

MODELAGEM DO BURACO NEGRO ACÚSTICO USANDO O MÉTODO DO ELEMENTO ESPECTRAL

Jean P. C. Dos Santos, jeanpietro.carvalho@gmail.com¹

José Maria C. Dos Santos, zema@fem.unicamp.br¹

¹Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP-FEM-DMC, Rua Mendeleyev, 200. Cidade Universitária “Zeferino Vaz”, Barão Geraldo, CEP 13083-860, Campinas, SP – Brazil,

Resumo: Uma técnica desenvolvida nas últimas décadas para o controle passivo de vibrações e ruídos é o Buraco Negro Acústico ou, também chamado de ABH (Acoustic Black Hole). O efeito ABH estrutural é obtido incorporando uma modificação local na espessura de uma estrutura delgada, tipicamente uma viga ou uma placa. Esta modificação é caracterizada por uma variação da espessura de acordo com uma lei de potência espacial. A combinação de uma redução da rigidez local, devido à variação da lei de potência da espessura e de um aumento local do amortecimento, proporcionado pela aplicação concomitante de camadas de material viscoelástico, produz uma redução significativa da velocidade de propagação da onda e a um aumento das propriedades de atenuação. À medida que uma onda elástica se propaga dentro de um ABH, sua velocidade de propagação diminui suave e continuamente. No caso teórico, ou seja, quando a espessura da estrutura desaparece no extremo do ABH, a velocidade da onda diminui para zero. No caso não real, ou seja, quando o ABH tem uma espessura residual diferente de zero em seu extremo, a velocidade da onda ainda diminui suavemente, mas nunca desaparece. Neste último caso, que é de grande importância para aplicações práticas, o ABH é normalmente combinado com materiais dissipativos para obter fatores de perda estruturais significativamente maiores. Se a velocidade da onda de entrada pode desaparecer dentro do ABH, segue-se que este objeto se comporta como uma armadilha de ondas que extrai a energia elástica do meio hospedeiro sem liberá-la. O objetivo deste trabalho é estabelecer uma abordagem numérica para a modelagem e o projeto de um dispositivo de controle passivo de vibrações usando o efeito ABH. Um dispositivo ABH unidimensional estrutural do tipo viga é modelado usando o Método do Elemento Espectral (Spectral Element Method-SEM). Exemplos são realizados e os resultados comparados com aqueles encontrados na literatura.

Palavras-chave: buraco negro acústico, ABH, controle de vibração e ruído, SEM.

1. INTRODUÇÃO

O estudo de estruturas com propriedades para o amortecimento de vibrações vem sendo de grande importância no âmbito da engenharia mecânica. Inicialmente, a utilização de materiais compósitos foi uma das primeiras alternativas como solução do problema, e posteriormente, uma outra alternativa foi a alteração de propriedades do material através de um posicionamento estratégico de inserções geométricas ou materiais, como por exemplo a teoria dos buracos negros acústicos, que consiste em capturar as ondas elásticas em heterogeneidades da estrutura (por rigidez ou amortecimento). As primeiras formulações sobre o Buraco Negro Acústico (Acoustic Black Holes-ABH) surgiram há cerca de quatro décadas, com grande importância em sua aplicação para atenuação de ruído e vibração, estimulando um interesse crescente nessa área, através de estudos fundamentais e práticos em materiais acústicos desde então. O princípio físico explorado sobre os ABH's foi observado pela primeira vez por Pekeris (1946) para as ondas que se propagam em fluidos estratificados e mais tarde estendidos a acústica em sólidos por Mironov (1988). Mironov observou que, sob certas condições, as ondas elásticas de flexão que se propagam em uma placa fina com uma extremidade afunilada na forma de uma função de potência, teoricamente não refletem as ondas de volta, resultando assim na chamada condição de reflexão nula. O ABH pode ser visto como uma viga cônica (Figura 1), a qual apresenta uma altura da seção transversal com perfil decrescente, segundo uma lei de potência, terminando na extremidade de uma cunha. Esse tipo de estrutura é capaz de produzir uma redução progressiva da velocidade de fase e de grupo quando a onda se aproxima do final da cunha. Usando um critério de suavização com perfis de espessura da forma $h(x) = \varepsilon x^n$ onde n é a ordem da função ($n \geq 2$), h é a altura da seção transversal, ε é uma constante e x é a variação a partir da extremidade da cunha (Krylov and Tilman, 2003). Nas últimas décadas, as pesquisas em ABH sofreram um impulso considerável na comunidade científica, gerando um número expressivo de artigos científicos na área (Georgiev *et al.*, 2010; Feurtado and Conlon, 2015; Denis *et al.*, 2015; Hook *et al.*, 2019; Pelat *et al.*, 2020). Neste artigo, propõe-se um modelo estrutural com o objetivo de estudar os efeitos do ABH, usando o Método de Elemento Espectral (Spectral Element Method-SEM).

