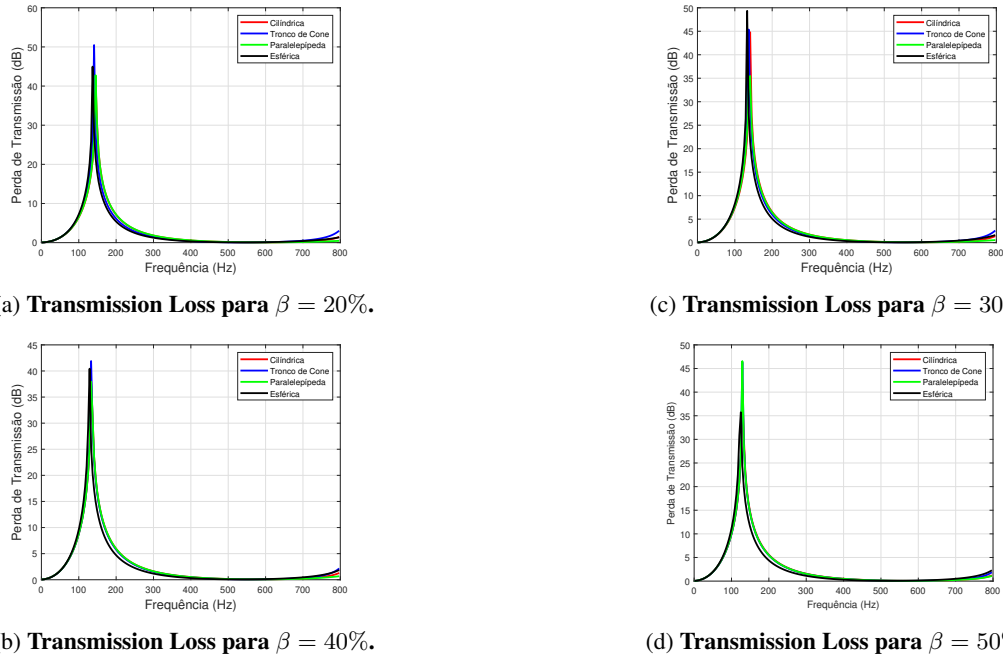


Figura 6: Variação do volume da cavidade dos modelos de ressonador de Helmholtz.

Observa-se que para os quatro modelos de cavidades, a influência do volume da cavidade na perda de transmissão sonora do sistema duto-HR, na Fig. 6a mostra uma atenuação do ressonador com a cavidade de tronco de cone próximas aos 50 dB, em 141 Hz, a cavidade esférica com 44 dB e as cavidades paralelepípeda e cilíndrica próximas a 40 dB. A Fig.6b todas as cavidades apresentaram despenho semelhante, com atenuação próximas a 40 dB. Os gráficos da Fig.6c mostram a cavidade paralelepípeda com um efeito de redução de ruídos de 30 dB, enquanto a cavidade esférica possui uma atenuação de aproximadamente 50 dB. Por fim a Fig.6d, para o maior volume simulado ($\beta = 50\%$), a cavidade esférica possui uma atenuação de 34 dB, enquanto as cavidades tronco de cone e paralelepípeda tiveram desempenho parecidos, com atenuação de 46 dB.

5.3 Avaliação das Variações da Cavidades do Ressonador de Helmholtz

O diagrama de dispersão mostra as faixas de frequência onde ocorrem os band gaps no HR, faixa onde ocorre as maiores atenuações da TL. A Fig.(7) mostra uma comparação entre os diagramas de dispersão obtidos pelo WFE para os quatro tipos de cavidades do sistema duto-HR. A parte real (positiva) representa as ondas propagativas, enquanto a parte imaginária (negativa) representa as ondas não propagativas ou evanescentes.

