

DINÂMICA AEROELÁSTICA DE UM AEROFÓLIO COMPARANDO A TEORIA DE THEODORSEN COM UMA SOLUÇÃO POR DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Bianca Taís Visoná Carnielo, bianca.carnielo@unesp.br¹

Aluisio Viais Pantaleão, aluisio.pantaleao@unesp.br¹

Douglas Domingues Bueno, douglas.bueno@unesp.br¹

¹UNESP, Avenida Brasil, 56 - Centro - Ilha Solteira/SP

Resumo: A abordagem de interação entre fluido e estrutura (FSI, do inglês *fluid-structure interaction*) permite a representação de uma classe de problemas cuja dinâmica depende mutuamente do fluido e das características estruturais. Em particular, ao se empregar uma solução do fluido por CFD (do inglês *computational fluid dynamics*), tem-se diversos desafios, incluindo a movimentação da malha, estratégias de mudança de coordenadas, bem como uma malha estrutural intermediária se o sistema dinâmico é descrito por poucos graus de liberdade. Neste sentido, o presente trabalho compreende simulações aeroelásticas considerando um aerofólio de dois graus de liberdade. São consideradas diferentes condições de escoamento subsônico, particularmente para os números de Mach 0,1, 0,2 e 0,357. O aerofólio apresenta os movimentos de flexão (*plunge*) e arfagem (*pitch*), sendo a malha do fluido descrita por 133000 nós, com refino próximo à superfície do aerofólio, para representar corretamente a camada limite turbulenta. Na solução, emprega-se o software livre SU2, mantido pela universidade de Stanford (EUA), que considera uma malha estrutural intermediária entre a malha do fluido e a dinâmica do aerofólio. Os resultados mostram que para os números de Mach 0,1 e 0,2 os resultados são compatíveis com a teoria de Theodorsen, e, também, apresenta-se a evolução das frequências em relação ao número de Mach, confirmando a não presença de flutter. Assim, a metodologia utilizada se mostra adequada para a solução deste tipo de problema de interação entre fluido e estrutura.

Palavras-chave: interação fluido-estrutura, SU2, aeroelasticidade, simulação CFD

1. INTRODUÇÃO

Aeroelasticidade é a área que compreende estudos envolvendo interações entre forças estruturais e aerodinâmicas, com importante foco em veículos aéreos. Tais interações podem resultar em fenômenos relevantes para a dinâmica do sistema, dentre os quais destacam-se o flutter, respostas à cargas de buffeting, oscilações de ciclo limite, entre outros. A abordagem de interação entre fluido e estrutura (FSI, do inglês *fluid-structure interaction*) é a representação de uma classe de problemas que dependem mutuamente do fluido e das características estruturais (Bazilevs *et al.*, 2013), e portanto os desafios da pesquisa envolvem a integração computacional das dinâmicas de fluidos e da estrutura. Em particular, ao se empregar uma solução do fluido por CFD (do inglês *computational fluid dynamics*), tem-se diversos desafios, incluindo a movimentação da malha, estratégias de mudança de coordenadas, bem como uma malha estrutural intermediária se o sistema dinâmico é descrito por poucos graus de liberdade.

Em particular, soluções de problemas de FSI em aeronáutica podem ser obtidas empregando o software livre SU2, criado pela SU2 Foundation, e desenvolvido e mantido pela Universidade de Stanford, EUA (SU2 Foundation, 2021). O software tem sido utilizado na solução de diversos problemas inclusive em regime transônico, como mostram Economon *et al.* (2016) e Ryabinin and Kuzmin (2020).

Análises de FSI usualmente exigem um acoplamento entre os códigos computacionais que resolvem as dinâmicas da estrutura e do fluido. Jirásek *et al.* (2017) avaliam um perfil BSCW, considerando dois graus de liberdade, e destacam que tal acoplamento pode exercer relevante influência na acurácia das predições de respostas aeroelásticas, especialmente porque os graus de liberdade do modelo estrutural naturalmente não coincidem com os pontos de malha da discretização do fluido. Em particular, a abordagem de acoplamento FSI empregada no SU2 é descrita por Sanchez *et al.* (2016). Os autores avaliam a capacidade do software realizar análises aeroelásticas utilizando ferramentas computacionais do código central, e também empregando comunicação com código computacional (*solver*) externo através de um recurso de *wrapper* escrito em linguagem Python.