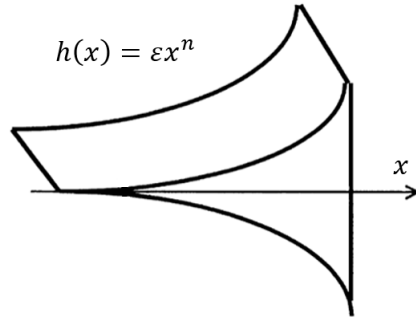


Figura 1: Buraco negro acústico - ABH.

2. MODELAGEM NÚMERICA

Nesta seção apresenta-se a formulação do elemento espectral de viga cônica, o qual será utilizado para a modelagem do elemento ABH. A formulação de outros elementos espectrais convencionais utilizados nas simulações, tais como de viga uniforme e semi-infinita são omitidas mas podem ser obtidas nas referências (Lee, 2009; Doyle, 1997).

2.1 Modelo Espectral de Viga Cônica

Neste estudo, o modelo do ABH consiste de um elemento espectral de viga cônica (Banerjee and Williams, 1985), o qual possui dois nós com dois graus de liberdade (GDLs)/nó. A Figura 2 mostra o modelo da viga cônica por SEM de comprimento L , deslocamentos $\{v_1, \theta_1, v_2, \theta_2\}$ e forças e momentos $\{V_1, M_1, V_2, M_2\}$ nos nós 1 e 2, respectivamente. A relação entre as áreas do nó 1 e do nó 2 é definida pela constante c onde $c > -1$. A altura da seção transversal no nó 1 h , varia até $(1 + c)h$ no nó 2.

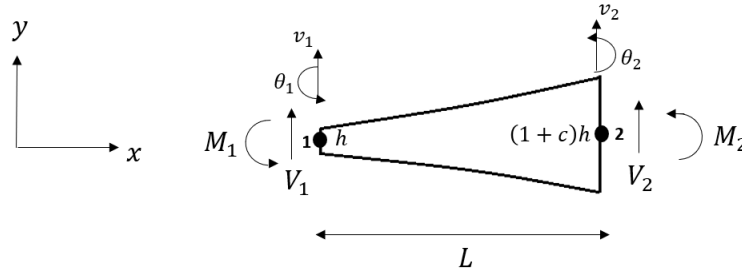


Figura 2: Modelo de viga cônica de dois nós por SEM.

A equação de equilíbrio para um elemento espectral cônico pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \{EI(x) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\} + \rho A(x) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

sendo $A(x) = A_1(1 + c(x/L))^n$ a área da seção transversal, ρ a densidade do material, $I(x) = I_1(1 + c(x/L))^{n+2}$ o momento de inércia, n o grau da potência, $E = E_0(1 + i\eta)$ o módulo de elasticidade complexo, onde A_1 a área da seção transversal no nó 1, I_1 o momento de inércia da área da seção transversal no nó 1, E_0 o módulo de elasticidade do material e η o fator de perda. A solução da Eq. (1) pode ser escrita como:

$$v(\phi) = \frac{1}{\phi^n} \{C_1 J_n(\phi) + C_2 Y_n(\phi) + C_3 I_n(\phi) + C_4 K_n(\phi)\}, \quad (2)$$

onde $\phi = (2\lambda_1/c)\sqrt{\xi}$ com $\lambda_1 = L\sqrt[4]{\rho A_1 \omega^2 / EI_1}$, $\xi = 1 + c(x/L)$, $C_i (i = 1, \dots, 4)$ são constantes, e J, Y, I, K são funções de Bessel de primeiro tipo, segundo tipo, primeiro tipo modificado e segundo tipo modificado, respectivamente. As equações de deslocamento angular, momento fletor e esforço cortante podem ser escritas como:

$$\theta(\xi) = -\frac{\lambda_1}{L\phi^n\sqrt{\xi}} \{C_1 J_{n+1} + C_2 Y_{n+1} - C_3 I_{n+1} + C_4 K_{n+1}\}, \quad (3)$$

$$M(\xi) = -\frac{EI_1 \xi^{(n+1/2)} \lambda_1^3}{L^3 \phi^n} \{C_1 J_{n+1} + C_2 Y_{n+1} + C_3 I_{n+1} + C_4 K_{n+1}\}, \quad (4)$$

$$V(\xi) = -\frac{EI_1 \xi^{(n+1)} \lambda_1^2}{L^2 \phi^n} \{C_1 J_{n+2} + C_2 Y_{n+2} + C_3 I_{n+2} - C_4 K_{n+2}\}. \quad (5)$$

