

## **ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM GUIAS DE MOVIMENTO LINEAR DE UMA MESA DE COORDENADAS CNC EMPREGANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

**Fernando Henz Maldaner**, fernando.maldaner@acad.br<sup>1</sup>  
**Cristiano José Scheuer**, cristiano.scheuer@gmail.com<sup>1</sup>  
**Rene Quispe Rodríguez**, rene.rodriguez@ufsm.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Tecnologia e Mecânica dos Materiais (GMAT) – Departamento de Engenharia Mecânica, UFSM, 97105-900, Santa Maria, RS, Brasil.

**Resumo.** O Método de Elementos Finitos (MEF) é um procedimento numérico para determinar soluções aproximadas de problemas de valores sobre o contorno de equações diferenciais. O MEF é uma ferramenta bastante utilizada para simular esforços em componentes mecânicos, e otimizar o seu projeto. Devido aos erros de precisão do MEF, costuma-se realizar o comparativo dos seus resultados com o método analítico. Dentro deste contexto, este estudo teve como objetivo realizar uma análise das tensões e consequentes deflexões máximas em um sistema de guias de movimento linear, que integra uma mesa de coordenadas de comando numérico computadorizado (CNC). Para tanto, foi realizada uma comparação entre métodos de análise, considerando quatro diferentes cenários: análise de tensão em malha fina e malha grossa e análise de deformação em malha fina e malha grossa. O MEF foi aplicado mediante o emprego do software comercial ABAQUS, considerando o referido componente estrutural como sendo uma viga do tipo biapoiaada. Os resultados obtidos mostram que os cenários avaliados diferem em distribuição de carga ao longo da guia linear, e também ao refinamento da malha no ambiente de simulação do software. A solução analítica apresentou os menores valores de tensão e deformação. O MEF apresentou diferenças nos valores de tensão em 6%, e para deformação gerou diferenças de até 25% em comparação com a solução analítica, dado que esta última não considera as furações existentes e geometrias da viga estudada.

**Palavras chave:** Solução analítica, MEF, Software Abaqus. Malha, Carga.

**Abstract.** The Finite Element Method (FEM) is a numerical procedure for determining approximate solutions of value problems on the boundary of differential equations. The FEM is a widely used tool to simulate efforts in mechanical components, and to optimize their design. Due to the precision errors of the FEM, it is customary to compare its results with the analytical method. Within this context, this study aimed to carry out an analysis of the stresses and consequent maximum deflections in a linear motion guide system, which integrates a computerized numerical command (CNC) coordinate table. For that, a comparison between analysis methods was performed, considering four different scenarios: fine-mesh and coarse-mesh stress analysis and fine-mesh and coarse-mesh strain analysis. The FEM was applied using the commercial software ABAQUS, considering the referred structural component to be a beam of the double-supported type. The results obtained show that the evaluated scenarios differ in load distribution along the linear guide, and also in the mesh refinement in the software simulation environment. The analytical solution showed the lowest stress and strain values. The FEM showed differences in stress values of 6%, and for deformation it generated differences of up to 25% compared to the analytical solution, since the latter does not consider the existing holes and geometries of the beam studied.

**Keywords:** Analytical solution, MEF, Abaqus software, Mesh, Load.

### **1. INTRODUÇÃO**

Uma demanda recorrente no projeto de sistemas mecânicos é a redução do custo final do produto. Para alcançar isso, é necessário adotar no desenvolvimento do projeto ferramentas que venham a mitigar desperdícios de tempo, matéria-prima e ferramental. Dentro deste contexto, as ferramentas computacionais são atrativas tanto na execução do modelamento geométrico e dimensionamento de componentes quanto na seleção de materiais e simulação das operações de fabricação (Romano, 2013).

A simulação de esforços utilizando ferramentas computacionais compreende a discretização de um problema físico contínuo afim de obter, em ambiente virtual, um modelo capaz de avaliar o comportamento em deformação de sistemas técnicos submetidos à ação de esforços diversos (Cook *et al.*, 2002).

Segundo Zienkiewicz *et al.* (2013), na década de 1940, matemáticos propuseram soluções admissíveis para um problema contínuo elástico no campo da mecânica dos sólidos, através da análise de pequenas partes do problema original. Posteriormente, o termo “elementos finitos” nasceu para nomear a metodologia padrão que pôde ser aplicada aos sistemas discretos.

