

GERAÇÃO DE ASAS COM TORÇÃO E AVALIAÇÃO DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS

Bernardo Maia de Mello Alves, bernardommalves@gmail.com¹

Wallace Ramos Rosendo da Silva, wrosendoeng@ime.eb.br¹

André Luiz Tenório Rezende, arezende@ime.eb.br¹

¹Instituto Militar de Engenharia, Praça Gen. Tibúrcio, 80 - Urca, Rio de Janeiro - RJ, 22290-270

Resumo: O escoamento ao redor de uma asa finita é um problema bem estudado desde o início do século XX, quando Ludwig Prandtl apresentou sua clássica Teoria da Asa Finita. Entretanto, tal teoria deriva da teoria do potencial e, portanto, não considera efeitos viscosos, tais como arrasto e descolamento do escoamento. Enquanto a sustentação e o arrasto induzido podem ser satisfatoriamente previstos pela Teoria da Asa Finita, os cálculos do arrasto total e das características de estol demandam solução das equações de Navier-Stokes (N-S). Dada a complexidade e alto custo computacional para solução das equações de N-S em sua forma completa, o propósito deste trabalho é obter a solução da Média de Reynolds das Equações de Navier-Stokes (RANS) para o escoamento tridimensional sobre uma asa finita sem torção ou afilamento, bem como para uma asa com afilamento e torção ótimos para obter os coeficientes de sustentação e arrasto e compará-los com aqueles obtidos pela Teoria da Asa Finita. Os modelos de turbulência SST $k-\omega$ e Spalart-

Allmaras são utilizados. As simulações foram executadas para uma faixa de ângulos de ataque de -5.0° a 15.0° , com número de Reynolds 6.0×10^6 na raiz das asas. Objetivando contabilizar o arrasto total no contexto da Teoria da Asa

Finita, uma teoria híbrida foi construída, a qual utiliza a solução analítica de Prandtl para a sustentação e o arrasto induzido, e dados disponíveis para o arrasto parasita.

Palavras-chave: arrasto induzido, RANS, CFD, torção ótima

1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é aplicar métodos para obter parâmetros ótimos para minimização do arrasto induzido em asas com geometria trapezoidal, além de validar tais resultados, os quais são obtidos desprezando-se a viscosidade, para um cenário mais amplo que leva em conta a viscosidade pela obtenção de uma solução numérica para a Média de Reynolds das Equações de Navier-Stokes (RANS) utilizando o método dos volumes finitos. Neste contexto, escoamento incompressível ao redor de uma asa finita gerada com o perfil Eppler 423 foi simulado com modelos baseados na metodologia RANS para altos números de Reynolds.

Phillips (2010) apresenta uma descrição minuciosa da Teoria da Asa Finita, comumente denominada Teoria da Linha de Sustentação, focando na obtenção dos fatores aerodinâmicos ótimos e geometria ótima de asa para minimização do arrasto induzido. Esta teoria é reproduzida parcialmente no presente estudo e utilizada para selecionar uma geometria apropriada para uma investigação mais profunda. Uma teoria híbrida é construída visando prever o coeficiente de sustentação e arrasto de uma asa finita utilizando a Teoria da Asa Finita. Gudmundsson (2014) apresenta uma forma didática de descrever a geometria de uma asa finita em termos de razão de aspecto e razão de afilamento. Kaygan e Ulusoy (2018) investigam o efeito da torção da asa no desempenho aerodinâmico de uma aeronave.

Tendo em mãos uma geometria obtida por meio da Teoria da Asa Finita para minimização do arrasto induzido, uma simulação em CFD com modelagem RANS é executada utilizando o modelo de turbulência de 1 equação SST $k-\omega$, proposto por Menter (1994), e o modelo Spalart-Allmaras. Rezende e Nieckle (2009) realizam simulações utilizando diversos modelos de turbulência, incluindo o SST $k-\omega$, para prever a separação do escoamento sobre um aerofólio fino.

Utilizando o software ANSYS Fluent[®] para realizar simulações sobre uma asa finita, Ives *et al.* (2017) obtêm os coeficientes de sustentação e arrasto para vários modelos de turbulência, e Pannirselvam (2020) foca na análise do arrasto induzido. Monsch e Figliola (2007) utilizam o Plano de Trefftz Plane para estimar o arrasto induzido gerado por uma asa finita.

Uma comparação é feita com os resultados obtidos pelas duas metodologias (Teoria da Asa Finita e CFD).

2. TEORIA DA ASA FINITA

O método desenvolvido nas subseções 2.1 a 2.4 é baseado naquele apresentado por Phillips (2010), e é utilizado como base para aplicação da Teoria da Asa Finita neste trabalho. O objetivo principal desta Seção é a obtenção dos seguintes fatores: K_L – fator de inclinação da curva de sustentação; K_D – fator de arrasto induzido; K_{DL} – contribuição do esmaecimento da sustentação ao fator do arrasto induzido para asas com afilamento linear e torção ótima; $K_{D\Omega}$ – Contribuição da torção para o fator do arrasto induzido para asas com afilamento linear e torção ótima; $\omega(\theta)$ – Distribuição ótima de torção normalizada; e_s – eficiência da torção.

2.1 Asa com Afilamento

A distribuição de corda em uma asa com afilamento é descrita geometricamente pelas seguintes equações:

$$c(z) = \frac{2b}{R_A(1 + R_T)} [1 - (1 - R_T)|2z/b|] \quad -b/2 \leq z \leq b/2 \quad (1)$$

$$c(\theta) = \frac{2b}{R_A(1 + R_T)} [1 - (1 - R_T)|\cos(\theta)|] \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (2)$$

$$\theta = \cos^{-1}(-2z/b), \quad (3)$$

onde b é a envergadura, R_A é a razão de aspecto, $R_T = c_t/c_r$ é a razão de afilamento e c_r e c_t são as cordas na raiz e na ponta da asa, respectivamente.