Aplicando as condições de contorno de deslocamento no nó 1 ($x = 0$), obtêm-se v_1 e θ_1 e no nó 2 ($x = L$) obtêm-se v_2 e θ_2 . Substituindo nas Eqs. (2) e (3), obtêm-se:

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}}_{\mathbf{u}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_1 J_n(\alpha) & \gamma_1 Y_n(\alpha) & \gamma_1 I_n(\alpha) & \gamma_1 K_n(\alpha) \\ -\delta_1 J_{n+1}(\alpha) & -\delta_1 Y_{n+1}(\alpha) & \delta_1 I_{n+1}(\alpha) & -\delta_1 K_{n+1}(\alpha) \\ \gamma_2 J_n(\beta) & \gamma_2 Y_n(\beta) & \gamma_2 I_n(\beta) & \gamma_2 K_n(\beta) \\ -\delta_2 J_{n+1}(\beta) & -\delta_2 Y_{n+1}(\beta) & \delta_2 I_{n+1}(\beta) & -\delta_2 K_{n+1}(\beta) \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix}}_{\mathbf{c}}, \quad (6)$$

onde $\alpha = 2\lambda_1/c$, $\beta = \alpha\sqrt{(1+c)}$, $\gamma_1 = 1/\alpha^n$, $\delta_1 = \lambda_1/(L\alpha^n)$, $\gamma_2 = 1/\beta^n$, $\delta_2 = \lambda_2/(L\beta^n)$ e $\lambda_2 = \lambda_1/\sqrt{(1+c)}$. De forma similar, aplicando as condições de contorno de força e momento nos nós 1 e 2 obtêm-se M_1 e V_1 ($x = 0$) e M_2 e V_2 ($x = L$), respectivamente. Aplicando nas Eqs. (4) e (5) obtêm-se:

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}}_{\mathbf{f}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_1 J_{n+1}(\alpha) & \sigma_1 Y_{n+1}(\alpha) & \sigma_1 I_{n+1}(\alpha) & -\sigma_1 K_{n+1}(\alpha) \\ -\tau_1 J_{n+2}(\alpha) & -\tau_1 Y_{n+2}(\alpha) & -\tau_1 I_{n+2}(\alpha) & -\tau_1 K_{n+2}(\alpha) \\ -\sigma_2 J_{n+1}(\beta) & -\sigma_2 Y_{n+1}(\beta) & -\sigma_2 I_{n+1}(\beta) & -\sigma_2 K_{n+1}(\beta) \\ \tau_2 J_{n+2}(\beta) & \tau_2 Y_{n+2}(\beta) & \tau_2 I_{n+2}(\beta) & \tau_2 K_{n+2}(\beta) \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix}}_{\mathbf{c}}, \quad (7)$$

onde $\tau_1 = EI_1 \lambda_1^2 \gamma_1 / L^2$, $\sigma_1 = \tau_1 \lambda_1 / L$, $\tau_2 = EI_2 \lambda_2^2 \gamma_2 / L^2$, $\sigma_2 = \tau_2 \lambda_2 / L$. Da Eq. (6), $\mathbf{c} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{u}$, substituindo na Eq. (7), $\mathbf{f} = \mathbf{DB}^{-1} \mathbf{u}$, ou fazendo $\mathbf{K} = \mathbf{DB}^{-1}$ obtêm-se a matriz de rigidez dinâmica espectral do elemento de viga cônica como:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ sym & & k_{33} & k_{34} \\ & & & k_{44} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

onde:

$$\begin{aligned} k_{11} &= W_3(f^*q + gp^*) \\ k_{12} &= W_2(\Delta_a + \Delta_b)/2 \\ k_{13} &= -W_3D(2p^* + \pi f^*)/(\pi\beta) \\ k_{14} &= W_2D(2q - \pi g)/(\pi\alpha) \\ k_{22} &= W_1 * (((n+1) * (\Delta/\alpha)) + f^*r - h*p) \\ k_{23} &= -W_2 * D * (2 * r - \pi * h)/(\pi * \beta) \\ k_{24} &= W_1 * D * (2 * p - \pi * f)/(\pi * \alpha) \\ k_{33} &= W_3 * (D^2) * (\alpha/\beta)(hp^* + f*r) \\ k_{34} &= -W_2 * (D^2) * (fp^* + f^*p - gr + hq)/2 \\ k_{44} &= W_1 * (D^2) * (\beta/\alpha)(fq - gp - ((n+1) * (\Delta/\beta))), \end{aligned} \quad (9)$$