Neste contexto, o presente trabalho compreende uma análise do aerofólio NACA 0012, comparando a simulação FSI com a solução de Theodorsen (1935). Tal formulação consiste em uma abordagem de escoamento potencial, com

aerodinâmica não-estacionária, envolvendo escoamentos circulatório e não-circulatório, e mais informações podem ser encontradas em Bueno e Gonçalves (2016). São comparadas as repostas de *pitch* e *plunge* para os números de Mach 0,1, 0,2 e 0,357. Além disso, são apresentadas as frequências modais em função do número de Mach.

2. METODOLOGIA

O presente trabalho consiste na simulação aeroelástica de um aerofólio NACA 0012 com dois graus de liberdade, sendo arfagem e flexão (*pitch* e *plunge*, respectivamente) como o ilustrado na Fig. 1. A solução do problema de interação fluido estrutura é obtida utilizando o software livre SU2, que permite ser acoplado a um código computacional para a dinâmica estrutural externo utilizando algoritmos escritos em linguagem Python. O processo de solução é descrito a seguir.

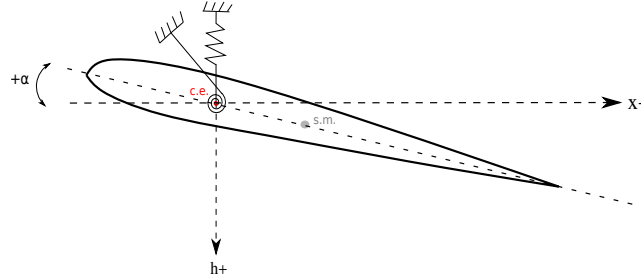


Figura 1: Aerofólio com dois graus de liberdade, sendo h movimento de flexão (*plunge*) e α a arfagem (*pitch*).

O modelo estrutural é composto por um único ponto posicionado no eixo de rotação, a inércia e a massa do aerofólio estão concentradas no centro de massa do perfil, onde α é o ângulo de *pitch*, h é o deslocamento em *plunge*, m é a massa do aerofólio, I é a inércia em torno do eixo de rotação, S é o momento estático de inércia em torno do eixo de rotação, C é o amortecimento, K é a rigidez, L é a força de sustentação e M é o momento em *pitch*. As equações descritivas do movimento são:

$$m\ddot{h} + S\ddot{\alpha} + C_h\dot{h} + K_h h = -L \quad S\ddot{h} + I\ddot{\alpha} + C_\alpha\dot{\alpha} + K_\alpha\alpha = M \quad (1)$$

essas equações são adimensionalizadas definindo os seguintes parâmetros: $\chi = \frac{S}{mb}$, $r_\alpha^2 = \frac{I}{mb^2}$, $\bar{\omega} = \frac{\omega_h}{\omega_\alpha}$ e $\mu = \frac{m}{\pi\rho_\infty b^2}$ onde b é a semicorda do aerofólio, $\omega_h = \sqrt{\frac{K_h}{m}}$ e $\omega_\alpha = \sqrt{\frac{K_\alpha}{m}}$. Dessa forma, tem-se que $\chi = 0,25$, $r_\alpha = 0,5$, $\omega_\alpha = 45\text{rad/s}$, $\bar{\omega} = 0,3185$ e $\mu = 100$. O sistema é considerado não amortecido.

O código estrutural considera uma análise modal empregando o método dos Elementos Finitos e utilizando o software Nastran, a partir do qual se obtém a localização dos nós da malha, que é necessária para definir os deslocamentos, velocidades e acelerações físicas utilizadas no acoplamento com o código aerodinâmico. Também são obtidas as formas modais normalizadas por unidade de massa e as frequências modais, que são usadas pelo código estrutural para escrever o sistema de equações a serem resolvidas.

