

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA DISPOSIÇÃO GEOMÉTRICA DOS EIXOS NO CUSTO DE PRODUÇÃO DE UM REDUTOR DE VELOCIDADE

Lúcio Flávio Souza Oliveira, luciooliveira@hotmail.com¹
José Carlos De Lima Junior, limajrcarlos@hotmail.com²
João Bosco de Aquino Silva, joao.bosco@academico.ufpb.br³

¹UFPB, Campus I - Lot. Cidade Universitaria, João Pessoa – PB,

²UFPB, Campus I - Lot. Cidade Universitaria, João Pessoa – PB,

Resumo. O estudo vai consistir na análise da influência da disposição geométrica de um conjunto de engrenagens no custo de manufatura de um redutor de velocidade. Para isso, analisou-se um redutor composto por um conjunto de cinco engrenagens, sendo que uma delas é do tipo de dentes retos e as demais são do tipo helicoidal. Esse estudo consistiu em encontrar a disposição dos eixos que minimize o custo de manufatura do produto, no entanto, essa análise será de forma indireta, não será calculado o custo de produção em si, mas será avaliado o ponto de mínimo custo. Neste sentido, iremos buscar um ponto que, simultaneamente, proporcione um menor diâmetro dos eixos, rolamentos mais simples e menor volume da caixa que envolve os elementos. Concluiu-se, neste estudo, que há sim uma correlação entre a disposição dos eixos e o custo envolvendo a manufatura da caixa de redução. Diante disso, sugere-se à equipe do Fórmula SAE UFPB, a revisão geométrica do redutor de velocidade de seu veículo, buscando uma maior eficiência econômica e uma leve redução de peso do veículo.

Palavras chave: Minimização de custos. Redutores de velocidade. Análise geométrica.

Abstract. The study will consist of analyzing the influence of the geometric arrangement of a gear set on the manufacturing cost of a speed reducer. For this, a gearbox composed of a set of five gears was analyzed, one of which is of the spur type and the others are of the helical type. This study consisted of finding the arrangement of the axes that minimizes the cost of manufacturing the product, however, this analysis will be indirectly, the production cost itself will not be calculated, but the point of minimum cost will be evaluated. In this sense, we will look for a point that, simultaneously, provides a smaller diameter of the axles, simpler bearings and smaller volume of the box that surrounds the elements. It was concluded, in this study, that there is a correlation between the arrangement of the axles and the cost involving the manufacture of the reduction box. In view of this, it is suggested to the Formula SAE UFPB team, the geometric revision of the speed reducer of their vehicle, seeking greater economic efficiency and a slight reduction in vehicle weight.

Keywords: Cost minimization, Speed reducers, Geometric analysis.

1. INTRODUÇÃO

Desde sempre, as principais funções dos redutores de velocidades são, obviamente, a redução de velocidade, e por consequência a multiplicação do torque e, a transmissão de potência. Geralmente, dimensiona-se um redutor de velocidade buscando-se apenas atender aos requisitos de potência necessária ao deslocamento de uma máquina, torque e velocidade. Não se busca, em princípio, realizar uma análise geométrica do redutor buscando atender tanto aos requisitos elencados acima quanto a minimização de custos advinda dessa análise.

Neste sentido, esse trabalho busca compreender a influência da disposição geométrica dos elementos que compõe um redutor de velocidade no seu custo de produção. Basicamente, o custo relativo à manufatura do produto é composto do custo de produção dos eixos e das engrenagens, da manufatura da caixa e da compra dos rolamentos. Veremos adiante que o custo relativo à confecção das engrenagens é o mesmo para as mais diversas posições relativas dos eixos. Logo, o que vai influenciar no custo do produto são os três outros itens.

1.1. Objetivos

Esse estudo buscou encontrar a melhor posição relativa dos eixos que compõe um redutor de velocidade a fim de minimizar os custos. Para isso analisou-se as curvas dos momentos fletores dos eixos em diferentes posições angulares, buscando-se àquela que produza os menores valores do momento. Analisou-se, ainda, os esforços realizados sobre os rolamentos que estão montados sob os eixos e, por último fez-se um estudo de minimização da caixa redutora, visando a redução do seu volume e, conseqüentemente, a redução do custo.