sendo:

$$\begin{aligned} W_1 &= 2\lambda_1 EI_1 / (\Delta L) \\ W_2 &= W_1 \lambda_1 / L \\ W_3 &= -W_2 \lambda_1 / L \\ D^2 &= (1+c)^{(n+1)} \\ f &= J_n(\alpha)Y_n(\beta) - J_n(\beta)Y_n(\alpha) \\ f^* &= J_{n+1}(\alpha)Y_{n+1}(\beta) - J_{n+1}(\beta)Y_{n+1}(\alpha) \\ g &= J_{n+1}(\alpha)Y_n(\beta) - J_n(\beta)Y_{n+1}(\alpha) \\ h &= J_{n+1}(\beta)Y_n(\alpha) - J_n(\alpha)Y_{n+1}(\beta) \\ p &= I_n(\beta)K_n(\alpha) - I_n(\alpha)K_n(\beta) \\ p^* &= I_{n+1}(\beta)K_{n+1}(\alpha) - I_{n+1}(\alpha)K_{n+1}(\beta) \\ q &= I_n(\beta)K_{n+1}(\alpha) + I_{n+1}(\alpha)K_n(\beta) \\ r &= I_{n+1}(\beta)K_n(\alpha) + I_n(\alpha)K_{n+1}(\beta) \\ \Delta_a &= fp^* - hq \\ \Delta_b &= f^*p + gr \\ \Delta &= \Delta_a - \Delta_b + 4/\pi\alpha\beta \\ \alpha &= 2\lambda_1/c \\ \beta &= \alpha\sqrt{(1+c)}. \end{aligned} \quad (10)$$

3. RESULTADOS SIMULADOS

Nesta seção apresentam-se as simulações numéricas obtidas na verificação do modelo de viga cônica SEM (ABH) e das respostas no domínio do tempo obtidas com o modelo estrutural composto pelos elementos espectrais ABH+Viga Uniforme+Viga Semi-Infinita.

3.1 Verificação do Modelo de Viga Cônica

O modelo da viga cônica SEM (ABH), como mostrado na Fig. 2, foi implementado e verificado usando uma estrutura com 500 elementos SEM de vigas uniformes cuja altura da seção transversal varia com a conicidade do elemento ABH. As Figuras 4a-d mostram as FRFs em deslocamento com excitação e resposta no nó 1 (H_{11}) para valores de $c = 4$ e valores de $n = 1, \dots, 4$, calculados pelo modelo de ABH e comparado com o modelo de 500 elementos uniformes. Pode-se observar que para todos os casos simulados existe uma boa concordância entre as FRFs obtidas com o modelo ABH e o de 500 elementos uniformes. As Figuras 5a-d mostram as FRFs em deslocamento com excitação no nó 1 e resposta no nó 2 (H_{21}), para valores de $c = 5$ e valores de $n = 1, \dots, 4$, calculados pelo modelo ABH e comparado com o modelo de 500 elementos uniformes. Observa-se que para valores de c diferentes daqueles mostrados nas Figs. 4 e 5 resultados similares são obtidos. Estes resultados verificam o modelo de viga cônica de SEM (ABH).