O método de elementos finitos permite a análise de componentes mecânicos através de aproximações de técnicas numéricas que discretizam o domínio de um componente contínuo, ou seja, consiste em dividir um componente mecânico em vários elementos pequenos, finitos e bem definidos (Budynas; Nisbett, 2006; Ya *et al.*, 2021). Ainda, conforme Budynas e Nisbett (2006), o comportamento do material é simulado considerando as propriedades geométricas e as características próprias de cada material por meio de funções polinomiais e operações matriciais. Dessa forma, o método pode ser aplicado para analisar, por exemplo, os efeitos de tensões e deflexões em uma barra ou viga metálica.

Nesse contexto, os sistemas mecânicos são constituídos por vários elementos que podem ser considerados como barras ou vigas. Um exemplo disso são as guias de movimentação linear que integram as máquinas CNC, as quais estão sujeitas durante operação à cargas atuantes ao longo de sua estrutura. Neste sentido, Cheng *et al.* (2021) inferiram sobre a importância da guia de movimento linear como componente chave de transmissão em sistemas mecânicos, tendo em vista que a sua rigidez e distribuição de esforços afetam sobremaneira a estabilidade global do equipamento.

Com base no exposto, este trabalho tem como objetivo analisar os esforços atuantes sobre uma guia linear que integra a base de uma mesa de coordenadas CNC, constituindo o eixo principal de movimento do referido equipamento. O modelo considerado na análise é de uma viga apoiada nas duas extremidades com forças atuantes localizadas nos “patins” que deslizam ao longo da guia.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1. Método de elementos finitos

O MEF é um método de solução numérica para problemas de campo (Cook *et al.*, 2002), constituindo uma poderosa ferramenta que utiliza recursos computacionais para calcular e aproximar soluções para problemas de engenharia (Ya *et al.*, 2021).

Atualmente, com a utilização de pacotes de *softwares* comerciais, que fornecem um novo conjunto de possibilidades por meio da programação, a implementação do MEF é facilitada (Ya *et al.*, 2021) e o método pode ser usado para solucionar problemas envolvendo carregamentos estáticos ou dinâmicos, transferência de calor, escoamento de fluídos, magnetoreologia, dentre outros (Alves Filho, 2013).

Para o caso dos problemas estáticos lineares, geralmente em vigas, o passo inicial a ser resolvido é através da separação da viga em vários elementos, o que é chamado de discretização (Budynas; Nisbett, 2006). Esses elementos são conectados através de ‘nós’ que constituem a malha. Na Figura 1(a) pode-se observar um problema linear estático e na Figura 1(b), a malha utilizada na solução do problema.

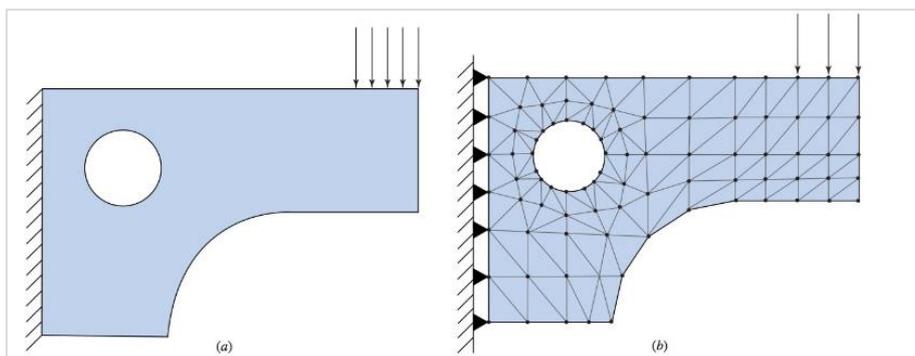


Figura 1. Exemplo de modelo discretizado por elementos finitos (Budynas; Nisbett, 2006)

É preciso considerar também os erros do método, uma vez que o modelo numérico discretiza um problema contínuo. Segundo Budynas e Nisbett (2006), os erros a serem considerados são computacionais e provenientes de arredondamentos originários dos cálculos em ponto flutuante (do inglês, *floating point*) dos computadores, e os erros de discretização que são influenciados pela geometria e pela distribuição de deslocamentos de uma estrutura real.