Essas grandezas são mostradas na Fig. 1:

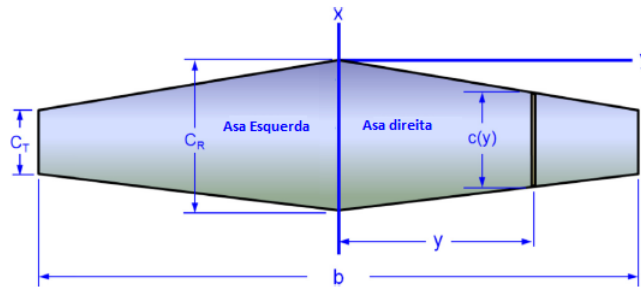


Figura 1: Asa com afilamento (Gudmundsson, 2014).

Os coeficientes aerodinâmicos são dados por:

$$C_L = C_{L,\alpha}(\alpha - \alpha_{L0}) \quad (4)$$

$$C_{L,\alpha} = \frac{\tilde{C}_{L,\alpha}}{(1 + \tilde{C}_{L,\alpha}/R_A)(1 + K_L)} \quad (5)$$

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi R_A e_s} \quad (6)$$

$$e_s = \frac{1}{1 + K_D} \quad (7)$$

onde C_L é o coeficiente de sustentação para a asa 3D, $C_{L,\alpha}$ é a inclinação da curva de sustentação para a asa 3D, C_{Di} é o coeficiente de arrasto induzido, α é o ângulo de ataque, α_{L0} é o ângulo de ataque para sustentação nula e $\tilde{C}_{L,\alpha}$ é a inclinação da curva de sustentação para o perfil 2D.

Dada uma velocidade de escoamento V_∞ , a Teoria da Linha de Sustentação de Prandtl para asas com afilamento e sem torção fornece a circulação ao redor de uma asa, da forma:

$$\Gamma(\theta) = 2bV_\infty(\alpha - \alpha_{L0}) \sum_{n=1}^N a_n \sin(n\theta) \quad (8)$$

onde os coeficientes de Fourier a_n são utilizados para obter os fatores K_L e K_D nas Eqs. (5) e (7), conforme se segue:

$$\sum_{n=1}^N a_n \left[\frac{4b}{\tilde{C}_{L,\alpha} c(\theta)} + \frac{n}{\sin(\theta)} \right] \sin(n\theta) = 1 \quad (9)$$

$$K_L = \frac{1 - (1 + \pi R_A / \tilde{C}_{L,\alpha}) a_1}{(1 + \pi R_A / \tilde{C}_{L,\alpha}) a_1} \quad (10)$$

$$K_D = \sum_{n=2}^N \left(\frac{a_n}{a_1} \right)^2 \quad (11)$$

2.2 Torção Geométrica

Uma distribuição de torção ao longo da asa é utilizada de forma a minimizar o arrasto induzido. Para uma torção puramente geométrica, α_{L0} será o mesmo para cada θ . Logo, a torção total Ω e a distribuição de torção normalizada $\omega(\theta)$ são definidas como:

$$\Omega = \alpha_{raiz} - \alpha_{max} \quad (12)$$

$$\omega(\theta) = \frac{\alpha(\theta) - \alpha_{raiz}}{\alpha_{max} - \alpha_{raiz}} \quad (13)$$

Adicionalmente, a Teoria da Asa Finita fornece

$$\sum_{n=1}^N A_n \left[\frac{4b}{\tilde{C}_{L,\alpha} c(\theta)} + \frac{n}{sen(\theta)} \right] sen(n\theta) = (\alpha - \alpha_{L0})_{raiz} - \Omega \omega(\theta) \quad (14)$$

Lançando mão das propriedades lineares da série de Fourier, a Eq. (14) pode ser escrita de forma mais conveniente como

$$A_n = a_n(\alpha - \alpha_{L0})_{root} - b_n \Omega \quad (15)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \left[\frac{4b}{\tilde{C}_{L,\alpha} c(\theta)} + \frac{n}{sen(\theta)} \right] sen(n\theta) = 1 \quad (16)$$

$$\sum_{n=1}^N b_n \left[\frac{4b}{\tilde{C}_{L,\alpha} c(\theta)} + \frac{n}{sen(\theta)} \right] sen(n\theta) = \omega(\theta) \quad (17)$$

Assim, os dois sistemas acima podem ser resolvidos separadamente, e os coeficientes aerodinâmicos são:

$$C_L = \pi R_A A_1 = \pi R_A [a_1(\alpha - \alpha_{L0})_{root} - b_1 \Omega] = C_{L,\alpha} [(\alpha - \alpha_{L0})_{root} - \epsilon_\Omega \Omega] \quad (18)$$

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2(1 + K_D) - K_{DL} C_L C_{L,\alpha} \Omega + K_{D\Omega} (C_{L,\alpha} \Omega)^2}{\pi R_A} \quad (19)$$

$$C_{L,\alpha} = \pi R_A a_1 = \frac{\tilde{C}_{L,\alpha}}{(1 + \tilde{C}_{L,\alpha}/R_A)(1 + K_L)} \quad (20)$$

$$K_L = \frac{1 - (1 + \pi R_A/\tilde{C}_{L,\alpha})a_1}{(1 + \pi R_A/\tilde{C}_{L,\alpha})a_1} \quad (21)$$

$$\epsilon_\Omega = \frac{b_1}{a_1} \quad (22)$$

$$K_D = \sum_{n=2}^N n \frac{a_n^2}{a_1^2} \quad (23)$$

$$K_{DL} = 2 \frac{b_1}{a_1} \sum_{n=2}^N n \frac{a_n}{a_1} \left(\frac{b_n}{b_1} - \frac{a_n}{a_1} \right)^2 \quad (24)$$

$$K_{D\Omega} = \left(\frac{b_1}{a_1} \right)^2 \sum_{n=2}^N n \left(\frac{b_n}{b_1} - \frac{a_n}{a_1} \right)^2 \quad (25)$$