A malha estrutural desenvolvida pelo Método de Elementos Finitos consiste em um conjunto de elementos rígidos que conectam vários nós a um único nó mestre posicionado no eixo de rotação. O nó na posição do centro de massa concentra a massa e a inércia do aerofólio, conforme ilustra a Fig. 2, são 123 nós sendo 2 graus de liberdade por nó.

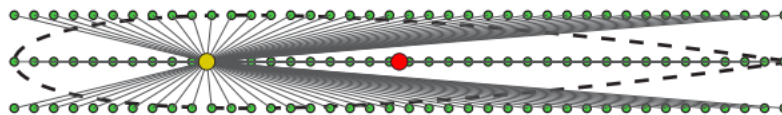


Figura 2: Malha estrutural. Os pontos verdes representam os nós estruturais, o ponto em vermelho o centro de massa e o ponto amarelo o eixo de rotação.

A análise modal realizada no pré-processamento tem como objetivo determinar os modos e frequências do sistema por meio de uma análise de autovalor e autovetor. As equações solucionadas nessa etapa, escritas na forma matricial, estão descritas a seguir, onde $\mathbf{M}_g$ e $\mathbf{K}_g$ são as matrizes de massa e rigidez globais, respectivamente, e $\mathbf{u}$ é o vetor de deslocamentos.

$$\mathbf{M}_g\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_g\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2)$$

Considerando que y é o movimento de *plunge*, θ_z é o movimento de *pitch* e que os subíndices indicam os nós, então o vetor de deslocamentos é dado por:

$$\mathbf{u} = \{y_1 \ \theta_{z1} \ y_2 \ \theta_{z2} \ y_3 \ \theta_{z3} \ \dots \ y_{123} \ \theta_{z123}\}^T \quad (3)$$

Aplicando a Transformada de Laplace na Eq. 2, obtém-se $(-\omega^2 \mathbf{M}_g + \mathbf{K}_g)\mathbf{u} = \mathbf{0}$. Considerando que $\omega^2 = \lambda_i$ e que a matriz de massa global é inversível, então tem-se que $(\mathbf{M}_g^{-1} \mathbf{K}_g - \lambda_i \mathbf{I})\mathbf{u} = \mathbf{0}$. Assim, λ_i são os autovalores e $\mathbf{u}$ são os modos, que podem ser escritos conforme segue $\Phi = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3 \ \dots \ \Phi_{123}]$.

Dessa forma, a matriz (Φ) formada pelos modos é utilizada como matriz de mudança de coordenadas, a fim de obter os deslocamentos físicos a partir dos deslocamentos modais. É possível obter apenas os modos de interesse ao definir a frequência máxima que deseja analisar, definindo $m < 123$ tal que $\sqrt{\lambda_m} = \omega_m \cong \omega_{max}$. Neste caso, tem-se $m = 2$, sendo estes dois modos referentes aos graus de liberdade do nó localizado no eixo de rotação. Dessa forma, os deslocamentos nodais podem ser obtidos a partir da seguinte relação:

$$\mathbf{u} \cong [\Phi_y \ \Phi_\theta] \mathbf{u}_\Phi \quad (4)$$

onde Φ_y é o modo relacionado ao deslocamento na vertical, Φ_θ é o modo relacionado ao movimento de rotação e $\mathbf{u}_\Phi$ é o vetor de deslocamentos modais.

A parte aerodinâmica do problema FSI é solucionada pelo software livre SU2. O modelo aerodinâmico é baseado nas equações RANS (do inglês *Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Conforme descrito em Versteed and Malalasekera (2007), as equações que modelam esse método envolvem a equação da continuidade (Eq. 5) e as equações de Navier-Stokes (Eq. 6), dadas respectivamente por

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \tilde{\mathbf{U}}) = 0 \quad (5)$$

sendo ρ a massa específica do ar, $\text{div}(\)$ o operador divergente, e $\mathbf{U} = \{U \ V\}^T$ o vetor de velocidades médias, respectivamente nas direções x e y . Também,

