

IDENTIFICAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE UM SISTEMA DE ENERGY HARVESTING COM UM MODELO DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE UTILIZANDO MATERIAL PIEZOELÉTRICO

Bruno F. de A. Prado, brunoprado0318@gmail.com¹
Vinícius C. Smarzaro, vinicius.consolin@hotmail.com¹
Carlos A. Bavastrri, bavastrri@ufpr.br¹
Mariano Febbo, mfebbo@uns.edu.ar²

¹Universidade Federal do Paraná, Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 100 - Jardim das Américas, Curitiba - PR,

²Universidad Nacional del Sur, CONICET Bahía Blanca, Camino La Carrindanga km. 7, Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina,

Resumo. Dispositivos de coleta de energia (Energy Harvesting Devices) são dispositivos que fazem a conversão de energia disponível no ambiente em energia elétrica útil. Uma das diversas possibilidades é através da conversão de energia mecânica de sistemas vibratórios em energia elétrica através de um transdutor piezoelétrico, que gera diferença de potencial quando deformado. Neste trabalho foi estudado um sistema formado por uma pequena viga de aço, onde é acoplada uma viga piezoelétrica ligada a um circuito elétrico, visando projetar um dispositivo simples capaz de converter energia em uma faixa frequências de excitação. A viga primária é excitada pela base, de modo que excita a viga piezoelétrica, gerando diferença de potencial e potência elétrica no sistema. Neste trabalho, foi proposto um modelo dinâmico de dois graus de liberdade e seus parâmetros foram identificados através do ajuste da curva numérica em relação à curva obtida experimentalmente, por meio de técnicas de otimização não linear. A identificação dos parâmetros físicos do sistema apresentou resultados consistentes e de acordo com o esperado. Com os parâmetros físicos do sistema identificados, foi possível otimizá-lo para gerar a máxima potência elétrica para a faixa de frequência estudada.

Palavras chave: Dispositivos de coleta de energia, Otimização, Vibrações mecânicas.

Abstract. Energy Harvesting Devices are devices that convert the energy available in the environment into useful electrical energy. One of the several possibilities is through the conversion of mechanical energy from vibrating systems into electrical energy through a piezoelectric transducer, which generates a potential difference when deformed. In this work, a system formed by a small steel beam where a piezoelectric beam connected to an electrical circuit is coupled was studied, aiming to design a simple device capable of converting energy in an excitation frequency range. The primary beam is excited by the base, so that it excites the piezoelectric beam, generating a difference in potential and electrical power in the system. In this work, a dynamic model of two degrees of freedom was proposed and its parameters were identified by adjusting the numerical curve in relation to the curve obtained experimentally, using nonlinear optimization techniques. The identification of the physical parameters of the system showed consistent results and according to the expected. With the physical parameters of the system identified, it was possible to optimize it to generate the maximum electrical power for the studied frequency range.

Keywords: Energy harvesting devices, Optimization, Mechanical vibrations

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas ocorreram diversas mudanças nos meios de produção, principalmente pelo desenvolvimento acelerado na área de eletrônica, gerando dispositivos cada vez menores e com baixo consumo energético. Esses dispositivos são, na maioria dos casos, alimentados através de baterias que, de tempos em tempos precisam ser recarregadas ou substituídas, podendo causar problemas como, por exemplo, um sensor instalado em uma das pás de um gerador eólico. Outro fator inconveniente do uso de baterias são o tamanho e o peso delas, que em muitos casos são desproporcionais aos sensores por elas alimentados. Dispositivos de coleta de energia (Energy Harvesting Devices) se apresentam como uma alternativa a esses problemas, podendo alimentar tanto o dispositivo eletrônico diretamente ou uma bateria através da conversão de alguma forma de energia do ambiente em energia elétrica.

Nos últimos anos diversas formas de extrair energia do meio ambiente foram amplamente estudadas, entre elas estão a energia solar, calor e a energia cinética, através de vibrações, esta última, em certos ambientes, sempre está disponível. A coleta de energia cinética de vibrações, de acordo com William e Yates (1995), pode ser feita através de transdutores piezoelétricos, eletromagnéticos e eletrostáticos. Em transdutores piezoelétricos, as deformações geradas pela vibração são convertidas em eletricidade.