2. METODOLOGIA

O redutor de velocidade analisado deve transmitir uma potência de 6 kW e uma velocidade de saída de 145 rpm. O mesmo possui cinco engrenagens, enumeradas de 1 a 5, que devem proporcionar uma redução de 8:1. O desenho do redutor de velocidade é apresentado na Fig. 1.

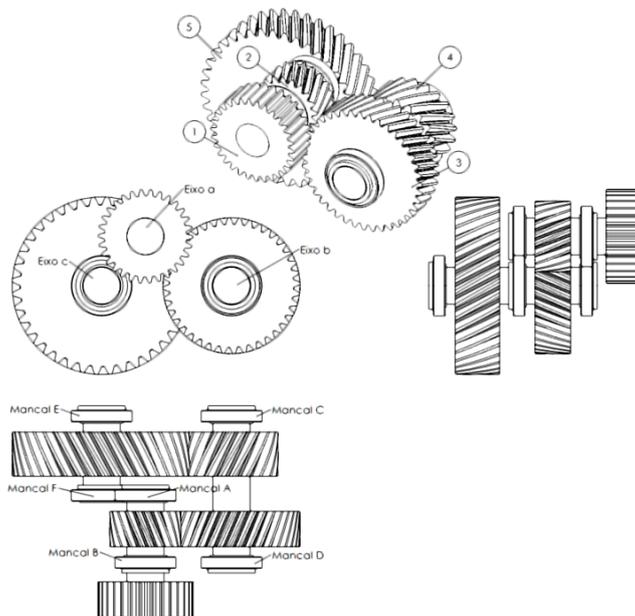


Figura 1. Disposição geométrica do trem de engrenagens

A engrenagem que acopla à engrenagem (1) é a que sai do motor. Inicialmente, vamos analisar qual é a melhor posição angular que se deve colocar esta engrenagem, a do motor, a fim de minimizar o momento fletor sobre o eixo (a) e, também, minimizar a carga sobre os mancais (A) e (B). Portanto, vamos realizar uma análise de forças sobre as engrenagens de acordo com a Fig. 2.

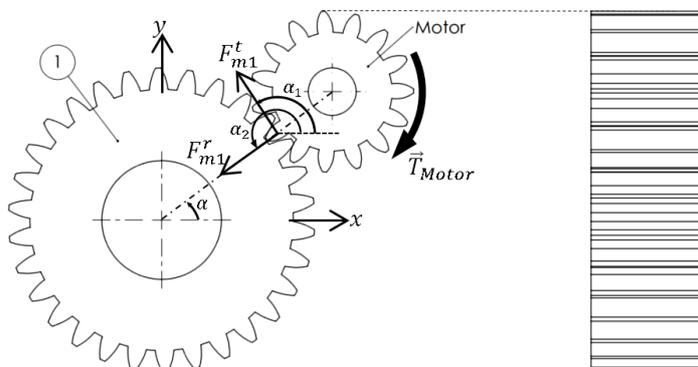


Figura 2. Interação de força entre as engrenagens do motor e a engrenagem (1)

De acordo com a Fig. 2, o ângulo α é medido entre o eixo das abscissas, x , e a linha pontilhada que liga o centro dos eixos, portanto, o ângulo α , corresponde à posição angular do eixo do motor em relação ao eixo de entrada do redutor de velocidade, eixo (a), medido a partir do eixo x do plano cartesiano. Como o par de engrenagens da figura acima é do

tipo de dentes retos, apenas se estabelecerá forças tangenciais e radiais sobre as mesmas, a força axial é nula. As componentes da força que é exercida pela engrenagem acoplada ao motor na engrenagem (1) são dadas pela Eq. (1).

$$\vec{F}_{m1} = \begin{bmatrix} F_{m1}^t \cdot \cos(\alpha_1) + F_{m1}^r \cdot \cos(\alpha_2) \\ F_{m1}^t \cdot \sin(\alpha_1) + F_{m1}^r \cdot \sin(\alpha_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

O mesmo procedimento foi realizado para o par de engrenagens (2) e (3) e também para o par (4) e (5). Os diagramas de corpo livre das engrenagens, assim como as componentes das forças são fornecidas pelas Fig. 3 e Fig. 4 e pelas Eq. (2) e Eq. (3), respectivamente.