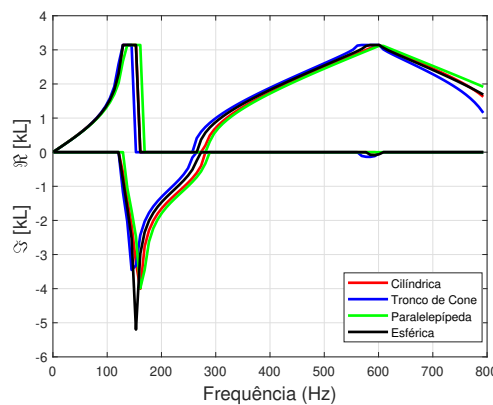
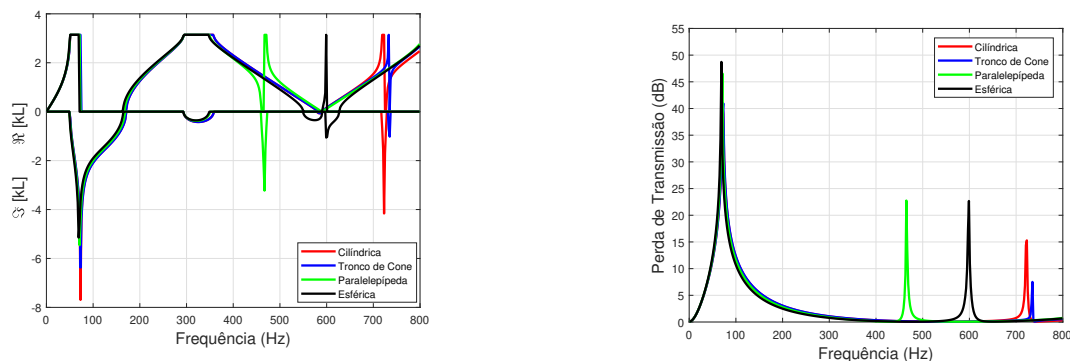


Figura 7: Comparação do diagrama de dispersão entre as cavidades.

Observa-se uma boa convergência entre os modelos de cavidade, todos apresentando dois band gaps, localizados na parte em que o número de onda negativo é diferente de zero. O primeiro ocorre na faixa entre 120 e 265 Hz, devido ao efeito de ressonância local, próximo a frequência de ressonância do HR para cada cavidade, sendo para a cilíndrica, 143 Hz, esférica, 154 Hz, paralelepípeda, 162 Hz e tronco de cone, 135 Hz. O segundo band gap surge devido a periodicidade do sistema, quando a parte real se aproxima do limite de Bragg, por volta de 590 Hz.

Aumentando o volume da cavidade dos HR para 0.03 m^3 e o comprimento do duto para 0.6 m, é observado o deslocamento do band gap ocasionado pela periodicidade para faixas de frequência menores, e o surgimento de novas regiões de

atenuações devido a dissipação e efeitos de Bragg. A Fig.(8a) mostra o diagrama de dispersão, com o primeiro band gap em torno da frequência de ressonância dos HR, o segundo band gap, ocasionado pela periodicidade, aparece na faixa dos 300 até 350 Hz, em cada tipo de cavidade. O terceiro band gap, ocasionado pelos efeitos de Bragg e dissipação, ocorreu para cada cavidade em frequência diferentes, a paralelepípeda ocorreu em 467 até 473 Hz, seguida pela esférica na faixa de 549 até 627 Hz, cilíndrica de 717 até 729 Hz e tronco de cone na faixa de 731 até 739 Hz.



(a) Comparação diagrama de dispersão pelo WFE entre os modelos de cavidades.

(b) Comparação TL pelo FEM entre os modelos de cavidades.

Figura 8: Diagrama de dispersão e TL para as cavidades de volume de 0.03 m^3 .

A Figura 8b mostra a TL dos HR, mostrando as duas atenuações para cada tipo de cavidade do HR, nas mesmas faixas de frequências mostradas no diagrama de dispersão. A primeira região de atenuação acontece em torno da frequência de ressonância dos HR. Para a cavidade cilíndrica e tronco de cone a atenuação foi de 41 dB, já na cavidade paralelepípeda, com 46.5 dB e na esférica com 48.7 dB. A segunda atenuação da cavidade paralelepípeda ocorre em 465 Hz e da esférica em 600 Hz atinge 22 dB. Para cavidade cilíndrica, a segunda atenuação aparece em 723 Hz e atingiu 15 dB, para a cavidade tronco de cone, em 735 Hz a atenuação foi 7 dB.

Para um sistema duto-HR com 3 células unitárias, como mostrado na Fig. 2, modelados utilizando o *Ansys*, com os valores mostrados na Tab.1, utilizando o elemento FLUID30, onde foram aplicadas as condições de contorno de aceleração de volume igual a 1, em uma extremidade e para a outra extremidade, considerou-se como uma terminação anecoica. A Fig. (9) mostra os gráficos das respostas forçadas do sistema duto-HR para as quatro cavidades, comparando os métodos FEM e WFE.