O elemento básico possui dois ‘nós’ e, considerando uma barra, cada ‘nó’ terá apenas 1 grau de liberdade e pode ser representado através de uma mola simples. Budynas e Nisbett (2006) demonstraram que as forças e constantes podem ser descritas através da Equação (1) na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} f_{i,e} \\ f_{j,e} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_e & -k_e \\ -k_e & k_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde:  $f$  é a força;  $k$  é a constante elástica e  $u$  é o deslocamento.

Segundo Zienkiewicz *et al.* (2013), quando as condições de contorno conforme são inseridas corretamente, resolve-se os deslocamentos desconhecidos de cada nó e as forças internas em cada elemento. Como é difícil definir a simulação de condições de contorno, pode-se analisar o problema com diferentes abordagens na aplicação de restrições e forças aplicadas. Em *softwares* de elementos finitos as condições de contorno são aplicadas nos graus de liberdade e geram as restrições consideradas nas equações.

Após submissão do modelo numérico completo e coerente com o problema real, o *software* fornece as tensões e deslocamentos dos elementos a partir dos cálculos definidos na resolução dos problemas. Para exemplificar isso, um modelo de uma viga engastada em uma das extremidades e com aplicação de carga na outra extremidade é mostrado na Figura 2.

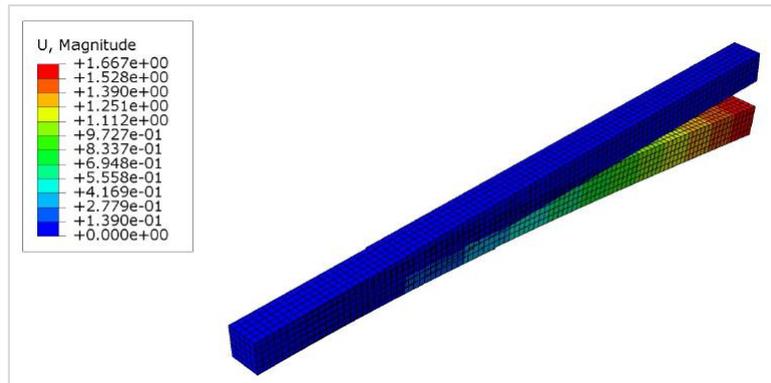


Figura 2. Exemplo de viga analisada em software de elementos finitos

## 2.2. Deflexão em vigas

Estimar a deflexão máxima de uma viga é essencial para determinação dos valores admissíveis nas especificações do projeto mecânico (Beer *et al.*, 2015). Para análise do caso específico de uma viga, é necessário saber as condições de apoio e carregamento atuantes sobre ela, as quais estão ilustrativamente mostradas na Figura 3. Neste exemplo temos uma viga biapoiada (nos pontos A e B), carregada por uma força  $P$  concentrada no ponto D.

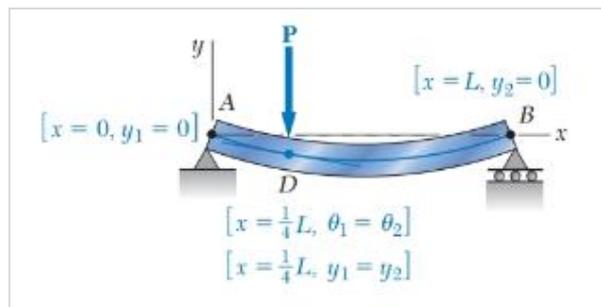


Figura 3. Exemplo de viga biapoiada sob carregamento (Beer et al., 2015)

Para realizar uma análise da deflexão na viga do exemplo da Figura 3 é necessário definir duas funções analíticas, a primeira começando no segmento de AD e a segunda no de DB. A partir das duas equações diferenciais necessárias para obter as soluções analíticas, têm-se como produto as funções  $\theta_1$ ,  $y_1$ ,  $\theta_2$  e  $y_2$ ; sendo duas relacionadas à deflexão igual a zero em A e B, e as demais relacionadas à inclinação e deflexão do ponto D (Beer *et al.*, 2015).