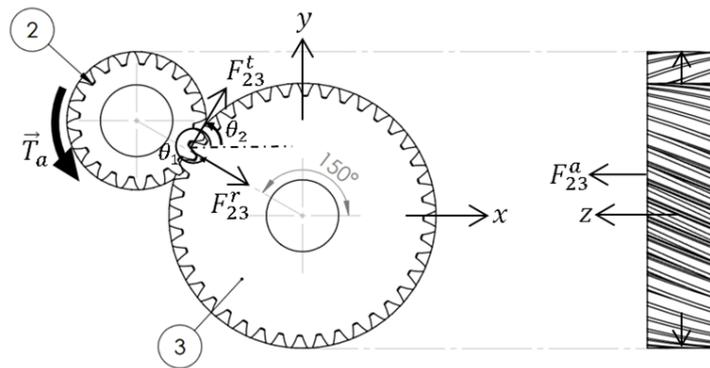


Figura 3. Interação de força entre as engrenagens (2) e (3)

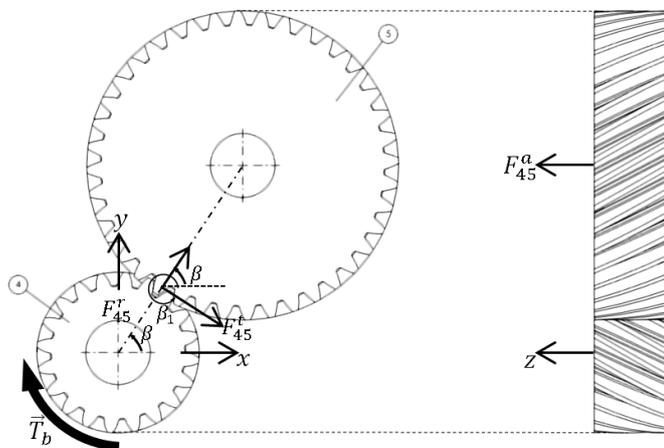


Figura 4. Interação de força entre as engrenagens (4) e (5)

A partir da Fig. 4, é possível identificar o ângulo β , que é formado entre o eixo horizontal, x , e a linha pontilhada, a qual liga o centro dos eixos. Esse ângulo indica a posição angular do eixo de saída do redutor, eixo (c), em relação ao eixo intermediário, eixo (b), medido a partir do eixo x , do plano cartesiano.

$$\vec{F}_{23} = \begin{bmatrix} F_{23}^r \cdot \cos(\theta_1) + F_{23}^t \cdot \cos(\theta_2) \\ F_{23}^r \cdot \sin(\theta_1) + F_{23}^t \cdot \sin(\theta_2) \\ F_{23}^a \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\vec{F}_{45} = \begin{bmatrix} F_{45}^r \cdot \cos(\beta) + F_{45}^t \cdot \cos(\beta_1) \\ F_{45}^r \cdot \sin(\beta) + F_{45}^t \cdot \sin(\beta_1) \\ F_{45}^a \end{bmatrix} \quad (3)$$

Onde:

$$\alpha_1 = \alpha + 90^\circ \quad (4)$$

$$\alpha_2 = \alpha + 180^\circ$$

$$\theta_1 = \theta + 180^\circ$$

$$\theta_2 = \theta - 90^\circ \quad (5)$$

$$\theta = 150^\circ$$

$$\beta_1 = \beta + 270^\circ \quad (6)$$

Em seguida, essas forças foram calculadas variando os ângulos α e β de 0° à 360° em intervalos de 15° no MatLab. A partir desses resultados foi possível calcular as forças exercidas sobre os mancais e, ainda, o momento fletor máximo sobre os eixos.

