

INVESTIGAÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE A DISPERSÃO DO TIRO E A RAZÃO DE FREQUÊNCIA DO TUBO

Marcelo Drummond Pimentel, marcelodpimentel@ime.eb.br¹

Bruno da Silva Tavares, bruno.tavares@ime.eb.br¹

Achille Arantes Bassi, arantesbassi@ime.eb.br¹

¹Instituto Militar de Engenharia - Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha - Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Resumo: O estudo de vibrações é importante no projeto de armas de fogo, leves ou pesadas, pois elas são efeitos adversos de natureza mecânica que, se não controlados, podem prejudicar a estrutura ou o desempenho do sistema. Em armas automáticas, as vibrações iniciadas em cada disparo podem não ser suficientemente amortecidas entre os disparos, e isso pode provocar um efeito ressonante, aumentando a dispersão do tiro. Quanto mais disperso, mais disparos serão necessários para alcançar o objetivo desejado. Ao se dimensionar um tubo de armamento, alguns fatores essenciais referentes à essa vibração devem ser considerados, e eles podem ser melhor compreendidos através da investigação da relação entre a dispersão do tiro e a razão de frequências do tubo, a qual será objeto de análise neste artigo. Para a abordagem desse tema, foi realizada uma modelagem do tubo pelo Método dos Elementos Finitos considerando-o como uma viga de Euler-Bernoulli em balanço e sujeita a um carregamento cíclico em sua extremidade, representando os carregamentos decorrentes da balística interna, cuja frequência de repetição corresponde à cadência de tiro. Os resultados mostram uma dependência entre a resposta dinâmica do tubo e a forma do carregamento.

Palavras-chave: Método de Elementos Finitos (MEF), Razão de frequência, Arma automática, Dispersão do tiro

1. INTRODUÇÃO

Uma das principais causas da dispersão para armas automáticas com grande cadência de tiro são as vibrações decorrentes do tiro e a sua baixa atenuação entre os tiros sucessivos, aumentando a quantidade necessária de disparos. Embora a arma tenha sido projetada considerando as vibrações decorrentes do seu uso quando no tiro, conhecer essas vibrações no tubo pode permitir que se adotem medidas para melhorar a precisão no uso do armamento, ou ainda obter um alcance eficaz maior, ao se atenuarem as vibrações em certas faixas, aumentando a confiabilidade do mesmo sem ser necessário realizar modificações substanciais neste.

Essas vibrações podem ser transmitidas também para a sua base, interferindo na dinâmica do movimento do veículo que a transporta. Em meios de grandes dimensões como em um navio (que possui inércia alta em relação aos esforços provocados por um armamento), essa interferência pode ser considerada insignificante, mas em outros meios pode acarretar alterações na dinâmica do movimento do meio de forma a exigir um condutor mais habilidoso em certas situações (em veículos terrestres, aeronaves de asa fixa ou de asa móvel, por exemplo), ou até chegar a causar grandes perdas materiais em outras situações. Reduzir ou controlar essa vibração de forma a obter como saída um ruído que interfira na dinâmica do movimento desses meios a níveis admissíveis é uma grande contribuição para o uso eficaz do armamento e do meio que o transporta.

A USAMC (1964) é uma referência comum no que se refere ao projeto de tubos de armas, servido de base para livros mais atuais como Peter (2006) e Carlucci and Jacobson (2018). No que se refere à mitigação dos efeitos adversos da vibração em armas automáticas, a USAMC (1964) trata a questão por meio da limitação das cadências admissíveis para um tubo com construção e materiais já definidos. Sua recomendação é baseada em um fator adimensional chamado razão de frequências, Eq. 1. Assim, a metodologia se baseia apenas na relação entre a primeira frequência natural do tubo e a cadência de tiro, ignorando fatores relacionados à forma do carregamento imposto pela balística interna ao tubo, usando a Fig. 1, uma representação qualitativa para a intensidade da contribuição devida da dinâmica do tubo à dispersão, para enunciar que a razão de frequências deve ser superior a 3,5.

$$R_f = \frac{f_n}{f_r}, \quad (1)$$

onde:

R_f - razão de frequências;

f_n - frequência natural do tubo; e

f_r - cadência de disparo do armamento.