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{U})}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \tilde{U} \tilde{\mathbf{U}}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } \tilde{U}) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u'^2})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho u' v'})}{\partial y} \right] + S_{Mx} \quad (6a)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{V})}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \tilde{V} \tilde{\mathbf{U}}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } \tilde{V}) + \left[-\frac{\partial(\overline{\rho u' v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\rho v'^2})}{\partial y} \right] + S_{My} \quad (6b)$$

nas quais u' e v' são as componentes não estacionárias da velocidade nas direções x e y , P é a pressão e S_M é o termo fonte. A notação $(\bar{\ })$ indica a média no tempo e $(\tilde{\ })$ indica que o parâmetro é ponderado pela densidade média (ou média de Favre), como destaca Versteed and Malalasekera (2007). As velocidades instantâneas nas direções x e y são dadas respectivamente por $u = U + u'$ e $v = V + v'$. É utilizado o modelo de turbulência SST (do inglês *Shear Stress Transport*) desenvolvido por Menter. O domínio do fluido é discretizado com 133000 nós, com refino próximo à superfície do aerofólio, com o objetivo de representar corretamente a camada limite turbulenta.

O primeiro passo no processo de solução é obter a posição dos nós estruturais e realizar a interpolação com a malha do fluido via RBF. Em seguida, o código aerodinâmico é iniciado e obtém a distribuição de forças aerodinâmicas na superfície (interface entre fluido e estrutura). E então essas forças são interpoladas via RBF para os nós estruturais, a partir daí o código estrutural é iniciado e obtém as novas posições.

O próximo passo é verificar a convergência, isso é feito calculando a raiz quadrada média do incremento de deslocamento estrutural entre a iteração FSI anterior e a atual. Se a convergência é alcançada, os deslocamentos estruturais para o próximo passo de tempo são previstos. Caso contrário, a solução estrutural é suavizada e as etapas anteriores são repetidas.

3. RESULTADOS

Nesta seção são apresentados resultados de simulações computacionais. A malha do fluido é ilustrada na Fig. 3. A geometria do modelo estrutural é diferente do aerofólio e por isso é feita a interpolação na forma do aerofólio para deslocar corretamente a malha do fluido. O método de interpolação entre a malha do fluido e a malha estrutural utilizado é o RBF (do inglês *Radial Basis Functions*). Neste caso o polinômio de interpolação é linear, pois recupera as translações de corpo rígido corretamente. Os deslocamentos da estrutura são obtidos a partir da posição dos nós estruturais não deformados assim como os deslocamentos da malha do fluido são obtidos a partir da malha inicial.

Os resultados obtidos através da simulação CFD utilizando o SU2 foram comparados com os resultados obtidos pela teoria de Theodorsen. Os números de Mach simulados são: 0,1, 0,2 e 0,357. As Figuras 4 e 5 mostram as respostas de *pitch* e *plunge*, respectivamente para os números de Mach 0,1 e 0,2. Para estes números de Mach os resultados se mostram compatíveis com a teoria de Theodorsen (1935).

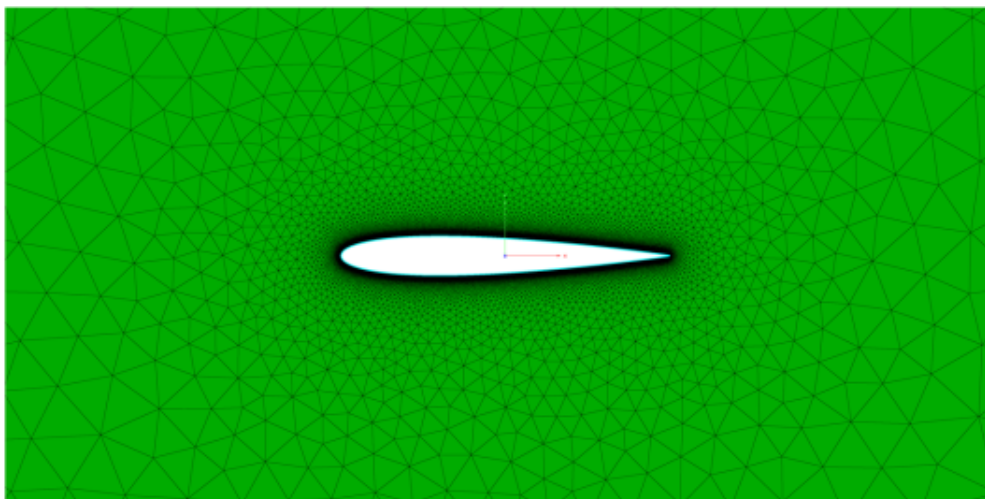


Figura 3: Malha aerodinâmica.