No caso de uma guia linear, pode-se considerar que a viga é de simetria prismática biapoiada, afim de simplificar a análise das tensões e deflexões, conforme ilustrado na Figura 4. Para esse caso específico em que a força é aplicada de forma distribuída, o diagrama de corpo livre permite a obtenção do momento fletor conforme a Equação (2).

$$M = \frac{1}{2}wLx - \frac{1}{2}wx^2 \quad (2)$$

onde:  $M$  é o momento fletor;  $w$  é a força uniformemente distribuída;  $L$  é o comprimento da viga; e  $x$  é a distância entre o ponto de apoio até um ponto determinado.

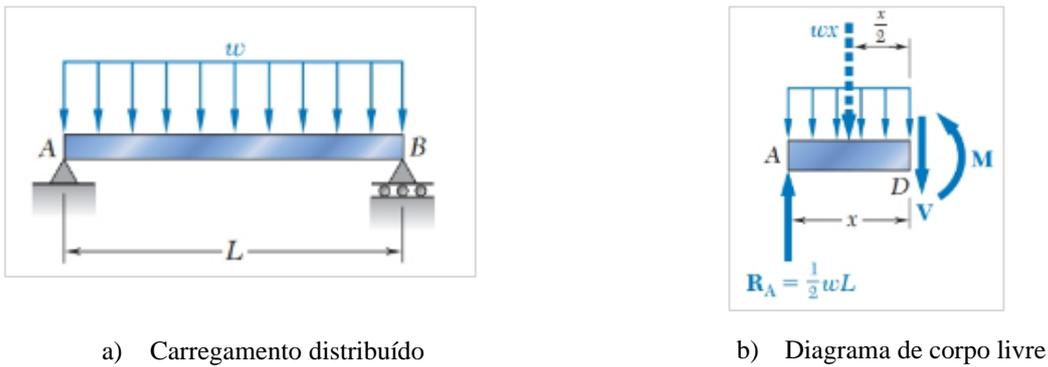


Figura 4. Exemplo de viga biapoiada sob carregamento uniformemente distribuído (BEER *et al.*, 2015)

Para obter a deflexão máxima que a viga apresenta devido ao carregamento atuante sobre ela, inicialmente é necessário realizar a transformação da Equação (2) em uma equação diferencial para a posterior integração (Equação (3)).

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2}wLx - \frac{1}{2}wx^2 \tag{3}$$

onde:  $E$  é o módulo de elasticidade do material e  $I$  é o momento de inércia da seção transversal.

Após a integração em  $x$  da Equação 3 e obtenção dos coeficientes a partir das condições de contorno observadas na Figura 5, é possível a obter a deflexão máxima absoluta ( $y_{max}$ ).

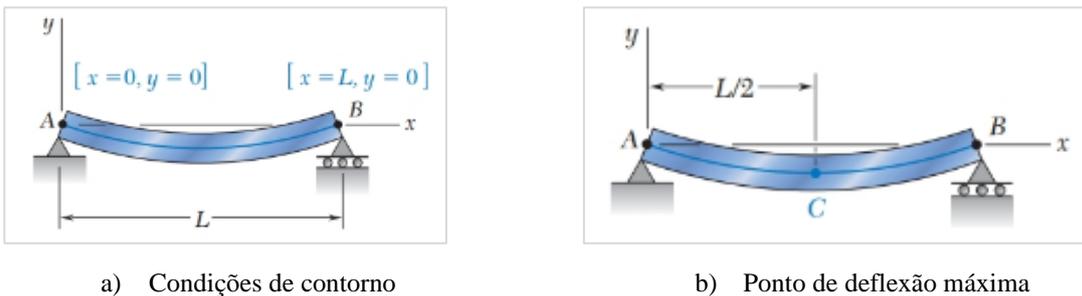


Figura 5. Condições de contorno da viga considerada (BEER *et al.*, 2015)

### 3. METODOLOGIA

Para simular em um estudo de caso a tensão e resultante deflexão em uma viga, foi considerado neste trabalho o caso de uma guia de movimento linear que comumente integra as mesas de coordenadas CNC (Figura 6).