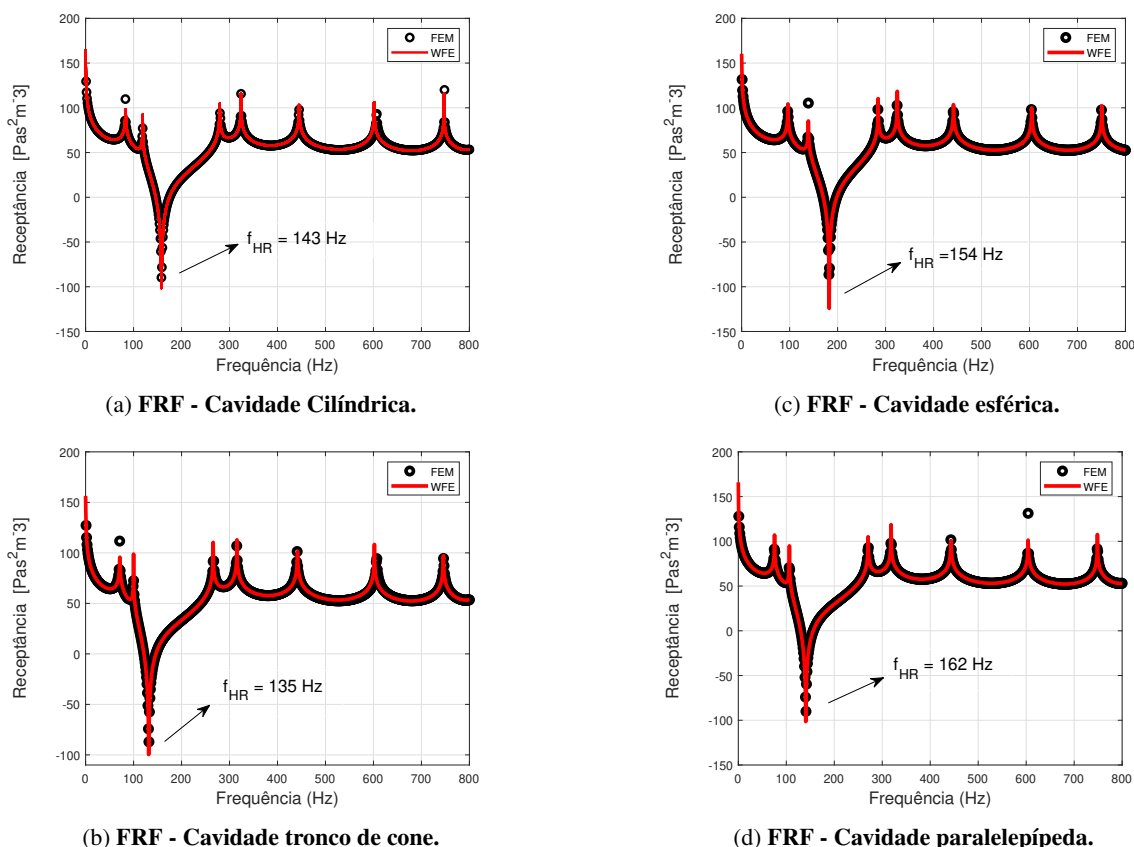


Figura 9: Comparação entre as respostas forçadas pelo método FEM e WFE no sistema duto-HR.

Os métodos FEM e WFE possuem uma boa convergência em todos os modelos analisados, ao longo de toda faixa de frequência, porém alguns pontos não convergiram. Isso se deve ao fato de ter sido criada uma malha livre tanto para fazer a célula como para a estrutura completa, causando com isso, uma diferença de aproximação entre os dois métodos. Como o WFE usa a aproximação para uma célula por elementos finitos, o resultado seria igual se as N células tivessem malhas idênticas. As faixas de frequência entre 105 e 270 Hz acontecem a região de atenuação, resultados compatíveis com os encontrados no diagrama de dispersão e perda de transmissão, ocasionada pelo efeito da ressonância local. As variações entre as respostas se dão na região em torno da atenuação, como pode ser constatado na Fig.(10), pode-se verificar mudanças na região de atenuação, com destaque para cavidade esférica, com $-124 \text{ Pas}^2/\text{m}^3$, enquanto as outras cavidades tiveram atenuações próximas, mas com faixas de atenuações distintas.