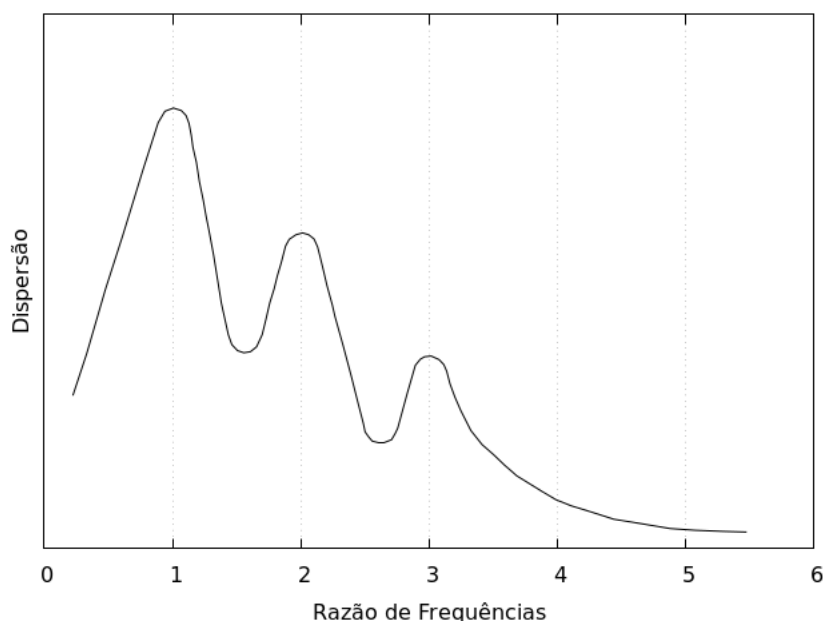


Figura 1: Dispersão por Razão de frequência (baseada na Fig. 11 da USAMC (1964)).

O fato de que a metodologia de projeto considera apenas a relação entre a frequência natural e a cadência de tiro motivou o estudo da possibilidade de que a curva da dispersão em função da R_f da USAMC (1964), Fig. 1, pudesse ser levantada para cada tubo por meio da aplicação de um carregamento periódico qualquer a sua extremidade livre, desta forma permitindo verificar a alteração da curva proposta para o projeto de tubos em função das características geométricas do mesmo. Porém, durante esse estudo, verificou-se que a forma da curva da razão de frequências foi dependente das características do forçamento aplicado. Este trabalho visa registrar a influência da forma do carregamento sobre a curva obtida, bem como atestar sobre a validade e a suficiência da recomendação em se manter a razão de frequências superior a 3,5.

1.1 Conceito de Tubo

O termo tubo presente neste artigo é usado para designar a principal parte de uma arma, pois é o responsável pela transferência de grande parte da energia decorrente da expansão dos gases devido à queima do propelente para o projétil, ocasionando o deslocamento deste no seu interior e determinando a sua atividade inicial. Durante essa transferência de energia, ocorrem elevadas tensões em seu interior, sendo necessário ao tubo ter propriedades mecânicas que atendam a essas solicitações, como elevada tensão de escoamento, tenacidade e resistência a ciclos térmicos.

De acordo com USAMC (1964), um tubo é dividido em 4 (quatro) regiões, conforme ilustrado na Fig. 2: a parte anterior ou alma por onde o projétil se desloca após o seu disparo; a parte posterior ou câmara onde o projétil é alojado juntamente com o estojo e seus demais componentes antes do disparo do tiro; o anel da culatra que fecha o tubo em sua extremidade posterior, forçando os gases a atuarem no projétil a favor do seu deslocamento em direção à extremidade da região anterior do tubo; e a boca por onde o projétil é lançado após o disparo, na extremidade da região anterior do tubo.

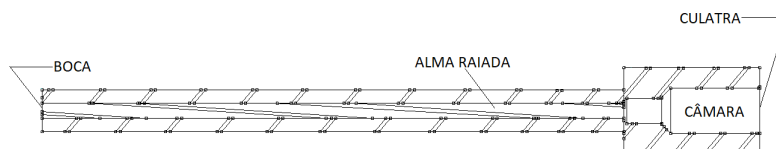


Figura 2: Tubo típico e as suas 4 (quatro) regiões.

Após o disparo do tiro, o projétil inicia a sua trajetória ao longo da alma do tubo, que pode ser lisa ou raiada. A principal diferença entre tais tipos de alma consiste em haver uma interferência na dinâmica do projétil quando do uso de tubos com alma raiada, de forma a provocar uma rotação em torno do seu eixo longitudinal e permitir uma maior estabilidade aerodinâmica durante a sua trajetória após a sua saída do tubo.

1.2 Fenômenos Adversos Decorrentes do Tiro

Durante o desenvolvimento da balística interna, há fenômenos adversos que podem afetar a vida útil do tubo ou seu desempenho. Esses fenômenos podem ser de natureza mecânica, térmica e de erosão. O estudo desses fenômenos permite que medidas compensatórias sejam implementadas durante o projeto, mitigando seus efeitos. Os principais fenômenos de natureza mecânica que afetam a dinâmica do tiro podem ser considerados de 3 (três) tipos: pressão do gás propelente decorrente do disparo; efeitos da interação entre o tubo e o projétil; e as forças de recuo das partes móveis.