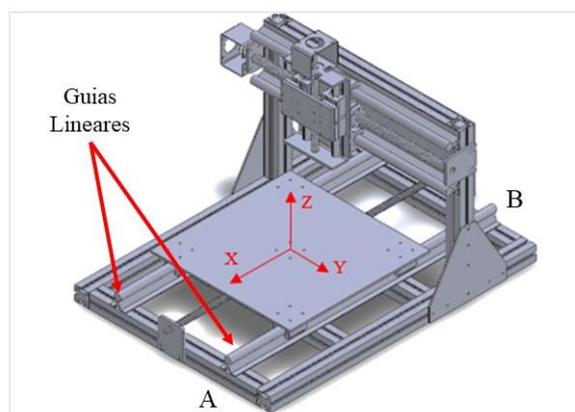


Figura 6. Mesa de coordenadas CNC

Para utilização do FEM, o passo inicial é a formulação do modelo a ser analisado. Dessa forma, inicialmente foi realizada a determinação do modelo real por meio de uma solução analítica, conforme discutido anteriormente.

A guia linear adotada como viga para ser simulada com a aplicação do FEM é semelhante à uma viga do tipo biapoiada. Conforme mostrado na Figura 6, a viga apresenta quatro apoios. Entretanto, para fins de simplificação do modelo foram considerados apenas os apoios nos pontos A e B. Além disso, foram avaliadas duas situações de aplicação de força, sendo a primeira com um carregamento uniformemente distribuído (Situação A) e a segunda com uma carga concentrada na posição central do comprimento da viga (Situação B) (Figura 7(a) e Figura 7(b), respectivamente).

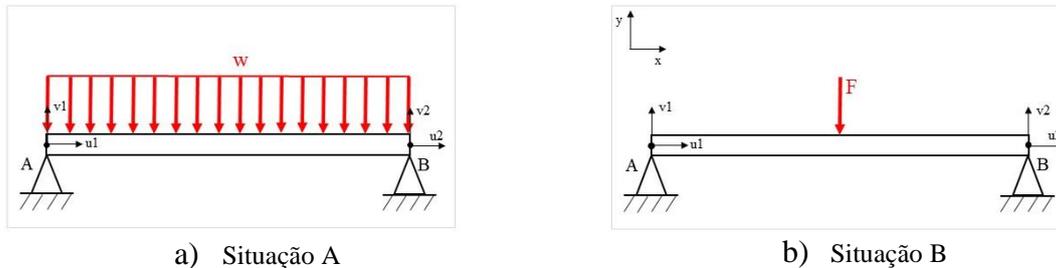


Figura 7. Situações de aplicação de força avaliadas

A geometria da guia linear é apresentada na Figura 8. Para que o modelo analítico possa ser empregado é necessário considerar a guia como uniforme, ou seja, sem furações e recortes. Entretanto, o método de elementos finitos é capaz de considerar todas as geometrias e características da guia linear nas simulações. Ainda, no método foi considerada apenas a guia linear sem o patim, conforme indicado na Figura 8(a).

As condições de contorno da viga analisada são utilizadas no método analítico para determinar as constantes de integração, e posterior definição da equação da deflexão máxima. Neste estudo foram empregadas as condições de contorno em “ $x$ ” igual a 0, “ $v1$ ” igual a 0, ou seja, o deslocamento é nulo na direção “ $y$ ”, e em “ $x$ ” igual a  $L$ , “ $v2$ ” igual a 0.



Figura 8. Guias da mesa de coordenadas CNC

O método de elementos finitos foi aplicado utilizando um *software* comercial denominado ABAQUS. Os resultados obtidos a partir da aplicação do *software* foram utilizados na comparação com os resultados da solução analítica, uma vez que o método apresenta erros de aproximação, enquanto que a solução analítica induz a resultados com maior exatidão.

Ainda, o refinamento da malha utilizada na simulação realizada no *software* interfere na precisão dos resultados obtidos pelo método. Com isso, foram realizadas simulações considerando dois diferentes refinamentos de malha, denominados como malha grossa e fina. As malhas foram elaboradas automaticamente no *software* ABAQUS a partir das ferramentas “*Seed Part*” e “*Mesh Part*”.

Assim, simulou-se os oito diferentes cenários previamente descritos, considerando duas condições de esforço na guia e dois refinamentos diferentes de malhas para o caso.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram simulados preliminarmente os cenários com as duas condições de esforço, distribuído e concentrado, porém os resultados para as duas situações são semelhantes. Assim, aqui somente serão apresentados os resultados referentes ao carregamento distribuído considerando as duas diferentes malhas.