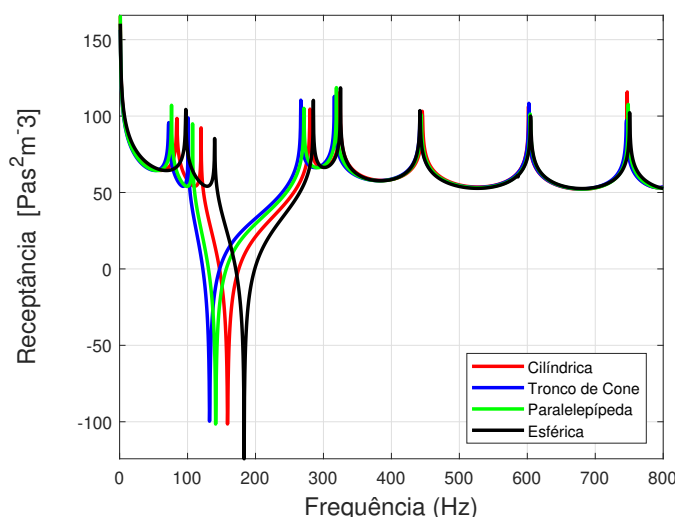


Figura 10: Comparação das respostas forçadas pelo método WFE.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho investigou os efeitos da variação das cavidades cilíndrica, esférica, paralelepípeda e tronco de cone, em um sistema duto-ressonador de Helmholtz, a partir da modelagem analítica e numérica para estimar a perda de transmissão sonora, regiões de band gaps por meio do diagrama de dispersão, além da resposta forçada do sistema. Os resultados numéricos foram validados com o analítico apresentando algumas divergências. Na análise da TL pelo método FEM, em que foram analisados as variações do volume das cavidades, foi observado que para cada quantidade de volume utilizada, o valor das atenuações de cada cavidade variaram. Neste caso não foi possível observar um padrão específico. Pelo diagrama de dispersão obtido no método WFE, foi possível identificar as faixas de band gaps gerados pelo efeito de ressonância local, localizados na frequência de ressonância, e por periodicidade. Esse fenômeno também pode ser observado no gráfico da TL por meio do aumento da perda de transmissão nessa faixa de frequência. Observou-se ainda, que o aumento do volume das cavidades, gera mais regiões de atenuações, que podem ser vistas nos diagramas de dispersão e TL. Já na resposta forçada de cada sistema foi condizente entre os métodos FEM e WFE, com as faixas de atenuação localizadas na mesma faixa dos band gaps do diagrama de dispersão. Na comparação entre as FRF's foi notado a diferença no valor e faixa de atenuação entre os modelos de HR propostos.

7. REFERÊNCIAS

- Alster, M., 1972. "Improved calculation of resonant frequencies of helmholtz resonators". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 24, No. 1, pp. 63–85. doi:10.1016/0022-460x(72)90123-x.
- Barron, R.F., 2002. *Industrial Noise Control and Acoustics*. CRC Press. doi:10.1201/9780203910085.
- Cai, C. and Mak, C.M., 2016. "Noise control zone for a periodic ducted helmholtz resonator system". *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 140, No. 6, pp. EL471–EL477. doi:10.1121/1.4968530.
- Campos, B.V.L., 2018. "Controle de ruído em dutos usando metamateriais do tipo ressonadores de helmholtz". Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade Estadual de Campinas. Dissertação de mestrado.
- Chakraborty, B., Mahale, V., Navelkar, G., Rao, B.R., Desai, R., Ingle, B. and Janakiraman, G., 2007. "Acoustic characterization of seafloor habitats on the western continental shelf of india". *ICES Journal of Marine Science*, Vol. 64. doi:10.1093/icesjms/fsl043.
- Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E. and Witt, R.J., 2001. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 4th Edition*. Wiley, 4th edition. ISBN 0471356050, 9780471356059.
- dos Santos, J.L.P., 2005. *Estudo do potencial tecnológico de materiais alternativos em absorção sonora*. Editora UFSM.