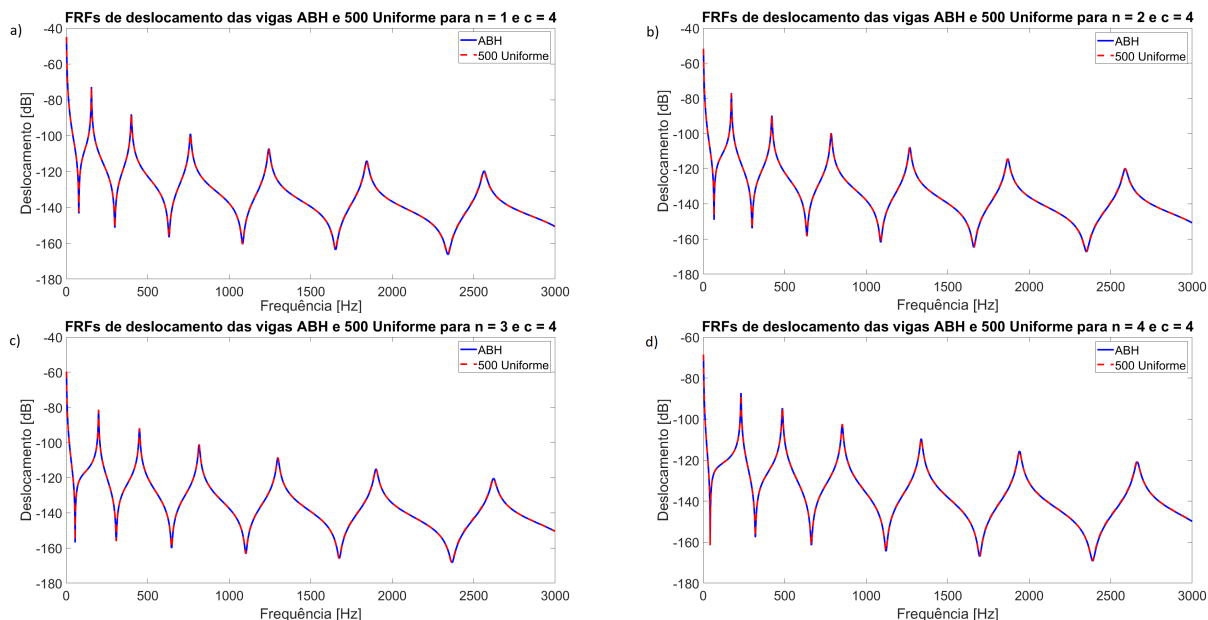


Figura 3: FRFs de deslocamento (H_{11}) das vigas ABH e 500 Uniforme para $c = 4$ e: (a) $n = 1$; (b) $n = 2$; (c) $n = 3$; e (d) $n = 4$.

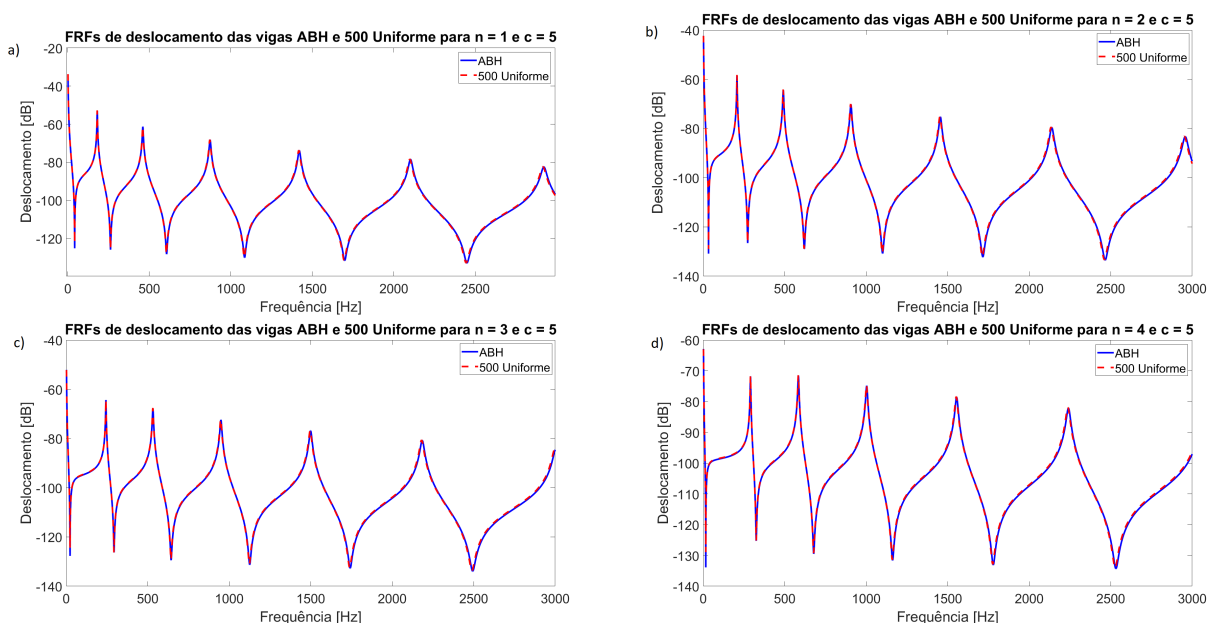


Figura 4: FRFs de deslocamento (H_{21}) das vigas ABH e 500 Uniforme para $c = 5$ e: (a) $n = 1$; (b) $n = 2$; (c) $n = 3$; e (d) $n = 4$.

A Tabela 1 mostra os parâmetros geométricos e as propriedades do material utilizados nas simulações dos resultados gerados nas Figs. 3 e 4.