1.3 Outras Definições

A dispersão do tiro pode ser entendida como uma imprecisão aleatória sobre o ponto de impacto do projétil no alvo a determinada distância. Para uma arma automática, ou seja, que realiza tiros em rajadas, a dispersão se manifesta pelo tamanho do círculo circunscrito ao conjunto de impactos sucessivos no alvo. Incertezas na produção e no estado da munição e fatores climáticos também afetam na dispersão. O vento influencia na trajetória do projétil após a sua saída do tubo, por exemplo. Embora a dispersão do tiro esteja relacionada a diversos fatores, a contribuição da dinâmica do tubo durante a balística interna vem sendo avaliada por meio de aspectos cinemáticos da boca do tubo, conforme Kathe (2001), Littlefield *et al.* (2002), Zheng *et al.* (2005), Hua *et al.* (2015), Dursun *et al.* (2017) e Chaturvedi (2020).

2. MODELAGEM

O modelo utilizado considerou um tubo de material isotrópico e em regime elástico linear, com geometria definida de forma que a área da seção transversal do tubo se mantenha constante ao longo do seu comprimento, assim como o seu momento de inércia de área. Esse tubo foi modelado como sendo uma viga em balanço, com a extremidade fixada sendo a parte acoplada à culatra do armamento e a extremidade em balanço como sendo a boca do tubo, assim como feito por Chaturvedi (2020), Littlefield *et al.* (2002) e Michelon (2018). Neste estudo, o modelo foi implementado utilizando a linguagem de programação FORTRAN.

Por se tratar de um tubo esbelto, com o seu comprimento longitudinal sendo, no mínimo, 10 (dez) vezes maior que o maior comprimento da seção transversal, foi possível adotar o modelo de elemento de viga de Euler-Bernoulli, ou seja, um elemento de viga desconsiderando as deformações decorrentes do cisalhamento, sem obter erros significativos para a solução aproximada deste modelo.

Para um elemento infinitesimal, tem-se que:

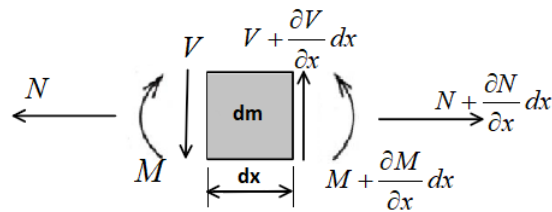


Figura 3: Elemento infinitesimal de viga.

onde:

dx - comprimento do elemento infinitesimal;

dm - massa do elemento infinitesimal;

M - momento fletor interno;

V - esforço cortante interno;

N - esforço normal à superfície; e

$\frac{\partial f}{\partial x} dx$ - variação do carregamento f na direção x considerando a variação de comprimento dx .

Para o equilíbrio de momentos na direção z e de forças na direção y , sendo x a direção longitudinal do tubo e o plano transversal ao tubo dado pelas direções y e z , chega-se na equação diferencial abaixo:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} \right) + \rho A_s \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

sendo

$$M = EI \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} \quad (3)$$

e

$$m = \rho A_s dx. \quad (4)$$

Nas Eqs. (2) a (4), temos:

x - distância da seção transversal a partir da extremidade engastada da viga;

E - módulo de Young do material;

I - momento de inércia de área da seção transversal em relação à linha neutra;

$\bar{v}$ - deflexão da viga a uma distância x da extremidade engastada;

ρ - densidade volumétrica de massa;

A_s - área da seção transversal; e

t - tempo.

A Equação 2 ilustra o modelo físico adotado para o cálculo da deflexão linear vertical do tubo ao longo do seu comprimento longitudinal, considerando-o como uma viga de Euler-Bernoulli em balanço.

Para o carregamento aplicado à extremidade livre do tubo, foram adotados 3 tipos diferentes, de forma a verificar como o tipo de carregamento aplicado afeta a resposta dinâmica do sistema. Isto foi conseguido fazendo o vetor que representa o carregamento ser nulo em todos os seus componentes, com exceção do penúltimo, o qual representa o grau de liberdade de deslocamento linear vertical do último nó, ou seja, da extremidade livre do tubo. Inicialmente, utilizou-se um carregamento harmônico, Eq. (5), representado por F_{harm} , depois testou-se um carregamento na forma de impulso, Eq. (6), F_{imp} , e, finalmente, um carregamento parabólico, Eq. (7), F_{parab} .

$$F_{harm} = F_{max} \cdot \sin(\omega_f t + \phi); \quad (5)$$

$$\begin{cases} F_{imp} = F_{max}, \text{ se } x = 0 \\ F_{imp} = 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

e

$$\begin{cases} F_{parab} = -\frac{4 \cdot F_{max}}{\delta^2} \cdot t^2 + \frac{4 \cdot F_{max}}{\delta} t, \text{ se } T \leq x \leq T + \delta \\ F_{parab} = 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (7)$$

com

$$\omega_f = \frac{2\pi}{T}. \quad (8)$$

Para essas equações, F_{max} representa o valor máximo para o carregamento aplicado no período de tempo T da Eq. (8), com uma fase inicial de ϕ , a Eq. (6) é nula para t diferente do período, e a Eq. (7) é nula para t maior que δ dentro de cada período, sendo δ o intervalo de tempo em que o carregamento é aplicado em cada período.