A partir da simulação da deflexão e das tensões de uma guia linear foi possível obter a solução analítica correspondente à solução com maior exatidão para a simplificação adotada. Para isso, foi necessário definir as dimensões da guia as quais foram utilizadas na determinação da tensão e da flecha máxima, as quais são apresentadas na Figura 9. A força considerada

foi de 1000 N e o módulo de elasticidade adotado para o material foi igual a 210 GPa (considerando que o componente em questão é fabricado a partir de aço), valores considerados para fins de simulação.

Com estas condições, os valores da flecha máxima da viga para uma força distribuída, utilizando a equação da flecha máxima para obter a solução analítica, é de 10,6 mm. Da mesma forma para a tensão, a aplicação da equação de tensão resultou no valor de 529 MPa.

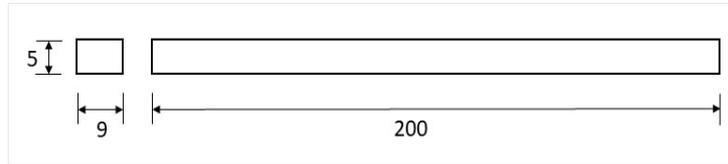


Figura 9. Modelo de viga das guias (unidades em mm)

O método de elementos finitos, embora considere todas as características e geometrias da viga avaliada, apresenta erros na determinação das tensões e deflexões. Diante disso, a diferença entre o método analítico e o método de elementos finitos ocorre devido à furação e recorte da guia serem consideradas somente no método de simulação pelo *software*.

A malha utilizada na simulação também apresenta diferenças quanto a precisão dos resultados, ou seja, quanto mais fina for a malha, tende-se a obter valores de deflexão e tensão máximas mais aproximados aos reais, devido à diminuição dos elementos da viga. A elaboração da malha de forma automática produziu erros e impossibilitou a automação do processo, uma vez que o *software* ABAQUS apresenta falhas em decompor interfaces curvas ou não uniformes (Xing *et al.*, 2019; Xing *et al.*, 2018; Ya *et al.*, 2021). Dessa forma, a malha foi gerada manualmente criando planos a partir da ferramenta “Datum Plane” e particionando a peça em várias células por meio da ferramenta “Partition Cells”. Assim pode-se criar sementes pela “Seed Edges” e a malha em si pela “Mesh Part”. Nesse sentido, a malha grossa utilizada nessa análise corresponde a 4300 elementos, e a malha fina a 14570 elementos.

Os resultados da simulação pelo método dos elementos finitos para análise das tensões e deformação na guia linear são apresentados nas Figura 10, Figura 11, Figura 12 e Figura 13.

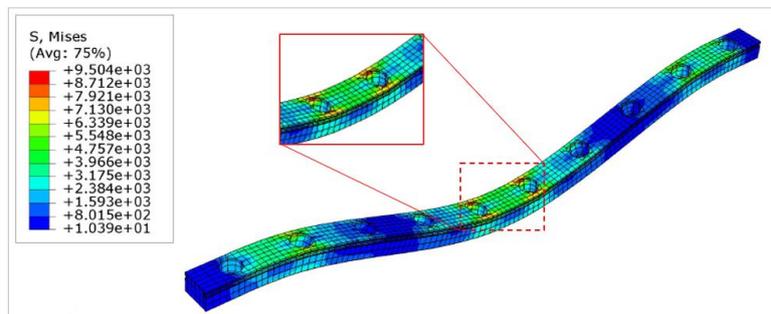


Figura 10. Valores de tensão de Von Mises (em MPa) obtidos na simulação MEF empregando malha grossa

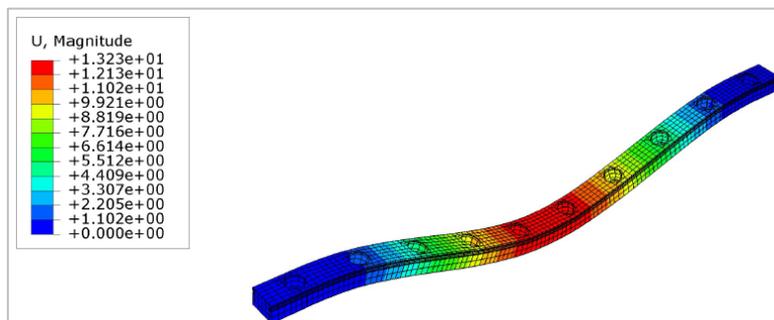


Figura 11. Valores de deformação (em mm) obtidos na simulação MEF empregando malha grossa