As Figuras 5a-b mostram as FRFs em deslocamento com excitação e resposta no nó 1 (H_{11}) para um modelo SEM de

Tabela 1: Geometria e propriedades do modelo numérico

Geometria/Propriedade	Valor
Altura da seção transversal (h)	0.01 [m]
Largura da seção transversal (b)	0.01 [m]
Comprimento da viga uniforme (L_{uni})	1 [m]
Comprimento da viga ABH (L_{ABH})	$0.05 * L_{uni}$ [m]
Densidade (ρ)	7800 [kg/m ³]
Módulo de Young (E)	210 [GPa]
Fator de perda da viga uniforme (η_{uni})	0.01
Fator de perda da viga ABH (η_{ABH})	0.01

ABH para valores de $c = 1$ e 3 e valores de $n = 1, \dots, 4$. A Figura 5a mostra que para $c = 1$ as respostas apresentam uma pequena diferença de amplitude nos diferentes valores de n . A Figura 5b mostra que, com um aumento para $c = 3$, obtêm-se uma variação bem maior. A influência dos valores de c e n demonstram que, a medida que o valor de c aumenta, ocorre uma maior diferença entre os resultados das respostas forçadas para diferentes valores de n .

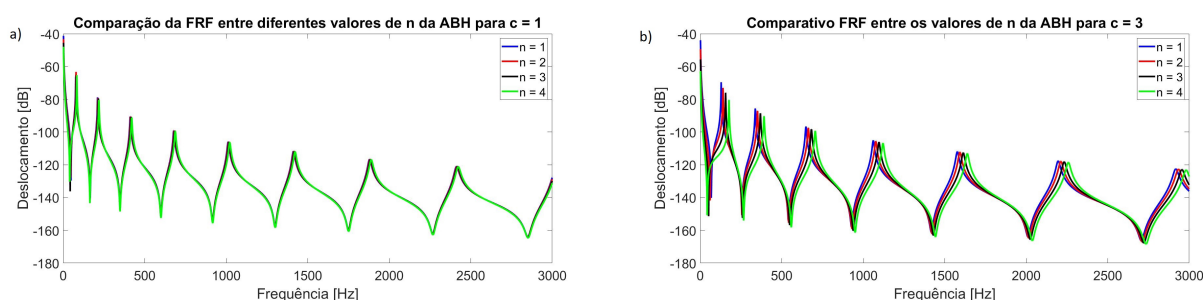


Figura 5: FRFs de deslocamento da viga ABH para valores de $n = \{1, \dots, 4\}$ e com: (a) $c = 1$, (b) $c = 3$.

3.2 Resposta no Domínio do Tempo

As simulações numéricas no domínio do tempo foram realizadas utilizando uma estrutura como mostrado na Figura 3, a qual consiste de um elemento ABH, um elemento de viga uniforme e um elemento de viga semi-infinita, todos modelados por SEM. A estrutura contém 3 nós (1, 2, 3) e 6 GDLs (1, 2, 3, 4, 5, 6).

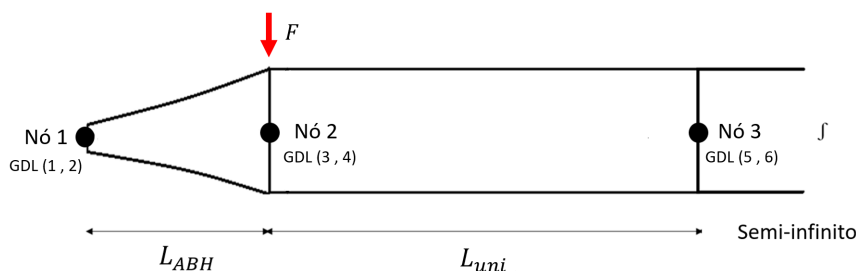


Figura 6: Modelo da estrutura.

A estrutura foi excitada com uma força impulsiva tipo *tone-burst*, pulso gerado por um sinal senoidal submetido à uma janela Hanning (Xu and Giurgiutiu, 2007), aplicada no GDL 3 e as respostas foram calculadas nos GDLs 1, 3 e 5. A Figura 7a mostra as respostas no tempo das velocidades no GDL 1 (V13, linha azul), GDL 3 (V33, linha preta) e GDL 5 (V53, linha vermelha). No instante de tempo do impacto no GDL 3, a resposta mostra um primeiro pulso referente a força impulsiva aplicada. Nos instantes seguintes, observam-se nas respostas dos GDLs 5 e 1 os primeiros pulsos de velocidade, V53 e V13 respectivamente. Nos instantes posteriores, observa-se que parte do pulso que chega no GDL 1 (extremidade do ABH) é refletido gerando os segundos pulsos dos GDLs 3 e 5. É possível observar que a reflexão do GDL 1 é relativamente pequena e que outros pulsos não são observados devido a inclusão do elemento de viga semi-infinita. A Figura 7b mostra os mesmos gráficos de resposta em velocidade superpostos.