2.1 Metodologia

Uma vez obtida a equação que governa o modelo considerado, parte-se para o desenvolvimento do modelo de elementos finitos, que será o método utilizado para encontrar as soluções desejadas de forma aproximada, mas com uma tolerância razoável. Este método consiste em dividir o domínio analisado em domínios menores, ou elementos, onde em cada uma dessas divisões as variáveis do problema são aproximadas por interpolação dos seus valores fixados no contorno. Assim, é obtido um modelo matemático com as incógnitas representando os valores das variáveis nos contornos dos elementos, chamados de nós.

Para obter o modelo de elementos finitos citado acima, foram aplicadas 3 (três) etapas: obtenção da forma fraca da Eq. 2 por meio do método da integração ponderada; aproximação da geometria do elemento e das variáveis de deslocamento pelo uso de funções de interpolação; e construção do sistema de equações que representa o modelo.

Neste trabalho foram considerados 2 (dois) movimentos em cada nó, quais sejam, deslocamento vertical e deslocamento angular, atribuindo desta forma 4 (quatro) graus de liberdade para cada elemento. As equações para cada elemento referentes à inércia e à rigidez, de acordo com Michelin (2018), são dadas, respectivamente, por:

$$m_{ij}^e = \int_0^L \rho(x_e) A_s(x_e) \psi_{ie}(x_e) \psi_{je}(x_e) dx_e \quad (9)$$

e

$$k_{ij}^e = \int_0^L E(x_e) I(x_e) \psi_{ie}''(x_e) \psi_{je}''(x_e) dx_e, \quad (10)$$

nas quais as funções de interpolação utilizadas serão:

$$\psi_1(x_e) = 1 - 3\left(\frac{x_e}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x_e}{L}\right)^3, \quad (11)$$

$$\psi_2(x_e) = L\left(\frac{x_e}{L}\right) - 2\left(\frac{x_e}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x_e}{L}\right)^3, \quad (12)$$

$$\psi_3(x_e) = 3\left(\frac{x_e}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x_e}{L}\right)^3 \quad (13)$$

e

$$\psi_4(x_e) = -L\left(\frac{x_e}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x_e}{L}\right)^3, \quad (14)$$

onde:

ρ - massa específica do material;

L - comprimento do elemento; e

x_e - posição do ponto no sistema de coordenadas local do elemento.

Para um tubo de material isotrópico, e de geometria com seção transversal reta constante ao longo do seu comprimento longitudinal, as matrizes de rigidez e inércia locais tomarão a forma ilustrada abaixo nas Eqs. (15) e (16).

$$k^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (15)$$

e

$$M^e = \begin{bmatrix} \frac{156\rho A_s L}{420} & \frac{22\rho A_s L^2}{420} & \frac{54\rho A_s L}{420} & \frac{13\rho A_s L^2}{420} \\ \frac{22\rho A_s L^2}{420} & \frac{4\rho A_s L^3}{420} & \frac{13\rho A_s L^2}{420} & -\frac{3\rho A_s L^3}{420} \\ \frac{54\rho A_s L}{420} & \frac{13\rho A_s L^2}{420} & \frac{156\rho A_s L}{420} & -\frac{22\rho A_s L^2}{420} \\ -\frac{13\rho A_s L^2}{420} & -\frac{3\rho A_s L^3}{420} & -\frac{22\rho A_s L^2}{420} & \frac{4\rho A_s L^3}{420} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

com k^e e M^e sendo as matrizes locais de rigidez e inércia respectivamente.

As matrizes de rigidez e inércia global foram obtidas através da aplicação do princípio da superposição, conforme ilustrado na Fig. 4, onde Ei representa a matriz elementar “ i ”, com “ i ” variando de 1 à “ n ”.

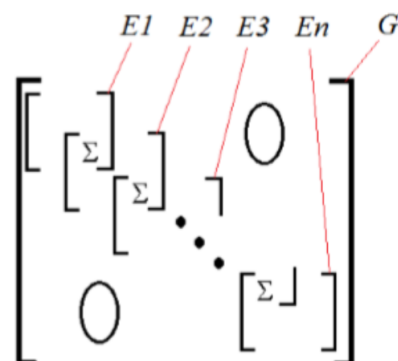


Figura 4: Ilustração da relação de incidência para montagem da matriz global.