A distribuição ótima de torção ao longo da envergadura para uma asa com afilamento linear é dada por

$$\omega(z) = 1 - \frac{\sqrt{1 - (2z/b)^2}}{1 - (1 - R_T)|2z/b|}, \quad \text{ou} \quad \omega(\theta) = 1 - \frac{sen(\theta)}{1 - (1 - R_T)|cos(\theta)|} \quad (26)$$

O ângulo de torção total pode ser obtido derivando-se a Eq. (19) e igualando a zero:

$$\Omega_{opt} = \frac{K_{DL} C_L}{2K_{D\Omega} C_{L,\alpha}} \quad (27)$$

Substituindo Ω_{opt} na Eq. (21), obtém-se uma expressão para o coeficiente arrasto induzido ótimo:

$$(C_{D_i})_{opt} = \frac{C_L^2}{\pi R_A} (1 + K_{D0}), \quad K_{D0} = K_D - \frac{K_{DL}^2}{4K_{D\Omega}} \quad (28)$$

2.3 Obtenção de a_n , b_n e dos Parâmetros Ótimos

Os coeficientes de Fourier a_n da Eq. (16) podem ser obtidos resolvendo-se o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{N1} & C_{N2} & C_{N3} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{ij} = \left[\frac{4b}{\tilde{C}_{L,\alpha c}(\theta_i)} + \frac{j}{\text{sen}(\theta_i)} \right] \text{sen}(j\theta_i), \quad \theta_i = \frac{(i-1)\pi}{N-1}, \quad i = 1, N; \quad j = 1, N$$

De forma a eliminar a indeterminação existente quando $\theta = 0$ e $\theta = \pi$, o Teorema de *L'Hôspital's* é utilizado. Assim

$$C_{1j} = j^2, \quad j = 1, N$$

$$C_{ij} = \left[\frac{4b}{\tilde{C}_{L,\alpha c}(\theta_i)} + \frac{j}{\text{sen}(\theta_i)} \right] \text{sen}(j\theta_i), \quad i = 2, N-1; \quad j = 1, N$$

$$C_{1j} = (-1)^{j+1} j^2, \quad j = 1, N$$

Da mesma forma, os coeficientes b_n podem ser obtidos resolvendo-se a Eq. (19) da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{N1} & C_{N2} & C_{N3} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(\theta_1) \\ \omega(\theta_2) \\ \dots \\ \omega(\theta_N) \end{bmatrix}, \quad \omega(\theta_i) = 1 - \frac{\text{sen}(\theta_i)}{1 - (1 - R_T)|\cos(\theta_i)|}$$

2.4 Fatores Aerodinâmicos Ótimos

Aplicando-se a metodologia descrita nas subseções anteriores para vários valores de razão de afilamento e razão de aspecto, os seguintes gráficos são obtidos:

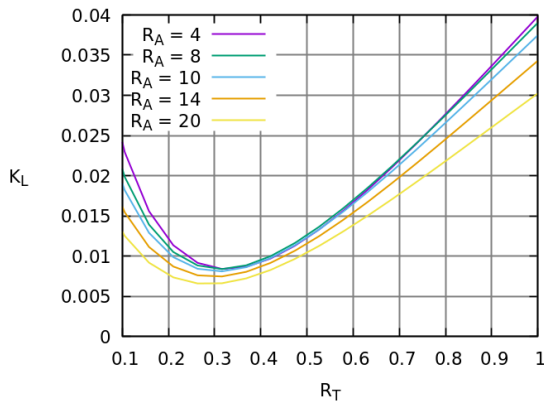


Figura 2: Fator K_L para vários R_A and R_T .

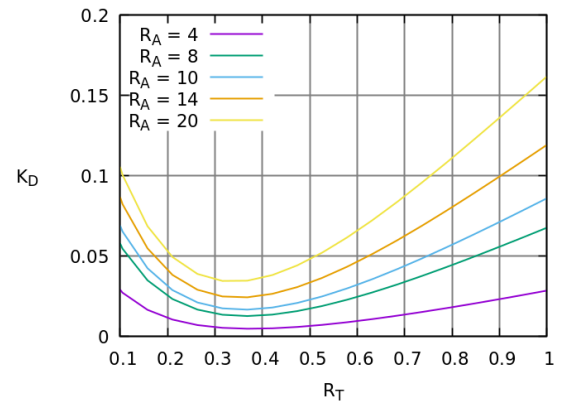


Figura 3: Fator K_D para vários R_A e R_T .

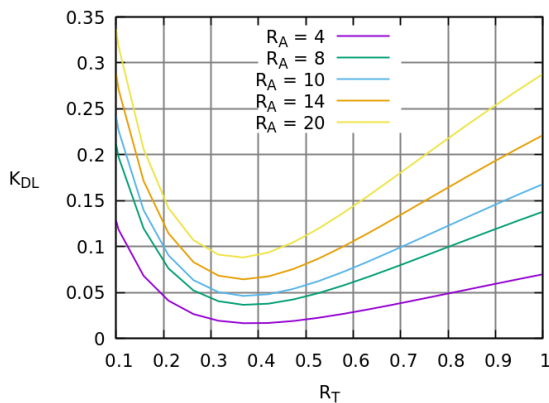


Figura 4: Fator K_{DL} para vários R_A e R_T .

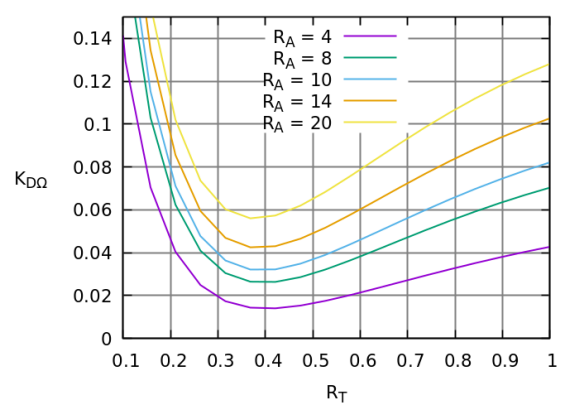


Figura 5: Fator $K_{D\Omega}$ para vários R_A e R_T .