Por último, foi realizada uma análise variando o ângulo β , de 0° à 360° em intervalos também de 15° , verificando-se a influência desse sobre a área da caixa redutora.

3. RESULTADOS

3.1. Influência dos ângulos alfa e beta sobre os momentos fletores dos eixos

Para uma melhor compreensão da influência do ângulo α sobre o momento fletor máximo do eixo (a), devemos analisar a Fig. 5, no qual nos eixos das abscissas há os valores dos ângulos analisados e no eixo das ordenadas há o respectivo valor do momento fletor máximo do eixo.

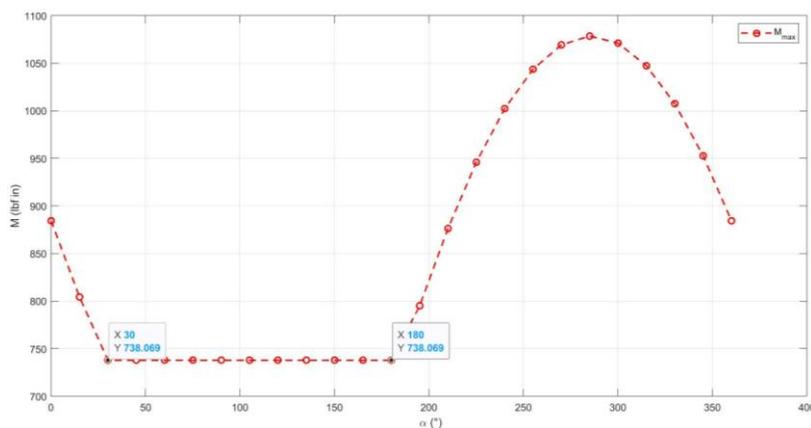


Figura 5. Influência da variação do ângulo alfa no momento fletor máximo do eixo (a)

Como pode ser visto na Fig. 5, o momento fletor sobre o eixo (a) não é constante. Quando se varia o ângulo α , de 0° à 360° , o momento fletor apresenta valores diferentes para ângulos distintos. No entanto, entre o intervalo de 30° à 180° , esse se mantém constante em seu menor valor, isso se deve à combinação da interação das forças atuantes bem como dos momentos. Nesse sentido, esse range, que compreende os valores de 30° à 180° é um intervalo importante, pois ele, certamente, irá influenciar na escolha do ângulo ideal, o qual minimizará o custo de produção do eixo. Deve-se recordar que esse ângulo, α , indica a posição angular em que a engrenagem acoplada ao eixo do motor deve estar posicionada em relação ao eixo (a), que é o eixo de entrada do redutor de velocidade. Nesse sentido, apenas posicionando o motor em um local adequado, dentro do range de valores estabelecido, já se conseguiria uma redução de custo, já que o diâmetro do eixo (a) poderia ser menor quando comparado a valores localizados fora do range, pois valores menores de

momento fletor máximo representam menores esforços e, conseqüentemente, eixos de menores diâmetros atendem às cargas solicitadas.

Já na Figura 6, semelhante ao que foi apresentado anteriormente, verifica-se que o ângulo β exerce uma grande influência sobre o momento fletor do eixo (b), bem como no eixo (c), como é visto na Fig. 7.