- Farooqui, M., Alhamoud, A., Aliuddin, A. and Mekid, S., 2012. "Geometry effects on the noise reduction of helmholtz resonators". Vol. 1. doi:10.1115/ESDA2012-82697.
- Goto, A. and Dos Santos, J., 2019. "Sound attenuation of periodic micro-perforated chamber mufflers using the spectral transfer matrix method".
- Guan, D., Zhao, D. and Ren, Z., 2020. "Aeroacoustic attenuation performance of a helmholtz resonator with a rigid baffle implemented in the presence of a grazing flow". *International Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 2020. doi:10.1155/2020/1916239.
- Kinsler, L.E., Frey, A.R. and Alan B. Coppens, J.V.S., 1999. *Fundamentals of acoustics*. Wiley, 4th edition. ISBN 9780471847892,0471847895.
- Lisot, A. and Soares, P.F., 2008. "Ressonadores de helmholtz em barreiras acústicas: Avaliação do desempenho na atenuação do ruído de tráfego". UEM, Coimbra, Portugal. Dissertação de mestrado.
- Munjal, M.L., 1987. *Acoustics of Ducts and Mufflers With Application to Exhaust and Ventilation System Design*. Wiley, 1st edition. ISBN 0471847380,9780471847380.
- Rayleigh, O.L., et al and et al, 1916. "The theory of the helmholtz resonator". *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 92, p. 265–275. doi:https://doi.org/10.1098/rspa.1916.0012.
- Selamet, A. and Lee, I., 2003. "Helmholtz resonator with extended neck". *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 113, No. 4, pp. 1975–1985. doi:https://doi.org/10.1121/1.1558379.
- Shi, X. and Mak, C.M., 2017. "Sound attenuation of a periodic array of micro-perforated tube mufflers". *Applied Acoustics*, Vol. 115, pp. 15–22. doi:10.1016/j.apacoust.2016.08.017.
- Silva, P., 2005. *Acústica arquitetônica & condicionamento de ar*. Edtal. ISBN 20055345.
- Silva, P., Mencik, J.M. and Arruda, J., 2014. "On the forced harmonic response of coupled systems via a wfe-based super-element approach".
- Zhong, W. and Williams, F., 1995. "On the direct solution of wave propagation for repetitive structures". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 181, No. 3, pp. 485–501. ISSN 0022-460X. doi:https://doi.org/10.1006/jsvi.1995.0153.

8. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

BAND GAP GENERATION DUE TO ACOUSTIC CAVITY VARIATIONS IN HELMHOLTZ RESSONATORS

Wanderson Vinícius de Oliveira Monteiro, wanderson.monteiro@dicente.ufma.br¹

Cássio Bruno Florêncio Gomes, cassio.bruno@discente.ufma.br¹

Joas Meneses Vilar Reis, joas.reis@discente.ufma.br¹

Edilson Dantas Nóbrega, edilson.dantas@ufma.br¹

¹Federal University of Maranhão, Dept. of Mechanical Engineering, Dom Delgado University city, 65085-580, São Luís, Maranhão, Brazil

Abstract: Acoustic engineering works to promote the control of noise generated by equipment, in the treatment of how sound waves reach the receiver (usually the human ear) or directly at the noise source. In this sense, this field has been widely studied and several researches are being developed in order to find structures that provide acoustically pleasant conditions. Metamaterials are artificial materials that have unconventional properties and when arranged in a certain spatial periodicity, presenting a variation in the impedance in each unit cell, causes changes in the frequency ranges where the attenuation of propagating waves in the structure occurs. These frequency bands are known as band gaps or forbidden bands and occur due to the clash of waves with destructive interference. In pipeline systems, a Helmholtz resonator-type metamaterial can be used for noise control. Therefore, in this work, the effects of dynamic response and sound transmission loss in Helmholtz resonators periodically arranged with three unit cells were evaluated, as well as the generation of band gaps in this devices, through the geometric variation of the air cavity. The effects of wave propagation in the duct with the Helmholtz ressonator were evaluated using the Transfer Matrix (TMM) method and the Wave Finite Element (WFE) method. Through this, it is possible to obtain the scatter diagram of a unit cell. Finally, the forced response (FRF) of the periodic system was obtained using the Finite Element Method (FEM) and the WFE, in order to predict the dynamic behavior of the structure. The results obtained shows that the attenuation of waves change for each volume and type of cavity, making for each volume, a cavity model with better attenuation compared to the others. The attenuation regions were identified in the dispersion diagram through the band gaps, showing that as the volume of the cavity increase, more band gaps are generated, causing new regions of transmission loss.

Keywords: Helmholtz ressonator, acoustic metamaterials, WFE, FEM, TMM