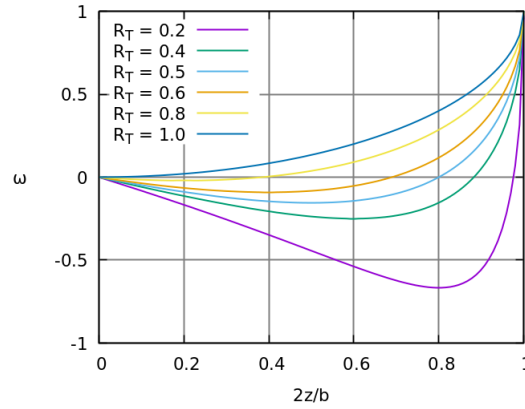


Figura 6: Distribuição ótima de torção para vários valores de R_T .

Através dos resultados obtidos acima, uma asa com arrasto induzido mínimo pode ser projetada. Em relação à Fig. 6, cabem alguns comentários adicionais. Tal figura mostra a distribuição ótima de torção prevista pela presente teoria. Pode-se visualizar que cada seção da asa possui um ângulo de ataque diferente, o que acarretará em uma alteração no ângulo de ataque efetivo da asa. A contribuição de cada seção para esta alteração é proporcional ao ângulo e à corda da seção. Assim, um ângulo de correção, $\alpha_{corrigido}$, precisa ser obtido para que o coeficiente de sustentação seja calculado por meio da Eq. (18). Isso é feito conforme se segue:

$$\alpha_{corrigido} = \int_{\pi/2}^{\pi} c(\theta)\omega(\theta)\Omega_{opt}d\theta \quad (29)$$

Uma vez que a asa sob análise é dividida em N seções, uma versão discreta da equação acima deve ser utilizada. Neste trabalho optou-se pela integração por retângulos:

$$\alpha_{corrigido} = \sum_{i=1}^N c(\theta_i)\omega(\theta_i)\Omega_{opt}\Delta\theta, \quad \theta_i = \frac{(i-1)\pi}{N-1}, \quad \Delta\theta = \frac{\pi}{2(N-1)}, \quad i = 1, N \quad (30)$$

Dependendo da razão de afilamento da asa, o ângulo de correção que resulta da Eq. (30) pode ter um valor negativo ou positivo. É fácil verificar a partir da Fig. 6 que, para baixos valores de R_T , $\alpha_{corrigido}$ será negativo, enquanto para altos valores $\alpha_{corrigido}$ será positivo. Consequentemente, a curva $C_L \times \alpha$ será deslocada conforme. Este efeito é consistente com os resultados obtidos por Kaygan e Ulusoy (2018).

Para o propósito deste trabalho, duas asas com área alar de 16.2 m² serão analisadas, sendo uma sem afilamento ou torção, e outra com parâmetros ótimos selecionados a partir das Figs. 2 a 6. Uma razão de aspecto (RA) de 12.0 e uma razão de afilamento (RT) de 0.5 são escolhidas. Consequentemente, uma envergadura de 13.9 m é obtida. A Eq. (27) é utilizada para obtenção do ângulo de torção total Ω_{opt} . Entretanto, Ω_{opt} deve ser selecionado para um coeficiente de sustentação específico, e a inclinação da curva de sustentação para a asa é obtida pela Eq. (20). Um valor de 1.0 para $C_{L,\alpha}$ é utilizado, e um valor médio de 4.38 é selecionado para $C_{L,\alpha}$. Para o arrasto parasita, dados disponíveis na plataforma AirfoilTools são utilizados. A geometria resultante para as asas é mostrada na Tab. 1 abaixo:

Tabela 1: Parâmetros geométricos para as asas finitas.

Type	Geometria	Area [m ²]	RA	RT	Envergadura [m]	Ω_{opt} [°]
1	Retangular	16.20	8.89	1.00	12.00	0.00
2	Trapezoidal	16.20	12.00	0.50	13.94	10.58

2.5 Coeficientes de Sustentação e Arrasto para a Teoria da Asa Finita

Nesta Seção, dados de arrasto do aerofólio 2D obtidos na plataforma AirfoilTools são utilizados para cálculo do arrasto parasita da asa 3D.

As variações dos coeficientes de sustentação e arrasto (c_l e c_d), respectivamente, com o ângulo de ataque α para o aerofólio 2D, bem como para as asas finitas descritas na Tab. 1, são mostradas nas Figs. 7, 8 e 9 abaixo. Por conveniência, os arrastos para as asas tipo 1 e 2 são mostrados em figuras separadas.

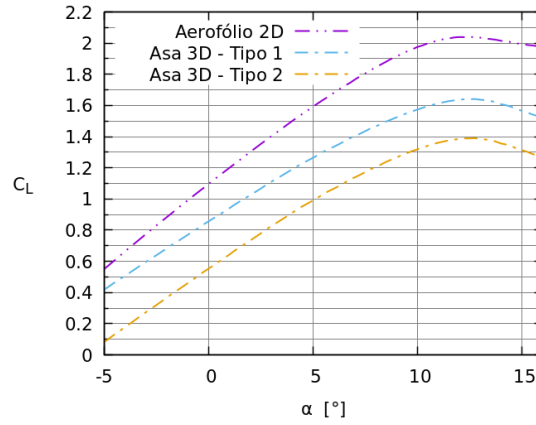


Figura 7: Coeficiente de sustentação para o aerofólio Eppler 423 e para as asas finitas tipos 1 e 2.

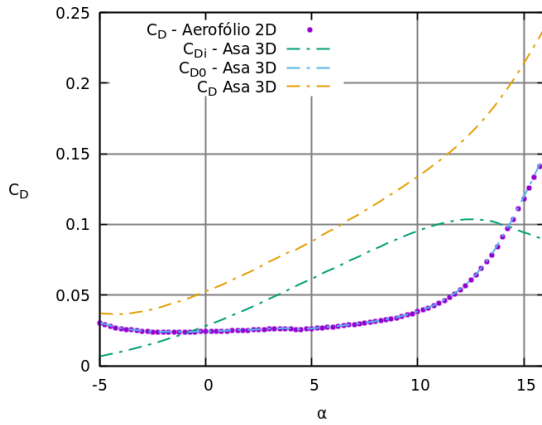


Figura 8: Coeficiente de arrasto para o aerofólio Eppler 423 e para a asa finita tipo 1.