Para a matriz global de amortecimento, foi usado o conceito de amortecimento proporcional de Rayleigh. Após a obtenção dos modos de vibração e das frequências naturais de cada modo, foram tomadas as 2 (duas) primeiras frequências naturais para o cálculo do coeficiente de amortecimento, assim como em Michelin (2018), considerando um fator de 0,02 para ambas as relações de amortecimento, em virtude de se tratar de uma análise estrutural. Esses parâmetros foram aplicados nas equações abaixo para determinar a matriz global de amortecimento.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K], \quad (17)$$

sendo

$$\alpha = \frac{2\omega_i\omega_j(\xi_i\omega_j - \xi_j\omega_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \quad (18)$$

e

$$\beta = \frac{2(\xi_j\omega_j - \xi_i\omega_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2}. \quad (19)$$

Nas Eqs. (17) à (19), temos que $[C]$, $[M]$ e $[K]$ são as matrizes globais de amortecimento, de inércia e de rigidez respectivamente, α e β são os coeficientes de amortecimento proporcional, e ξ_i e ξ_j as relações de amortecimento correspondentes a duas frequências naturais quaisquer do sistema estrutural, ω_i e ω_j .

A equação de estados para a análise dinâmica assume, então, a forma

$$[M] \{\ddot{v}\} + [C] \{\dot{v}\} + [K] \{v\} = \{F\}, \quad (20)$$

sendo $\{F\}$ o vetor de forçamento nos n graus de liberdade do modelo, onde a componente $n-1$ assume a forma de uma das Eqs. (5) a (7), e v , $\dot{v}$ e $\ddot{v}$ os vetores de posição, velocidade e aceleração de cada nó da viga discretizada em elementos, respectivamente.

Uma vez obtidas as matrizes globais que representam o sistema, aplicam-se as condições de contorno, que foi realizado por meio do método da eliminação dos graus de liberdade, onde as condições de contorno nulas são aplicadas ao sistema de equações através da retirada de linhas e colunas correspondentes aos seus graus de liberdade nas matrizes de inércia, amortecimento e rigidez, e finalizando com a retirada das linhas correspondentes aos mesmos graus de liberdade no vetor de forçamento.

Em seguida, para a análise dinâmica do sistema apresentado pela Eq. (20), aplicou-se o método implícito de integração direta de Newmark, que transforma o sistema de equações diferenciais em um sistema de equações lineares, possibilitando obter a solução para a posição, a velocidade e a aceleração de cada nó da viga discretizada ao longo do tempo, conforme explicado no capítulo 9 de Bathe (2014).

De acordo com a teoria de sistemas dinâmicos, a primeira frequência natural de um corpo é, em geral, a mais danosa à estrutura, uma vez que possui o maior nível de energia. A frequência de excitação provocada por um armamento durante o disparo automático dificilmente atinge os níveis próximos aos das frequências naturais. Por este motivo, a análise neste trabalho considerará somente a primeira frequência natural como referência para a definição da razão de frequências, Eq.(1), que é usada pela USAMC (1964), para fazer recomendações em relação às cadências de tiro admissíveis para cada projeto de tubo de arma automática.

2.2 Obtenção dos Modos de Vibração e Frequências Naturais Correspondentes

Uma vez obtidas as matrizes globais de rigidez e de inércia do modelo através das Eqs. (9) à (16) juntamente ao princípio da superposição ilustrado pela Fig. 4, pode-se obter os modos de vibração do tubo e as suas frequências naturais através da solução do problema de autovalores e autovetores da matriz oriunda da Eq. (21).

$$[M] \{\ddot{v}\} + [K] \{v\} = \{0\}. \quad (21)$$

Considerando como solução uma função senoidal como a Eq. (22) abaixo,

$$\{v\} = \{A\} \sin(\omega t) \quad (22)$$

e aplicando esta solução na Eq. (21), chega-se a

$$([K] - \omega^2[M])\{A\} = \{0\}, \quad (23)$$

onde ω é a frequência angular natural da estrutura e o vetor $\{A\}$ é o modo de vibrar correspondente.

3. VALIDAÇÃO DO MODELO IMPLEMENTADO

Como forma de validação do modelo implementado em linguagem de programação FORTRAN, foi feita uma comparação entre a deflexão nodal obtida numericamente em uma análise estática para um carregamento pontual na extremidade em balanço com o resultado obtido através de solução analítica da equação diferencial que governa a deflexão de uma viga para o mesmo carregamento, seguido da análise modal validada com os resultados obtidos para o elemento de viga com as mesmas características físicas e geométricas no ANSYS®.

3.1 Análise Estática

Para esta análise, foram considerados os parâmetros apresentados na Tab. 1.

Tabela 1: **Características gerais do tubo modelado como elemento de viga**

Parâmetros	Medidas
Diâmetro externo (m)	3,556e-2
Diâmetro interno (m)	1,27e-2
Comprimento longitudinal total (m)	1,016
Módulo de Young, em GPa	200,0
Massa específica do tubo, em kg/m ³	7,85e3
Módulo do carregamento, em N	10,0

Para o modelo de elementos finitos, foi utilizada uma malha com 10 nós no total, resultando em 9 elementos. Após a obtenção da matriz de rigidez global utilizando as Eqs. (10) a (15) e o princípio da superposição ilustrado pela Fig. 4, foi aplicado um carregamento vertical e constante no último nó, resultando a modelagem em um sistema de equações na forma

$$[K] \{v\} = \{F\}. \quad (24)$$

A solução analítica apresentou a forma das Eqs. (25) e (26) abaixo, sendo a primeira para a deflexão linear vertical e a segunda para a angular.