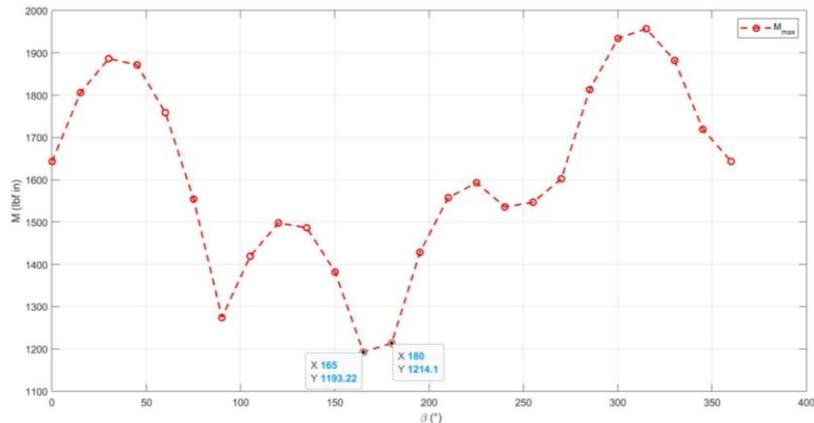


Figura 6. Influência da variação do ângulo beta no momento fletor máximo do eixo (b)

Assim como na Fig. 5, em que uma variação do ângulo α representa, em boa parte do gráfico, uma variação do momento fletor, vemos algo bem semelhante na Fig. 6, com o ângulo β , variando-se o ângulo de 0° à 360° , em intervalos de 15° , verifica-se que o momento apresentado sobre o eixo (b) também varia, apresentando seus valores mais baixos nas posições angulares de 165° e 180° . Assim como o ângulo α representa a posição angular do eixo do motor em relação ao eixo de entrada do redutor - eixo (a), medido a partir do eixo x, o ângulo β representa a posição angular do eixo de saída do redutor de velocidade, eixo (c), em relação ao eixo intermediário do redutor, eixo (b), a medição desse ângulo também é realizada a partir do eixo x do plano cartesiano. Dessa forma, os valores mínimos dos momentos fletor são interessantes por produzir uma redução de custo, logo, eles serão analisados detalhadamente.

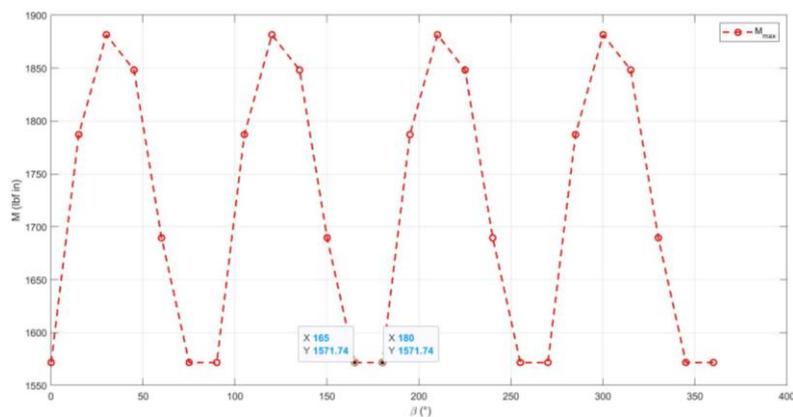


Figura 7. Influência da variação do ângulo beta no momento fletor máximo do eixo (c)

Seguindo o raciocínio anterior, vemos que na figura acima, Fig. 7, o ângulo β também influencia no valor do momento fletor máximo do eixo de saída, eixo (c). Dessa forma, como esse ângulo também influencia no momento fletor do eixo (b), devemos escolher um ângulo que minimize os dois momentos fletor simultaneamente, dessa forma, a partir do gráfico, pode-se concluir que os valores que minimiza tanto o momento fletor do eixo (b) quanto do eixo (c) são: 165° e 180° .

3.2. Influência dos ângulos alfa e beta sobre as reações nos mancais

Do mesmo modo que vimos que há uma influência do ângulo α sobre o momento fletor máximo do eixo (a), veremos se a variação desse ângulo ocasionará ou não uma variação dos valores relativos às reações dos mancais (A) e (B). Essa suposta influência pode ser verificada na Fig. 8.