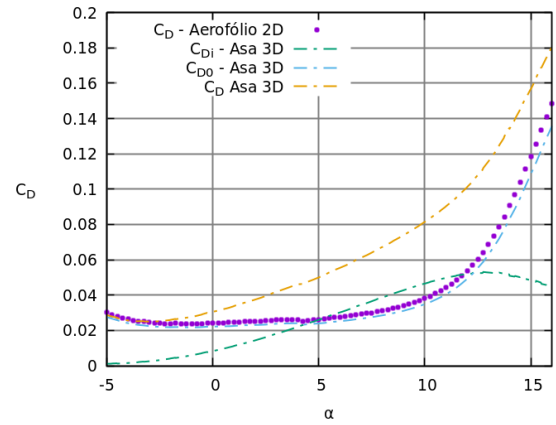


Figura 9: Coeficiente de arrasto para o aerofólio Eppler 423 e para a asa finita tipo 2.

3. SOLUÇÃO PARA O ESCOAMENTO VISCOSO

3.1 Modelo Matemático para as Equações de Governo

As equações de governo para este problema são as equações para o escoamento viscoso incompressível.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (31)$$

$$\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right) = g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (32)$$

onde u_i é o vetor velocidade, ρ é a massa específica, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ é a viscosidade cinemática, μ é a viscosidade dinâmica, p é a pressão e g_i é a aceleração da gravidade. A abordagem por média de Reynolds é baseada na decomposição do vetor velocidade em $u_i = \bar{u}_i + u'_i$, onde $\bar{u}_i$ e u'_i são a média e a flutuação do vetor velocidade, respectivamente. As equações médias da continuidade de conservação de momento linear (RANS) para um escoamento permanente incompressível são dadas por

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (33)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} \right) = g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (34)$$

A Eq. (34) é similar à equação de N-S, exceto pelo termo adicional $\overline{u'_i u'_j}$, o qual é denominado termo de tensão de Reynolds. Para que a Eq. (34) seja resolvida, a tensão de Reynolds deve ser determinada. Neste trabalho, tal termo é determinado empregando-se a hipótese de Boussinesq, a qual é baseada no conceito de viscosidade turbulenta, onde a tensão turbulenta é proporcional à taxa de deformação média.

$$\overline{u'_i u'_j} = -2\overline{S_{ij}}\nu_t + \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad (35)$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (36)$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (37)$$

3.2 Modelo de Turbulência RANS SST $k - \omega$

O Modelo de turbulência *Shear-Stress Transport* (SST) $k - \omega$ (Menter, 1994) foi proposto para escoamentos em aplicações aeronáuticas com forte gradiente adverso de pressão e separação do escoamento. Tal modelo mistura a formulação robusta e precisa do modelo $k - \omega$ na região próxima às paredes à independência do escoamento livre do modelo $k - \epsilon$ fora da camada limite. Para tal, o modelo $k - \epsilon$ tradicional é escrito em termos da taxa de dissipação específica, ω . Este modelo $k - \epsilon$ transformado e o modelo $k - \omega$ são somados e multiplicados por uma função de ponderação, F_1 , que é definida como possuindo os valores 0 e 1 nas fronteiras interna e externa, respectivamente, de uma camada limite turbulenta. A viscosidade turbulenta é definida como se segue:

$$\nu_t = \frac{k/\omega}{\max(1; S F_2/(0.31\omega))} \quad (38)$$

$$F_2 = \tanh(\Phi^2) \quad (39)$$

$$\Phi = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega d}; \frac{500\nu}{d^2\omega}\right) \quad (40)$$

onde $S = (2S_{ij}S_{ij})^{0.5}$ é o módulo do tensor da taxa média de deformação $\overline{S_{ij}}$, F_2 é a função de ponderação para a viscosidade turbulenta no modelo SST $k - \omega$ e d é a distância até a parede. A energia cinética turbulenta k e a taxa de dissipação específica ω do modelo SST $k - \omega$ podem ser determinadas pela solução das equações de conservação, onde as constantes for the SST $k - \omega$ model Φ são calculadas usando a ponderação entre as constantes Φ_1 do modelo $k - \omega$ tradicional and and Φ_2 do modelo $k - \epsilon$ como $\Phi = F_1\Phi_1 + (1 - F_2)\Phi_2$.

3.3 Modelo de Turbulência RANS Spalart-Allmaras

O Modelo de turbulência Spalart-Allmaras foi proposto por Spalart e Allmaras (1993) para escoamentos em aplicações aeronáuticas com gradiente adverso de pressão e separação do escoamento. Consiste num modelo de uma equação, a qual é mostrada abaixo:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = c_{b1}(1 - f_{t2})S\bar{u}_i - [c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{k^2}f_{t2}] \left(\frac{\bar{u}_i}{d} \right) + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((u_i + \bar{u}_i) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right] \quad (41)$$

e a viscosidade turbulenta é $\mu_t = \rho \bar{u}_i f_{v1}$, onde

$$f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + c_{v1}^3}, \quad X = \frac{\bar{u}_i}{u_i}$$

Os termos adicionais são

$$S = \Omega \frac{\bar{u}_i}{k^2 d^2} f_{v2}, \quad \Omega = \sqrt{2\omega_{ij}\omega_{ij}}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{X}{1 + X f_{v1}}, \quad f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r = \min\left(\frac{\bar{u}_i}{S k^2 d^2}, 10\right), \quad f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} X^2), \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