$$v = \frac{P}{6EI}(-x^3 + 3L^2x - 2L^3) \quad (25)$$

e

$$\theta = \frac{P}{2EI}(L^2 - x^2). \quad (26)$$

A Tabela 2 abaixo mostra o comparativo entre os resultados para as soluções analíticas e numéricas para uma malha com 10 nós, considerando a extremidade em balanço da viga. A Figura 5 em seguida ilustra graficamente as 2 soluções da deflexão linear vertical ao longo da malha para efeitos de comparação. Para a análise de convergência quanto ao número de elementos, foi considerado o modelo com 10, 20 e 50 nós e, comparando o resultado ao analítico, foi obtido um resultado com diferença máxima menor que 0,001% para a deflexão vertical linear para as 3 configurações de malha, mostrando que a solução convergiu.

Tabela 2: **Comparação para a deflexão angular e linear na extremidade do tubo com malha de 10 nós**

Deflexão	Solução analítica	Solução numérica	Desvio relativo (%)
Linear (m)	-2,26380e-4	-2,26379-4	4,41735e-4
Angular (rad)	-3,34000e-4	-3.34221e-04	0,06617

3.2 Análise Modal

Uma vez validada a matriz de rigidez global, foi calculada a matriz de inércia global utilizando as Eqs. (9) a (16) e o princípio da superposição ilustrado pela Fig. 4. Na sequência, foi realizada a análise modal da estrutura através do algoritmo elaborado, e em seguida a mesma análise foi feita através do software ANSYS® para comparação de resultados entre ambos, obtendo os dados mostrados na Tab. 3 a seguir. Verificou-se uma diferença máxima menor que 0,002% para o primeiro modo de vibrar, e 0,67% para o segundo. No modelo implementado em FORTRAN foi utilizada a subrotina "DSYGV" da biblioteca LAPACK, Anderson *et al.* (1999), para a obtenção dos autovalores e seus autovetores correspondentes, que exprimem as frequências angulares naturais e os modos de vibrar respectivamente. No modelo implementado através do ANSYS® foi utilizado o elemento de viga de Timoshenko e o método Block Lanczos para a obtenção dos autovalores e autovetores. Para ambos os modelos de elementos finitos, foram utilizadas as mesmas características de malha.

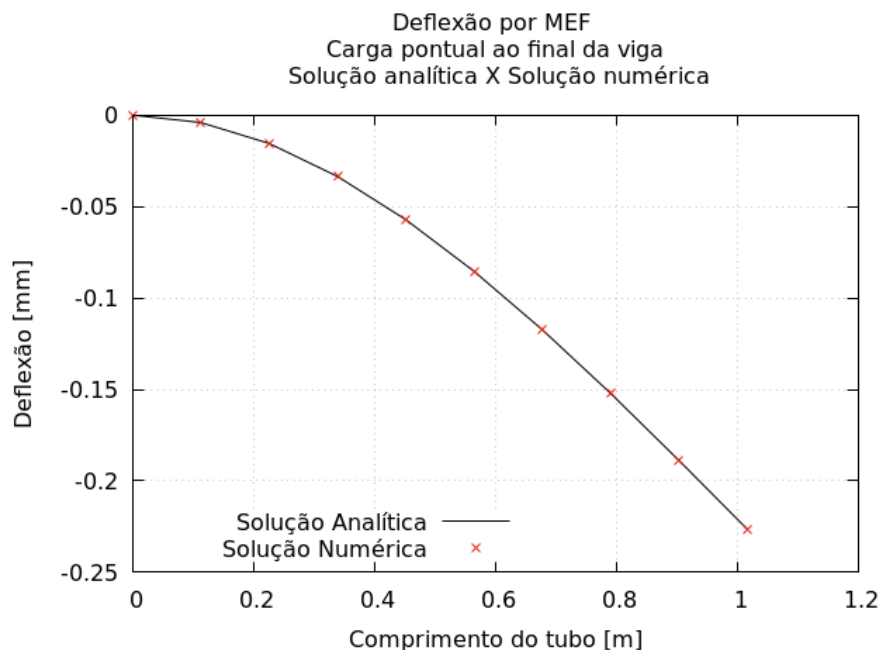


Figura 5: Comparação entre as soluções ao longo da malha.

Tabela 3: Resultado para a frequência natural nos 2 primeiros modos de vibrar do tubo

Frequência Natural (Hz)	Solução via FORTRAN	Solução via ANSYS	Desvio relativo (%)
1º modo de vibrar	25,83138	25,83100	0,00147
2º modo de vibrar	162,06580	160,99000	0,66824

4. RESULTADOS

Os resultados apresentados nas Tabs. 2 e 3 acima, referentes à Análise Estática e à Análise Modal, mostraram que o modelo implementado via FORTRAN forneceu as matrizes globais de rigidez e inércia corretamente organizadas, assim como o método da eliminação dos graus de liberdade para imposição das condições de contorno e o carregamento pontual na extremidade livre da viga em balanço foram apropriadamente aplicados.