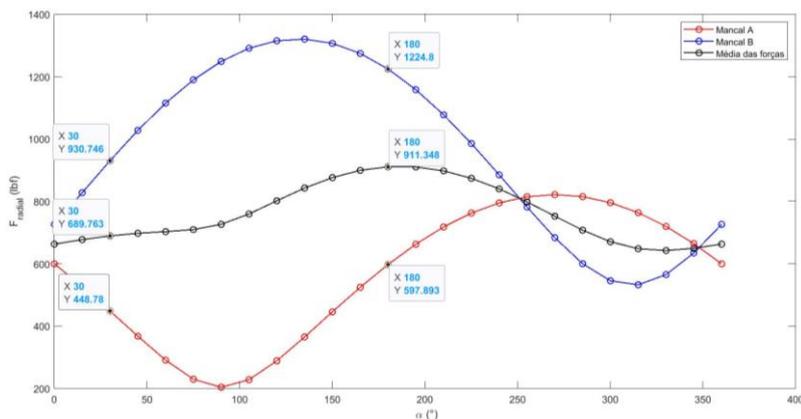


Figura 8. Influência da variação do ângulo alfa nas reações dos mancais (A) e (B)

O gráfico acima, Fig. 8, apresenta duas grandezas físicas, representadas pela linha vermelha e pela linha azul. Já a linha preta, não representa uma grandeza física, mas sim matemática, já que ela representa a média das forças radiais atuantes nos dois mancais.

A linha azul da Fig. 8 representa a variação da força radial atuante sobre o mancal (A) em função do ângulo α , como o mínimo do momento fletor máximo do eixo (a) ocorre no intervalo em que α está entre 30° e 180° devemos procurar o ângulo α que também minimiza a força radial sobre o mancal (B). Logo, α é igual a 30° .

Já observando a linha vermelha da Fig. 8, verifica-se que o ângulo α que minimiza a força radial atuante no mancal (A) é 90° . Portanto, entramos em um impasse, já que 30° atende tanto ao valor mínimo do momento fletor do eixo (a) como da força radial exercida sobre o mancal (B), mas não sobre o mancal (A) e, 90° atende ao valor mínimo do momento fletor do eixo (a) como também da força exercida sobre o mancal (A), mas não sobre o mancal (B).

Nesse contexto, nasce o sentido de fazer uma média aritmética entre as forças radiais atuantes em pontos distintos do eixo. Essa média servirá para decidirmos, de forma mais acertada, o valor do ângulo α que minimizará os custos tanto da produção do eixo (a) quanto da seleção dos rolamentos, que depende de forma direta do valor das forças radiais. Nesse sentido, desde que não haja uma diferença expressiva entre os valores das forças radiais exercidas sobre os mancais (A) e (B), a média dessas forças deve ser levada em consideração na decisão do melhor ângulo, tomando sempre a menor média. Essa ressalva que não pode haver uma grande diferença nos valores calculados das forças radiais nos dois mancais, deve-se ao fato que, quando essa diferença é expressiva, geralmente, os tipos de rolamentos devem ser diferentes e isso implica em algumas dificuldades para a manutenção do equipamento.

Já na Figura 9, verifica-se a influência do ângulo β sobre as reações que são exercidas pelos mancais (C) e (D). E na Fig. 10, veremos a influência desse mesmo ângulo, agora, nas reações dos mancais (E) e (F).

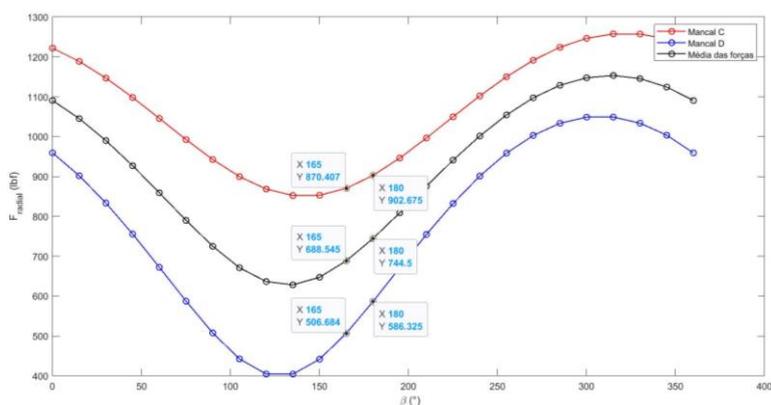


Figura 9. Influência da variação do ângulo beta nas reações dos mancais (C) e (D)