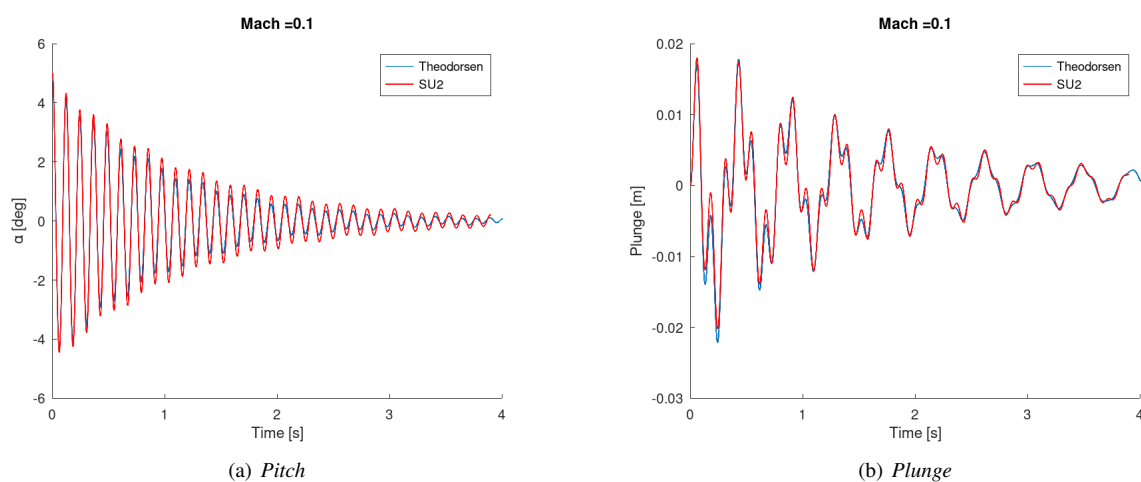


Figura 4: Comparação entre os resultados obtidos pelo SU2 e pela teoria de Theodorsen para Mach = 0.1

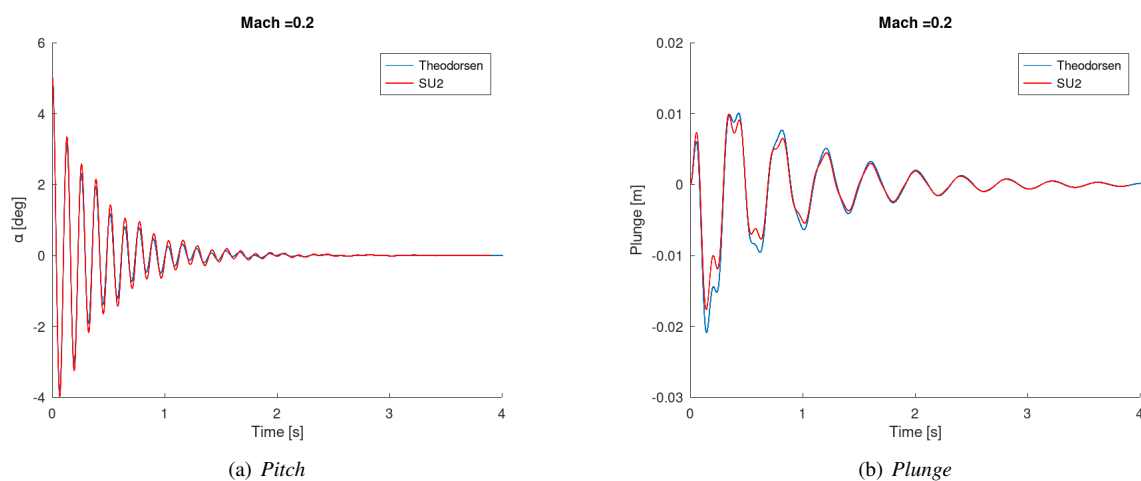


Figura 5: Comparação entre os resultados obtidos pelo SU2 e pela teoria de Theodorsen para Mach = 0.2