A aplicação dos diversos carregamentos considerou as frequências e as cadências de tiro necessárias para a consecução do espectro de razões de frequência a serem simuladas. O intervalo de frequências utilizado nesta simulação foi de 5 a 30Hz, ou em termos de razão de frequências - Eq. (1), entre 0,86103 e 5,16620, com um total de 1000 pontos avaliados entre esses limites. Sendo assim, a primeira simulação foi feita com o vetor de forçamento sendo aplicado na extremidade com a frequência de 5Hz ($R_n = 5,16620$), a segunda simulação com aproximadamente 5,025Hz ($R_n = 5,14049$), e assim por diante, até que a última simulação fosse realizada com 30Hz ($R_n = 0,86103$), totalizando as 1000 simulações. O carregamento alcança um valor máximo, em módulo, de 10N, e a integração numérica foi realizada considerando um passo temporal de 0,001s.

Os resultados para os 3 tipos diferentes de carregamentos estão ilustrados na Fig. 6 abaixo, onde as curvas de deflexão para o forçamento impulso e para o parabólico foram normalizadas sobre a curva de deflexão para o forçamento harmônico, afim de realizar uma comparação qualitativa entre os carregamentos. As deflexões foram obtidas considerando todo o tempo de simulação, ou seja, não foi desprezado o regime transiente para a obtenção da deflexão máxima.

Na Fig. 6, para a curva relativa à análise harmônica, verifica-se um comportamento similar ao apresentado na literatura de vibrações em meios contínuos, tal como ilustrado em Cap. 3 de Filho (2005). Porém, tal comportamento não condiz com o comportamento de referência da USAMC (1964). Embora os resultados para os carregamentos por de impulso e parabólico tenham boa concordância mútua, inclusive no que se refere à proporção dos tamanhos dos picos em relação ao pico para $R_f = 1$, eles ainda evidenciam que a resposta dinâmica do tubo varia conforme as características do carregamento, ficando claro que nenhum carregamento imposto foi capaz de reproduzir o comportamento prescrito pela curva de referência da USAMC (1964).

Uma possível explicação para a multiplicidade de picos nas curvas dos carregamentos não harmônicos, é que os mesmos podem ser representados como séries de Fourier. Desta forma, sempre há alguma componente com frequência próxima à frequência natural do primeiro modo de vibrar, de forma que a altura do pico estaria relacionada à intensidade da parcela correspondente à $R_f=1$.

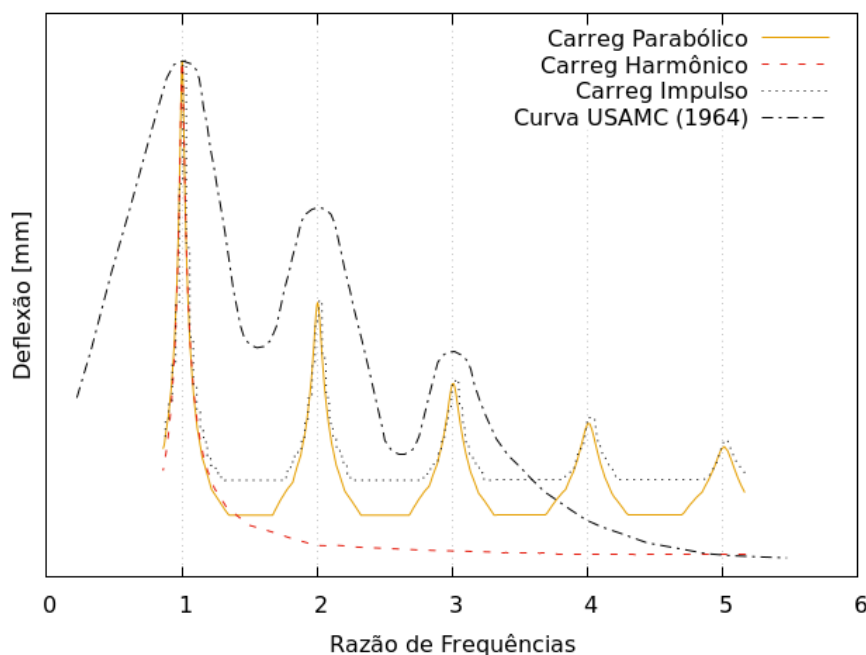


Figura 6: Comparação entre as curvas obtidas e a curva baseada na Fig. 11 da USAMC (1964).

5. CONCLUSÃO

As soluções para o carregamento estático e para a análise modal indicaram que o modelo foi corretamente implementado e que houve convergência tanto para a discretização espacial como para a temporal.