4. RESULTADOS

4.1 Configuração do Modelo

As asas listadas na Tab. 1 foram simuladas por CFD utilizando os modelos de turbulência descritos na Seção 3 para uma faixa de ângulos de ataque de -5.0° a 15.0° . A solução foi obtida resolvendo-se as equações de governo pelo método dos volumes finitos utilizando o software comercial ANSYS Fluent[®], e o método de discretização foi o upwind de 2^a para todas as variáveis. O número de Reynolds na raiz para as asas 3D tipos 1 e 2 foi de 9.23×10^6 e 1.06×10^7 , respectivamente. As malhas para as asas tipos 1 e 2 foram geradas com 510155 e 511489 elementos, respectivamente. As condições de contorno foram impostas conforme mostrado na Figura 10. Os detalhes das malhas utilizadas para discretização do domínio são mostrados nas Figs. 11 e 12:

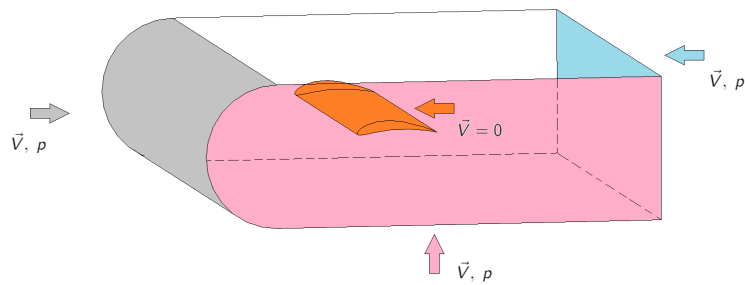


Figura 10: Condições de contorno para as equações de governo (asa e domínio fora de escala).

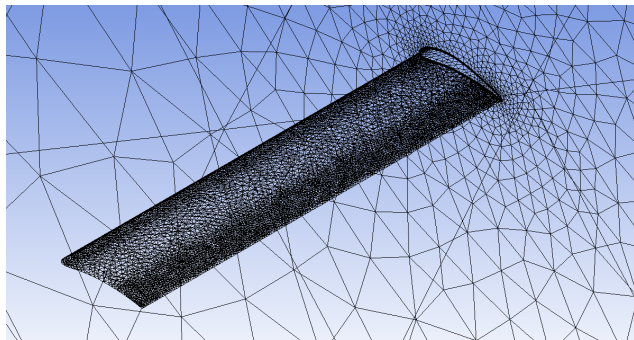


Figura 11: Malha utilizada para discretização do domínio.

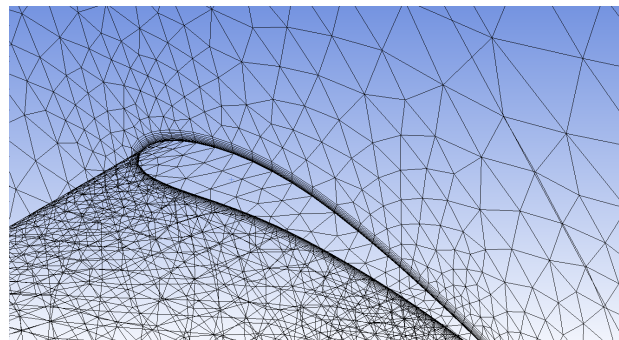


Figura 12: Detalhe da malha.

4.2 Coeficientes aerodinâmicos

Os resultados são mostrados nas Figs. 13 a 16 abaixo:

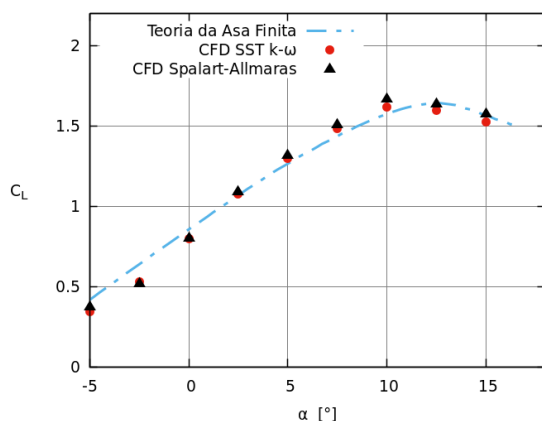


Figura 13: Coeficiente de sustentação para a asa tipo 1 obtido pela Teoria da Asa Finita e simulação RANS.

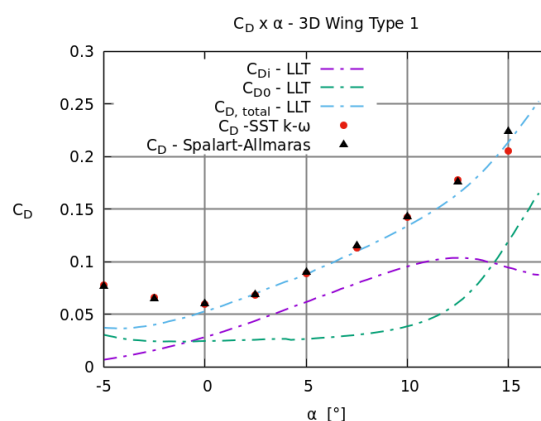


Figura 14: Coeficiente de arrasto para a asa tipo 1 obtido pela Teoria da Asa Finita e simulação RANS

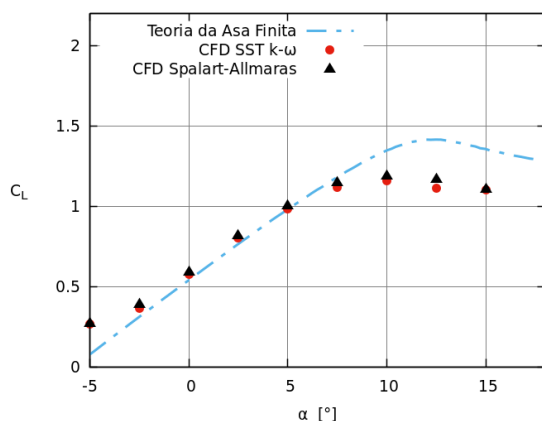


Figura 15: Coeficiente de sustentação para a asa tipo 2 obtido pela Teoria da Asa Finita e simulação RANS.