Semelhante ao que foi visto anteriormente, temos na Fig. 9, a constatação da influência do ângulo β nas forças radiais exercidas sobre os mancais (C) e (D), dessa forma, devemos escolher o ângulo β que atenda, simultaneamente, tanto aos mínimos momentos fletores máximos dos eixos (b) e (c) como as menores médias aritméticas das forças radiais exercidas sobre os mancais (C), (D), (E) e (F). Como visto na figura acima, o valor do ângulo β que atende as três primeiras exigências, menor momento fletor máximo sobre o eixo (b) e (c) e menor média da força radial atuante sobre os mancais (C) e (D), é o de 165° .

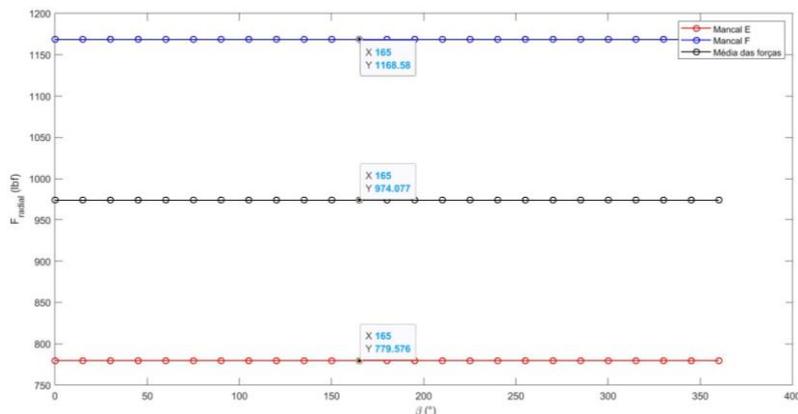


Figura 10. Influência da variação do ângulo beta nas reações dos mancais (E) e (F)

Vemos na Fig. 10 que o ângulo β não exerce qualquer influência nas forças exercidas sobre os mancais (E) e (F). Portanto o valor do ângulo β considerado ideal, ou seja, aquele que minimiza os custos, continua, ainda, sendo 165°.

3.3. Influência do ângulo beta sobre o volume da caixa de redução

Como já foi visto acima, o ângulo β vai mexer com a disposição geométrica dos elementos que constituem o redutor de velocidade, já o ângulo α nada tem haver com a caixa redutora, mas apenas com o acoplamento do motor à caixa, o qual é feito por meio de engrenagens. Esse acoplamento é externo à caixa redutora e, portanto, não afetará na geometria e nem no volume da caixa. Nesse contexto, apenas o ângulo β vai influenciar tanto na geometria quanto no volume da caixa redutora de velocidade.

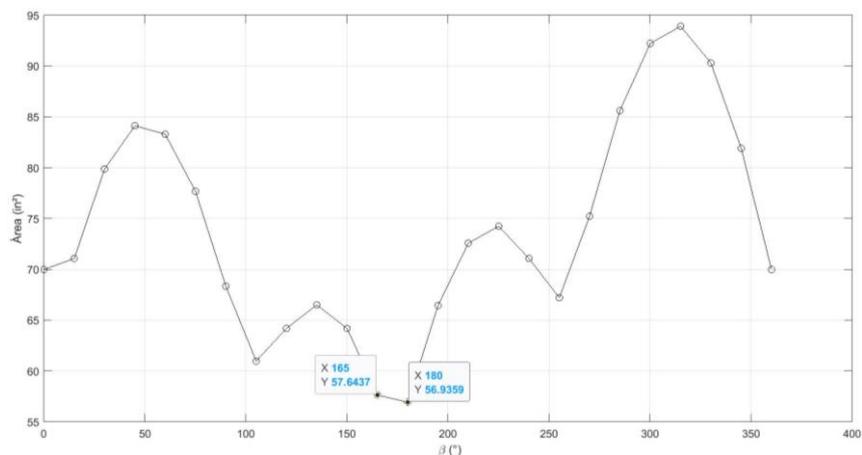


Figura 11. Influência da variação do ângulo beta na área frontal da caixa de redução