As respostas para as simulações da dinâmica transiente para os diversos carregamentos periódicos mostraram que a relação entre a dispersão e a razão de frequências depende da forma do carregamento. Desta forma, a hipótese de que a curva da literatura de referência poderia ser validada por meio de um carregamento periódico concentrado na extremidade livre do tubo não se confirmou.

Assim sendo, verifica-se a necessidade de investigações complementares em relação à validade da recomendação da USAMC (1964) em relação à suficiência do uso de razão de frequências superior a 3,5 para que se mitiguem os efeitos adversos da vibração sobre a dispersão das armas automáticas. Para tanto, sugere-se a solução de problemas de massas móveis pela alma do tubo, expandindo o trabalho de Michelin (2018) para armas automáticas.

6. REFERÊNCIAS

- Anderson, E., Bai, Z., Bischof, C., Blackford, S., Demmel, J., Dongarra, J., Du Croz, J., Greenbaum, A., Hammarling, S., McKenney, A. and Sorensen, D., 1999. *LAPACK Users' Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 3rd edition. ISBN 0-89871-447-8 (paperback).
- Bathe, K., 2014. *Finite Element Procedures*. Klaus-Jürgen Bathe. ISBN 9780979004957.
- Carlucci, D. and Jacobson, S., 2018. *Ballistics: Theory and Design of Guns and Ammunition, Third Edition*. CRC Press. ISBN 9781351678667.
- Chaturvedi, E., 2020. "Numerical investigation of dynamic interaction with projectile and harmonic behaviour for t-finned machine gun barrels". *Defence Technology*, Vol. 16, No. 2, pp. 460–469. ISSN 2214-9147.
- Dursun, T., Büyükcivelek, F. and Çağrıhan Utlu, 2017. "A review on the gun barrel vibrations and control for a main battle tank". *Defence Technology*, Vol. 13, No. 5, pp. 353–359. ISSN 2214-9147.
- Filho, A., 2005. *Elementos finitos: a base da tecnologia CAE/análise dinâmica*. Ed. Érica. ISBN 9788536500508.
- Hua, H., Liao, Z. and Song, J., 2015. "Vibration reduction and firing accuracy improvement by natural frequency optimization of a machine gun system". *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 29, pp. 3635–3643. doi:10.1007/s12206-015-0807-5.
- Kathe, E., 2001. "Lessons learned on the application of vibration absorbers for enhanced cannon stabilization". *Shock and Vibration*, Vol. 8, pp. 131–139. doi:10.1155/2001/983024.
- Littlefield, A., Kathe, E., Messier, R. and Olsen, K., 2002. "Gun barrel vibration absorber to increase accuracy". Technical Report Rt-Mac-8908, New Jersey.
- Michelon, M.A., 2018. "Vibrações em tubos flexíveis de armamentos ocasionadas pelo disparo". URL <http://www.ime.eb.mil.br/images/arquivos/pos-graduacao/mecanica/2018DissertacaoMatheusAMichelon.pdf>.31
- Peter, H., 2006. *Mechanical Engineering: Principles of Armament Design*. Trafford on Demand Pub. ISBN 9781412027656.

- USAMC, 1964. "Research and development of materiel - engineering design handbook - guns series gun tubes". Technical Report AMCP-706-252, Washington.
- Zheng, H., Cai, C., Pau, G. and Liu, G., 2005. "Minimizing vibration response of cylindrical shells through layout optimization of passive constrained layer damping treatments". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 279, pp. 739–756. doi:10.1016/j.jsv.2003.11.020.

7. RESPONSABILIDADES AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

INVESTIGATION OF THE RELATIONSHIP BETWEEN SHOT DISPERSION AND TUBE FREQUENCY RATIO

Marcelo Drummond Pimentel, marcelodpimentel@ime.eb.br¹

Bruno da Silva Tavares, bruno.tavares@ime.eb.br¹

Achille Arantes Bassi, arantesbassi@ime.eb.br¹

¹Instituto Militar de Engenharia - Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha - Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Abstract: *The study of vibrations is important in the design of weapons, light or heavy, as they are adverse effects of a mechanical nature that, if not controlled, can impair the structure or performance of the system. In automatic weapons, the vibrations initiated in each shot may not be sufficiently dampened between shots, and this can cause a resonant effect, increasing the dispersion of the shot. The more dispersed, the more shots will be needed to achieve the desired objective. When dimensioning an armament tube, some essential factors related to this vibration must be considered, and they can be better understood by investigating the relationship between the dispersion of the shot and the frequency ratio of the tube, which will be the object of analysis in this article. To address this issue, a modeling of the tube will be carried out by the Finite Element Method, considering it as a cantilevered Euler-Bernoulli beam and subject to a cyclic loading at its end, representing the loads arising from internal ballistics, whose frequency of repetition corresponds to the rate of fire. Preliminary results showed the dependence between the dynamic response of the tube and the form of loading.*

Keywords: *Finite Element Method (FEM), Frequency Ratio, Automatic Weapon, Shot Dispersion*