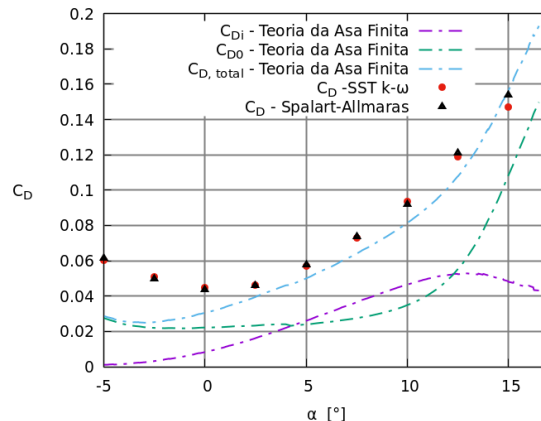


Figura 16: Coeficiente de arrasto para a asa tipo 2 obtido pela Teoria da Asa Finita e simulação RANS.

De forma a avaliar a eficiência das asas estudadas no presente trabalho, as Figs. 17 e 18 mostram o polar de arrasto de ambos os tipos e ambos os métodos, enquanto as Figs. 19 e 20 mostram os vórtices originados na ponta das asas obtidos na simulação utilizando o modelo de turbulência $k - \omega$ para um coeficiente de sustentação $C_L = 1.0$:

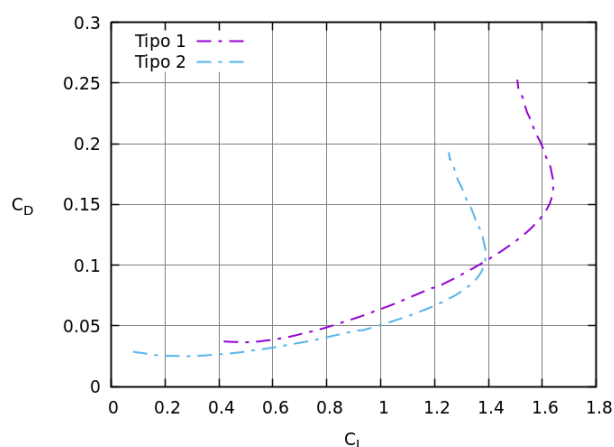


Figura 17: Polar de arrasto para as asas tipo 1 e 2 obtido pela Teoria da Asa Finita.

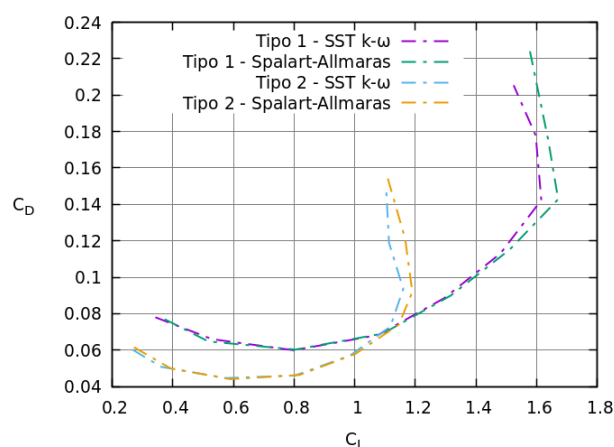


Figura 18: Polar de arrasto para as asas tipo 1 e 2 obtido por simulação RANS.

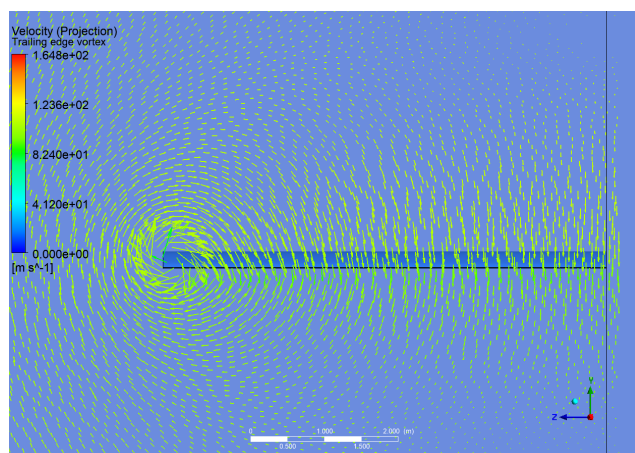


Figura 19: Vórtice de ponta de asa para asa 3D tipo 1.

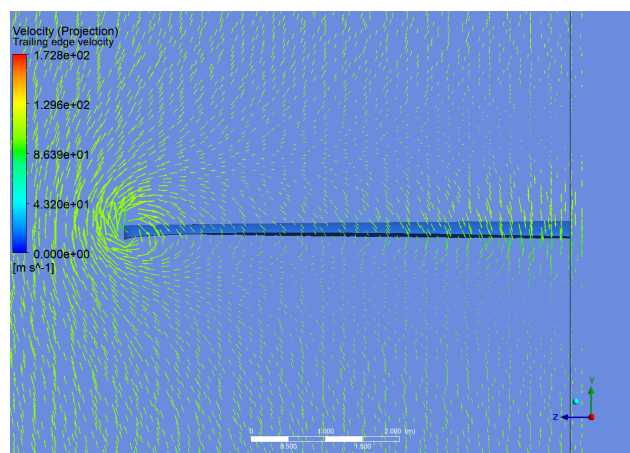


Figura 20: Vórtice de ponta de asa para asa 3D tipo 2.

4.3 Discussão Final

Este trabalho analisou e comparou duas asas com mesma área, porém com geometrias diferentes, uma delas contendo parâmetros geométricos ótimos estimados pela Teoria da Asa Finita. O escoamento sobre ambas as asas também foi resolvido por meio da solução das equações de N-S utilizando os modelos de turbulência SST $k - \omega$ e Spalart-Allmaras.