Em uma análise posterior, foi alterado os valores para $c = 6$ e para $\eta_{ABH} = 0.1$ de forma a aumentar o amortecimento do material da viga ABH. A Figura 8a mostra a respostas das velocidades após as alterações feitas, onde observa-se que os segundos pulsos dos GDLs 3 e 5 possuem uma amplitude bem menor comparados a Figura 7. A Figura 8b mostra os mesmos gráficos de resposta em velocidade superpostos, onde é possível ver claramente o efeito da atenuação no elemento ABH demonstrado pela redução da amplitude no segundo pulso de V13. A maior amplitude do V13 deve-se ao ponto

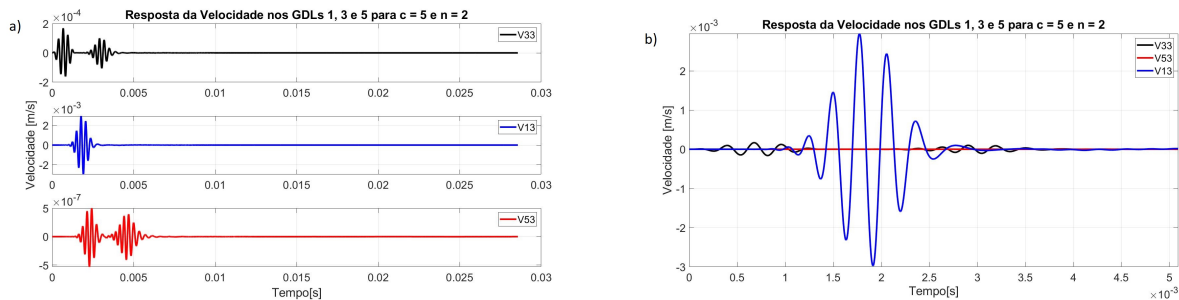


Figura 7: Resposta da velocidade para valor de $c = 5$ e valor de $n = 2$.

estar na extremidade do ABH que possui uma seção transversal bem pequena. A amplitude do V53 é bem pequena devido ao fato do comprimento da viga uniforme ser bem grande.

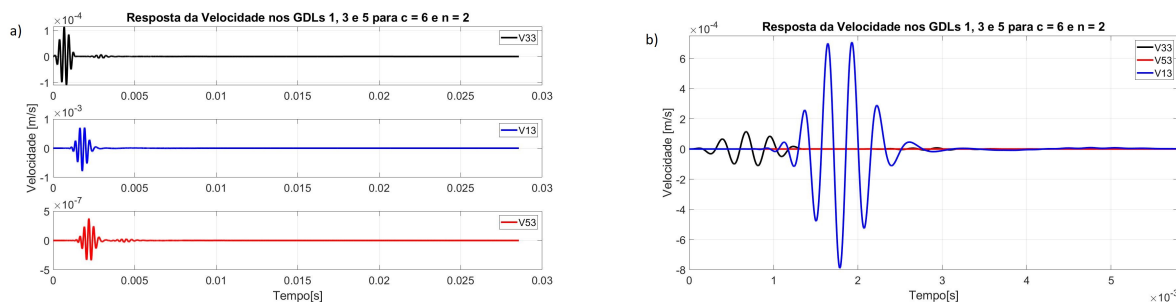


Figura 8: Resposta da velocidade para valores de $c = 6$, $n = 2$ e $\eta_{ABH} = 0.1$.

A Tabela 2 mostra os parâmetros geométricos e as propriedades do material utilizados nestas simulações.

Tabela 2: Geometria e propriedades do modelo numérico.