A partir da Figura 11, verifica-se uma forte influência do ângulo beta na área da caixa de redução, vê-se ainda, que há um ponto de mínimo. Esse ponto corresponde ao valor do ângulo β de 180°, no entanto, há um ponto em que o valor da área é próximo ao mínimo e que este ponto atende aos requisitos anteriormente estabelecidos. Portanto, faz-se sentido adotar esse valor de β como sendo o valor ideal, que no caso é 165°.

4. CONCLUSÕES

As principais conclusões do estudo podem ser assim sumarizadas:

A forma como os eixos estão dispostos em um redutor de velocidades influencia grandemente nas grandezas físicas que estão diretamente ligadas ao diâmetro dos eixos, que no caso é o momento fletor; que também estão ligadas à seleção do tipo de rolamento, que nesse caso é o valor da força radial que atua sobre os mancais; e por último, o volume da caixa. Quando se reduz o valor dessas três grandezas físicas, reduz-se, conseqüentemente, o valor de produção do redutor de velocidade.

Nesse sentido, buscamos nesse estudo, encontrar os valores dos ângulos alfa e beta que minimize o custo de produção. Uma vez que este está ligado diretamente às três grandezas mencionadas anteriormente, devemos buscar o ângulo que proporcione o menor valor dessas.

Dessa forma, o ângulo alfa que, simultaneamente, minimiza tanto o momento fletor produzido no eixo (a) quanto a média dos esforços radiais alocados sobre os mancais (A) e (B), é o ângulo de 30°. Nesse sentido, como o diâmetro do eixo aumenta à proporção que o momento sofrido por ele também aumenta e, a seleção do tipo de rolamento que deve ser assentado nos mancais depende do tipo de esforço e da magnitude do esforço alocado sobre o mesmo, conclui-se, portanto, que esse valor de alfa atende, simultaneamente, as duas condições.

Já para a escolha do ângulo beta, devemos escolher o ângulo que atenda, simultaneamente, aos seguintes requisitos: minimizar o momento fletor sobre o eixo (b) e (c), minimizar os esforços sobre os mancais (B), (C), (D) e (E) e também minimizar o volume da caixa. Nesse contexto, analisando as Fig. 6, Fig. 7, Fig. 9, Fig. 10 e a Fig. 11, percebemos que o ângulo beta que nos fornece a melhor solução é o ângulo de 165°. Pois, embora ele não proporcione o menor valor dos esforços alocado sobre os mancais (C) e (D) nem o menor volume da caixa, esse ângulo, quando se analisa o conjunto dos requisitos, é o que apresenta a melhor solução. Desse modo, ele vai minimizar o custo gerado para a produção da caixa - envelope e, também, minimizará os momentos fletores gerados sobre os eixos (b) e (c), diminuindo dessa forma o diâmetro dos mesmos.

5. AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, em especial, aos professores José Carlos De Lima Junior e João Bosco de Aquino Silva, pela contribuição no desenvolvimento desse trabalho, bem como aos demais envolvidos de forma direta e indireta.

6. REFERÊNCIAS

- BUDYNAS, Ricardo; NISBETT, J K. Elementos de Máquinas de Shigley . São Paulo: Grupo A, 2016. 9788580555554. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580555554/>. Acesso em: 11 fev. 2022.
- COLLINS, Jack A. Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas, 2ª edição . Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2019. 9788521636243. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521636243/>. Acesso em: 11 fev. 2022.
- CHAPMAN, Stephen J. Programação em MATLAB para engenharia – Tradução da 5ª edição norte-americana . São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2018. 9788522125234. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522125234/>. Acesso em: 11 fev. 2022.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.