Para uma faixa razoável de ângulos de ataque, os resultados obtidos pelos dois métodos supramencionados estão em satisfatória concordância, especialmente em relação ao coeficiente de sustentação. Conforme esperado, naquelas situações onde os efeitos viscosos são predominantes, como em elevados ângulos de ataque (positivo ou negativo), houve substancial discordância entre os resultados, uma vez que os efeitos viscosos não são previstos pela Teoria da Asa Finita. Tal fato pode ser claramente observado na Fig. 15 para $\alpha < -5.0^\circ$ e $\alpha > 7.5^\circ$. O motivo para esta característica ser percebida de forma mais evidente na asa tipo 2 é a torção existente ao longo da asa, o que resulta em elevados valores locais de α , causando separação do escoamento.

Apesar das limitações da Teoria da Asa Finita em relação aos efeitos viscosos, sua aplicabilidade é, de certa forma, evidente nos resultados mostrados na subseção anterior. Deve-se notar que na Seção 2 a Teoria da Asa Finita foi utilizada para obter uma geometria visando minimizar o arrasto induzido. Tal objetivo foi cumprido, conforme pode ser visto nas Figs. 14 e 16, onde a porção do arrasto total relativa ao arrasto induzido mostra-se mais elevada na asa tipo 1 em relação à asa tipo 2. Embora a solução obtida pelo método RANS não contabilize separadamente o arrasto induzido, as Figs. 19 e 20, as quais foram obtidas para asas com mesma área e que geram a mesma sustentação, mostram que o vórtice de ponta de asa é substancialmente mais intenso na asa que não possui torção (tipo 1). Monsch e Figliola (2007) aplicaram a técnica do Plano de Trefftz para estimar o arrasto induzido gerado por uma asa. Entretanto, tal análise está fora do escopo deste trabalho.

Finalmente, o polar de arrasto para ambas as asas, o qual é mostrado nas Figs. 17 e 18, evidencia que para uma faixa razoável ângulos de ataque, a asa com torção ótima (tipo 2) produz menos arrasto do que a asa sem torção (tipo 1).

Uma vez que a Teoria da Asa Finita não prevê arrasto viscoso, tal quantidade não é calculada, mas sim obtida de dados experimentais ou simulações para aerofólios 2D que contemplem efeitos viscosos, tais como o Método dos Painéis e de Vórtices apresentado por Pereira e Bodstein (2004). Entretanto, tais soluções são sensíveis a quantidades como rugosidade de número de Reynolds. Neste sentido, não há motivo para discussões adicionais a respeito do arrasto viscoso no contexto do presente trabalho, e os polares de arrasto apresentados nas Figs. 17 e 18 devem ser comparados qualitativamente.

5. REFERÊNCIAS

- Gudmundsson, S., 2014. *General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures*. Elsevier, Waltham.
- Ives, R., Keir, A.S., Bassey, E. e Hamad, F.A., 2017. "Investigation of the flow around an aircraft wing of section naca 2412 utilising ansys fluent". *Council of European Aerospace Society*.
- Kaygan, E. e Ulusoy, C., 2018. "Effectiveness of twist morphing wing on aerodynamic performance and control of an aircraft". *Journal of Aviation*.
- Menter, F., 1994. "Two equation eddy-viscosity turbulence modeling for engineering applications". *AIAA Journal*, Vol. 32, pp. 1598–1605.
- Monsch, S. e Figliola, R., 2007. "Computation of induced drag for 3d wing with volume integral (trefftz plane) technique". *AIAA Journal*.
- Pannirselvam, M., 2020. *Simulation of Airfoil Flow and Determination of Induced Drag with Ansys-Fluent*. Master's thesis, Hamburg University of Applied Sciences, Hamburg.
- Pereira, L.H.G. e Bodstein, G.C.R., 2004. "Método dos painéis com distribuições de singularidade quadráticas aplicados a escoamentos bidimensionais sobre aerofólios". *ENCIT – 10º Congresso Brasileiro de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*.
- Phillips, W.F., 2010. *Mechanics of Flight*. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken.
- Rezende, A.L.T. e Nieckle, A.O., 2009. "Evaluation of turbulence models to predict the edge separation bubble over a thin airfoil". *20th International Congress of Mechanical Engineering*.
- Spalart, P.R. e Allmaras, S.R., 1993. "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows". *AIAA 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*.

6. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

O(s) autor(es) é(são) o(s) único(s) responsável(is) pelo conteúdo deste trabalho.

EVALUATION OF AERODYNAMIC COEFFICIENTS OF WINGS WITH OPTIMUM TORSION BY CFD SIMULATION

Bernardo Maia de Mello Alves, bernardommalves@gmail.com¹

Wallace Rosendo, wrosendoeng@ime.eb.br¹

Andre Luiz Tenório Rezende, arezende@ime.eb.br¹

¹Military Institute of Engineering, Praça Gen. Tibúrcio, 80 - Urca, Rio de Janeiro - RJ, 22290-270

Abstract: The flow field around a finite wing is a very well studied problem since the beginning of the 20th century, when Ludwig Prandtl first presented his classic Finite Wing Theory. However, this theory is derived from the potential flow theory and does not account for viscosity and consequently to its effects, namely parasitic drag and flow detachment. While the aerodynamic lift and induced drag can be satisfactorily predicted by the finite wing theory, the total drag and the stall characteristics calculations demand the complete Navier-Stokes equations to be solved. Due to the complexity and high computational cost for solving the Navier-Stokes equations in its complete form, the purpose of this study is the application of Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations for the three-dimensional steady state flow over a finite wing with no taper or twist, as well as for a wing with optimum geometric twist and taper ratio in order to obtain the lift and drag coefficients and compare it to the results given and taper obtained by the classic Finite Wing Theory. The SST $k - \omega$ and the Spalart-Allmaras models are used. Simulations were accomplished for angles of attack ranging from -5.0° to 15.0° with a Reynolds number of 6.0×10^6 at the wing root. Aiming to account for drag in the context of the lifting line theory, a hybrid theory was constructed that utilizes Prandtl's Finite Wing analytical solutions for the lift and induced drag, and available data for the parasite drag.

Keywords: induced drag, RANS, CFD, optimum torsion