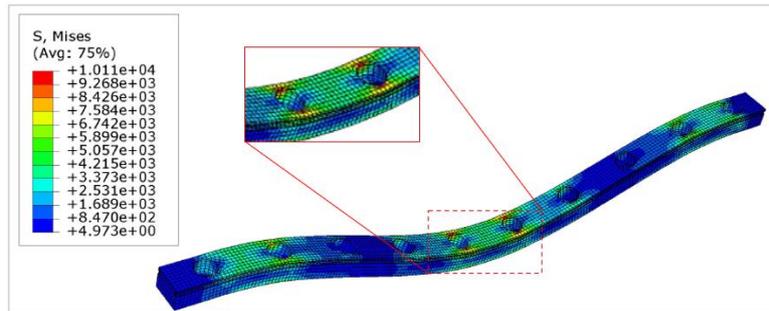


Figura 12. Valores de tensão de Von Mises (em MPa) obtidos na simulação MEF empregando malha fina

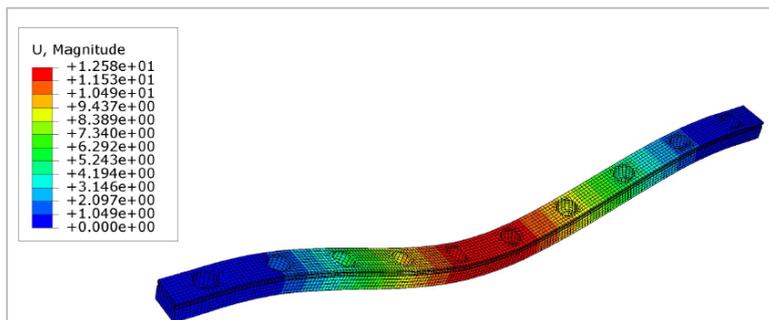


Figura 13. Valores de deformação (em mm) obtidos na simulação MEF empregando malha fina

É possível verificar que utilizando a malha grossa (Figura 10), a tensão máxima presente na guia foi de 950 MPa. Essa tensão apresenta-se nas bordas das furações da guia devido ao fato de os furos constituírem concentradores de tensão sendo, portanto, responsáveis pela alta tensão apresentada. Da mesma forma, pode-se observar na Figura 12 que a tensão máxima em uma malha mais refinada é de 1011 MPa, o que confirma que esse ponto da borda da furação na guia é um ponto crítico do componente.

Avaliando a tensão obtida pela solução analítica e pelo método da simulação, verifica-se uma discrepância entre os valores estimados. Em contrapartida, analisando os pontos em que não há concentradores de tensão, isto é, pontos onde a seção transversal é equivalente às considerações do método analítico, observa-se que as tensões pelo esquema de cores são similares, aproximando-se de 500 MPa.

As Figura 11 e Figura 13 correspondem ao esquema de cores envolvendo a deformação da guia linear, as quais representam uma malha grossa e fina, respectivamente. Verifica-se que na malha grossa a deformação máxima é da ordem de 13,23 mm, e na malha fina de 12,57 mm. Os dois pontos máximos de deformação correspondem à posição no centro a viga, conforme a solução analítica.

Ressalta-se que as deformações avaliadas são consideradas pequenas, pois apresentam uma relação  $\Delta/L$  relativamente baixa ( $L = 200$  mm). Conforme Alves Filho (2012), pequenas deflexões são da ordem de  $1/300$  para análises de materiais lineares, como o aço. Para o caso dos materiais não lineares como a borracha, por exemplo, tem-se deflexões da ordem de  $1/5$ .

Nota-se que a diferença de deformação da solução analítica e do método de elementos finitos ocorre devido as diferenças de volume seção transversal, o qual varia devido às furações e recortes considerados na simulação em elementos finitos, e não levados em consideração no modelo analítico. A diferença de deformação entre a solução analítica e estimada pela solução da simulação com a malha grossa é de aproximadamente 25%, enquanto que para o caso da malha fina, a diferença é em torno de 19%.