Geometria/Propriedade	Valor
Altura da seção transversal (h)	0.002 [m]
Largura da seção transversal (b)	0.006 [m]
Comprimento da viga uniforme (L_{uni})	2 [m]
Comprimento da viga ABH (L_{ABH})	$0.5 * L_{uni}$ [m]
Densidade (ρ)	7800 [kg/m ³]
Módulo de Young (E)	210 [GPa]
Fator de perda da viga uniforme (η_{uni})	0.01
Fator de perda da viga ABH (η_{ABH})	0.001

4. COMENTÁRIOS FINAIS

Sem dúvida, este artigo apresenta os resultados preliminares do modelo ABH proposto. Espera-se, para futuros estudos, explorar em mais detalhes o modelo de ABH, incluindo a aplicação de uma camada de material amortecedor sobre a superfície da viga e analisar as respostas em velocidade, no intuito de reduzir ainda mais a amplitude da onda refletida.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecimentos a FAPESP (Grant No. 2018/15894-0), CNPq (Grant No. 317436/2021) e a FAPEMA (Grant No. BM-02303/20) pelo suporte financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- Banerjee, J.R. and Williams, F.W., 1985. "Exact bernoulli-euler dynamic stiffness matrix for a range of tapered beams". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, pp. 2289–2302.
- Denis, V., Gautier, F., Pelat, A. and Poittevin, J., 2015. "Measurement and modelling of the reflection coefficient of an acoustic black hole termination". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 349, pp. 67–79.
- Doyle, J.F., 1997. *Wave Propagation in Structures*. Springer-Verlag New York, Department of Aeronautics and Astronautics, Purdue University, USA. 334 p.

- Feurtado, P. and Conlon, S., 2015. "Investigation of boundary-taper reflection for acoustic black hole design". *Institute of Noise Control Engineering*, Vol. 63, pp. 460–466.
- Georgiev, V.B., Cuenca, J., Gautier, F., Simon, L. and Krylov, V.V., 2010. "Measurement and modelling of the reflection coefficient of an acoustic black hole termination". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 349, pp. 67–79.
- Hook, K., Cheer, J. and Daley, S., 2019. "A parameter study of an acoustic black hole on a beam". *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 145, p. 3488–3498.
- Krylov, V.V. and Tilman, F.J.B.S., 2003. "Acoustic 'black holes' for flexural waves as effective vibration dampers". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 274, pp. 605–619.
- Lee, U., 2009. *Spectral Element Method in Structural Dynamics*. Ed. Edgard Blücher, Inha University, Republic of Korea. 468 p.
- Mironov, M.A., 1988. "Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in finite interval". *Soviet Physics Acoustics*, Vol. 34, pp. 318–319.
- Pekeris, C.L., 1946. "Theory of propagation of sound in a half-space of variable sound velocity under conditions of formation of a shadow zone". *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 18, p. 295.
- Pelat, A., Gautier, F., Conlon, S. and Semperlotti, F., 2020. "The acoustic black hole: A review of theory and applications". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 476.
- Xu, B. and Giurgiutiu, V., 2007. "Single mode tuning effects on lamb wave time reversal with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring". *J Nondestruct Eval*, Vol. 26, pp. 123–134.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

MODELING OF AN ACOUSTIC BLACK HOLE USING THE SPECTRAL ELEMENT METHOD

Jean P. C. Dos Santos, jeanpietro.carvalho@gmail.com¹
José Maria C. Dos Santos, zema@fem.unicamp.br¹

¹ Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP-FEM-DMC, Rua Mendeleev, 200. Cidade Universitária "Zeferino Vaz", Barão Geraldo, CEP 13083-860, Campinas, SP – Brazil,

Abstract: A technique developed in recent decades for the passive control of vibrations and noise is the Acoustic Black Hole or, also called ABH (Acoustic Black Hole). The structural ABH effect is achieved by incorporating a local modification in the thickness of a thin structure, typically a beam or a plate. This modification is characterized by a variation in thickness according to a spatial power law. The combination of a local reduction in stiffness, due to the power law variation of the thickness, and a local increase in damping, provided by the concomitant application of layers of viscoelastic material, produces a significant reduction in wave propagation speed and to an increase in attenuation properties. As an elastic wave propagates within an ABH, its propagation speed decreases smoothly and continuously. In the theoretical case, i.e., when the thickness of the structure disappears at the edge of the ABH, the wave velocity decreases to zero. In the non-real case, that is, when the ABH has a non-zero residual thickness at its extreme, the wave velocity still decreases smoothly, but never disappears. In the latter case, which is of great importance for practical applications, ABH is usually combined with dissipative materials to obtain significantly higher structural loss factors. If the velocity of the incoming wave can disappear inside the ABH, it follows that this object behaves like a wave trap that extracts elastic energy from the host medium without releasing it. The goal of this paper is to establish a numerical approach for modeling and designing a passive vibration control device using the ABH effect. A one-dimensional structural ABH device of the beam type is modeled using the Spectral Element Method (SEM). Examples are performed and the results compared with those found in the literature.

Palavras-chave: Acoustic Black Hole, ABH, noise and vibration control, SEM.