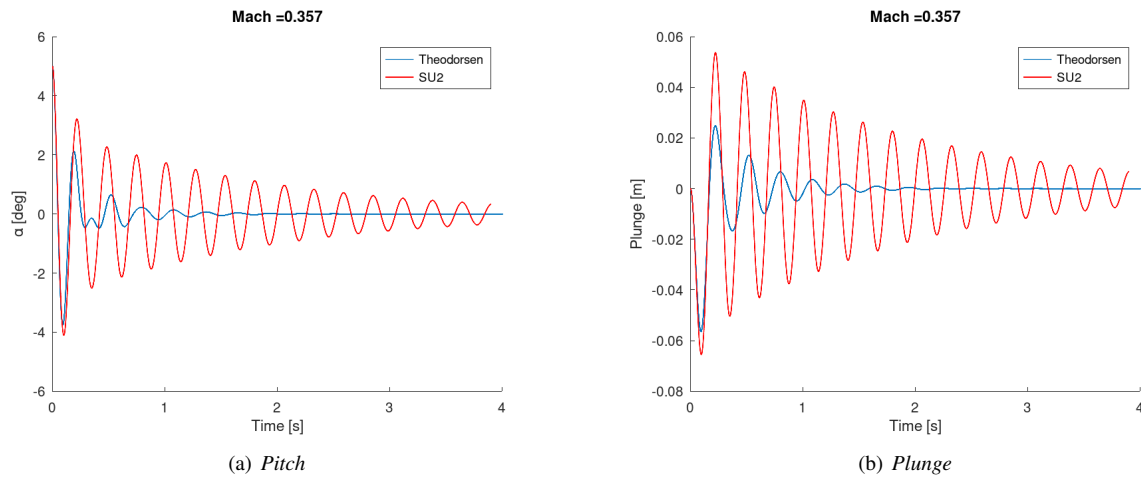


Figura 6: Comparação entre os resultados obtidos pelo SU2 e pela teoria de Theodorsen para Mach = 0.357

No entanto, para número de Mach 0,357 observa-se diferenças importantes ao se comparar os resultados obtidos pela solução FSI empregada com a resposta obtida pela teoria de Theodorsen, conforme mostrado na Fig. 6. As respostas são assintoticamente estáveis para ambas as soluções, porém com importantes diferenças em termos de magnitude, que são bem inferiores no caso da solução de Theodorsen. Também, nota-se um menor nível de efeito de amortecimento aerodinâmico na solução obtida pelo SU2. A Figura 7 mostra as frequências aeroelásticas em função do número de Mach, comparando os valores das frequências os dois métodos utilizados na obtenção dos resultados são compatíveis.

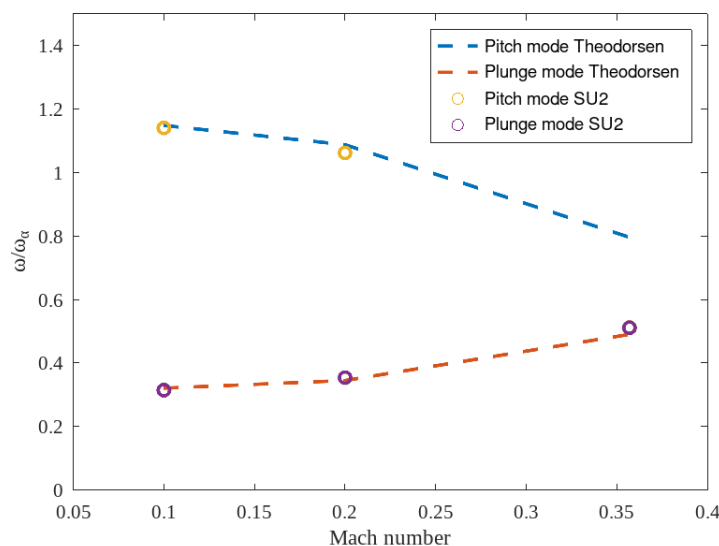


Figura 7: Frequências aeroelásticas em função do número de Mach.

4. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos através das simulações do SU2 se mostraram compatíveis com a teoria de Theodorsen para os números de Mach 0,1 e 0,2. Já para o número de Mach 0,357 o SU2 mostrou um comportamento diferente em relação ao que a teoria de Theodorsen diz em relação à magnitude dos sinais, ainda que as frequências estejam muito próximas. Também, os resultados de frequência em função do número de Mach comprovam a não ocorrência de flutter para as simulações realizadas.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), processos número 152168/2021-4 e 314151/2021-4.

6. REFERÊNCIAS

Bazilevs, Y., Takizawa, K. and Tezduyar, T.E., 2013. *Computational Fluid-Structure Interaction: Methods and Applications*.

- Bueno e Gonçalves, 2016. “A note on typographical errors defining theodorsen's coefficients for aeroelastic analysis”. *Journal of Vibration and Control*, Vol. 24, No. 10, pp. 2061–2069. doi:10.1177/1077546316677191.
- Economon, T.D., Palacios, F., Copeland, S.R., Lukaczyk, T.W. and Alonso, J.J., 2016. “SU2: An open-source suite for multiphysics simulation and design”. *AIAA Journal*, Vol. 54, No. 3, pp. 828–846. doi:10.2514/1.j053813.
- Jirásek, A., Dalenbring, M. and Navrátil, J., 2017. “Computational fluid dynamics study of benchmark supercritical wing at flutter condition”. *AIAA Journal*, Vol. 55, No. 1, pp. 153–160. doi:10.2514/1.j054916.
- Ryabinin, A. and Kuzmin, A., 2020. “Transonic flow simulation in a bent channel using SU2 software”. In *2020 Ivannikov Ispras Open Conference (ISPRAS)*. IEEE. doi:10.1109/ispras51486.2020.00034.
- Sanchez, R., Kline, H.L., Thomas, D., Variyar, A., Righi, M., Economon, T., Alonso, J.J., Palacios, R., Dimitriadis, G. and Terrapon, V., 2016. “Assessment of the fluid-structure interaction capabilities for aeronautical applications of the open-source solver su2”. *VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*.
- SU2 Foundation, 2021. “SU2 official website”. URL <https://su2code.github.io/>.
- Theodorsen, T., 1935. “General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter”. *NACA Rept. 496*, Vol. 13, pp. 374–387.
- Versteed, H.K. and Malalasekera, W., 2007. *An introduction to computational fluid dynamics*. Pearson, 2nd edition.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

AEROELASTIC DYNAMICS OF AN AIRFOIL COMPARING TO THEODORSEN'S THEORY WITH A SOLUTION BY COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

Bianca Taís Visoná Carnielo, bianca.carnielo@unesp.br¹

Aluisio Viais Pantaleão, aluisio.pantaleao@unesp.br¹

Douglas Domingues Bueno, douglas.bueno@unesp.br¹

¹UNESP, Avenida Brasil, 56 - Centro - Ilha Solteira/SP

Abstract: The fluid-structure interaction (FSI) approach allows the representation of a class of problems whose dynamics mutually depend on fluid and structural features. In particular, when using a solution of the fluid by CFD (computational fluid dynamics), there are several challenges, including mesh movement, coordinate shift strategies, as well as an intermediate structural mesh if the dynamical system is described by few degrees of freedom. In this sense, the present work comprises aeroelastic simulations considering an airfoil with two degrees of freedom. Different subsonic flow conditions are considered, particularly for Mach numbers 0.1, 0.2, 0.357 and 0.364. The airfoil presents the movements of plunge and pitch, being the fluid mesh described by 133000 nodes, with refinement close to the airfoil surface, to correctly represent the turbulent boundary layer. The solution uses the open source software SU2, maintained by Stanford University (USA), which considers an intermediate structural mesh between the fluid mesh and the airfoil dynamics. The results show that for the numbers of Mach 0.1 and 0.2 the results are compatible with Theodorsen's theory, and, also, the evolution of frequencies is presented, confirming the no presence of flutter. Thus, the methodology used is suitable for solving this type of problem of fluid-structure interaction.

Keywords: fluid-structure interaction, SU2, aeroelasticity, CFD simulation