A diferença aceitável entre as duas soluções seria em torno de 10%, entretanto o maior valor se deve à diferença de variação de área das duas soluções. Avaliando-se a diferença entre as duas simulações de malha, grossa e fina, constata-se uma diminuição em torno de 5% em relação à deformação após a aplicação da força com a malha fina. Quando analisada a tensão, ocorre o aumento em aproximadamente 6% realizando-se o refinamento da malha.

Observa-se que quanto mais refinada for a malha, obtém-se melhores aproximações em relação às tensões e deformações da viga. Entretanto, conforme versado Ya *et al.* (2021), a geração manual da malha é bastante trabalhosa e demorada, o que consome tempo e atrasa a análise. Embora já tenham sido propostas algumas alternativas de geração automática de malha, a modelagem de estruturas complexas com superfícies irregulares e arestas é um problema, tornando necessário modificação dos elementos nos limites e altos recursos computacionais, especialmente quando o tamanho é reduzido (Ya *et al.*, 2021).

Por fim, é importante destacar que o desempenho das simulações é influenciado pela qualidade da malha aplicada, ou seja, as tensões podem não ser simuladas com precisão quando a malha não é totalmente uniforme (Xing *et al.*, 2018).

## 5. CONCLUSÕES

Para a solução analítica não foi possível considerar a geometria da viga avaliada, com furações e recortes, o que acarretou menores valores de tensão e deformação quando comparados com a solução estimada após a aplicação de simulação por MEF.

As deformações da viga podem ser consideradas pequenas, tanto a obtida pela solução analítica, quanto para as duas diferentes malhas avaliadas no método da simulação. Ainda, comparando as deformações e tensões estimadas pelo método dos elementos finitos com as duas malhas (grossa e fina), observa-se uma pequena diferença, que não ultrapassa 6%.

A malha mais refinada apresenta melhores resultados, uma vez que representa de forma mais fidedigna a viga analisada, quando confrontado seus resultados com aqueles obtidos pelo método analítico.

Finalmente, os resultados de deflexão podem subsidiar a escolha do material para fabricação da guia, além das características geométricas mais adequadas, como por exemplo o tamanho da seção transversal, o que influencia na redução de custos com possíveis trocas de material ou falhas por quebra de componentes pela falta de resistência mecânica.

## 6. REFERÊNCIAS

- Alves Filho, A. Elementos finitos: a base da tecnologia CAE: análise dinâmica. 2. ed. São Paulo: Érica, 2008.
- Alves Filho, A. Elementos finitos: a base da tecnologia CAE: análise não linear. 1. ed. São Paulo: Érica, 2012.
- Alves Filho, A. Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE. 6. ed. São Paulo: Érica, 2013.
- Beer, F. P.; Johnston, E. R.; Dewolf, J. T.; Mazurek, D. F. Mecânica dos materiais. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2015.
- Budynas, R. G.; Nisbett, J. K. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. 8. ed. [S.I]: McGraw-Hill Primis, 2006.
- Cheng, D.; Xu, S.; Kim, S.; Zhang, S. Analysis of non-uniform load distribution and stiffness for a preloaded roller linear motion guide. *Mechanism and Machine Theory*, v. 164, p. 1-26, May 2021.
- Cook, R.D. Malkus, D. S.; Plesha, M. E. *Concepts and applications of finite element analysis*. 4. Ed. [S.I]: John Wiley and Sons, Inc. 2002.
- Romano, L. N. Desenvolvimento de máquinas agrícolas: planejamento, projeto e produção. São Paulo: Blucher Acadêmico, 2013. 310p.
- Xing, W.; Zhang, J.; Song, C.; Tin-Loi, F. A node-to-node scheme for three-dimensional contact problems using the scaled boundary finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 347, p. 928-956, Apr. 2019.
- Xing, W.; Song, C.; Tin-Loi, F. A scaled boundary finite element based node-to-node scheme for 2D frictional contact problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 333, p. 114-146, May 2018.
- Ya, S.; Eisenträger, S.; Song, C.; Li, J. An open-source ABAQUS implementation of the scaled boundary finite element method to study interfacial problems using polyhedral meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 381, p. 1-36, Mar. 2021.
- Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L.; Zhu, J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7. ed. [S.I]: Elsevier, 2013.

## 5. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.