Segundo Erturk e Inman (2011) a colheita de energia através de vibrações tem recebido cada vez mais atenção nas últimas décadas, motivada principalmente pelo baixo consumo de energia de pequenos componentes eletrônicos, como redes de sensores sem fio utilizados no monitoramento de equipamentos. O foco principal dessa linha de pesquisa é alimentar pequenos dispositivos eletrônicos através da energia proveniente de vibrações, disponível no ambiente, podendo substituir fontes de energia externa como baterias e conseqüentemente seus custos e geração de resíduos. Uma maneira simples de coletar energia de vibração é acoplar um transdutor piezoelétrico em um meio que vibra com frequência próxima à sua frequência de ressonância. Esse dispositivo, porém, só irá converter energia quando excitado naquela frequência, o que pode não ser aplicável para a grande maioria dos casos.

William e Yates (1995) modelaram a retirada de energia do sistema através da transformação de energia cinética em energia elétrica como um fator de amortecimento. Roundy e Wright (2004) modelaram matematicamente um gerador de energia para sensores sem fio que converte energia de vibração em potência elétrica através de transdutores piezoelétricos. Já Erturk e Inman (2008) desenvolveram um modelo mais robusto, considerando parâmetros eletromecânicos distribuídos para vigas piezoelétricas engastadas-livres. Em todos esses trabalhos a conversão de energia ocorre somente em frequências próximas a de ressonância do *harvester*. Esse trabalho visa estudar um sistema que possibilite a coleta de energia proveniente de um sistema que vibra em uma faixa de frequências relativamente ampla, ampliando as condições de uso do dispositivo.

2. METODOLOGIA

Os parâmetros físicos do sistema estudado foram obtidos através de um problema inverso, um ajuste por mínimos quadrados que compara uma resposta obtida experimentalmente a um modelo equivalente numérico e, ao minimizar o erro entre as duas, fornece a identificação dos parâmetros físicos do sistema. A curva numérica foi obtida através do modelo de dois graus de liberdade proposto e a curva experimental, através de ensaios em laboratório. Um código em MATLAB foi implementado para realizar a identificação através da função “*fmincon*”, que faz a otimização da função objetivo com restrições. Com o sistema identificado, foi realizada outra otimização numérica para maximizar a potência fornecida na faixa de frequências estudada, através da função “*fminsearch*”.

2.1. Modelo numérico

O sistema estudado neste trabalho é composto por uma viga contínua engastada-livre excitada pela base em que se acopla uma viga piezoelétrica (aqui chamada de *harvester*), ambas são modeladas como sistemas de um grau de liberdade. Os parâmetros equivalentes para o modelo de 1 grau de liberdade são dados por

$$k_{eq} = \frac{3EI}{x_p^3} [N/m], \quad (1)$$

$$m_{eq} = \frac{k_{eq}}{\omega_n^2} [kg], \quad (2)$$

$$c_{eq} = 2\xi m \omega_n [N \cdot s/m], \quad (3)$$

onde m representa a massa total distribuída ao longo da viga em kg, dada por $m = \rho b h L$, sendo b , h e L , a largura, espessura e comprimento da viga, respectivamente, E é seu módulo de elasticidade em Pa e I é seu momento de inércia da seção transversal. Já ξ representa o coeficiente de amortecimento, que pode ser obtido experimentalmente e ω_n é a frequência natural. Segundo Rao (2007), a primeira frequência natural para uma viga engastada-livre é dada por

$$\omega_n = 1.8751^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}}. \quad (4)$$

Esse sistema pode ser representado por dois graus de liberdade, ou por um modelo de um grau de liberdade com parâmetros equivalentes generalizados (PEG), como proposto por Espíndola e Silva (1992). Essa abordagem permite representar a dinâmica do sistema composto apenas em função das coordenadas do sistema primário, como mostra a Fig. 1, para isso, utiliza-se para o *harvester* o conceito de rigidez dinâmica na base, dado por

$$K_b(\Omega) = \frac{(i\Omega c_h + k_h) \cdot (-m_h \Omega^2)}{(-m_h \Omega^2 + i\Omega c_h + k_h)} \quad (5)$$

onde m_h é a massa equivalente do *harvester*, k_h é sua rigidez equivalente e c_h^* é o amortecimento, dado por

$$c_h^* = \left[c_h + \frac{\theta^2}{i\Omega C_P + \frac{1}{R}} \right], \quad (6)$$

onde c_h representa o amortecimento mecânico equivalente, C_P é a capacitância equivalente e R é a resistência equivalente no circuito. θ é o fator de acoplamento eletromecânico, que segundo Erturk e Inman (2011), é dado por

$$\theta = 2e_{31}b \frac{(h_p+h_s)}{2} \frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=L_h}, \quad (7)$$

em que e_{31} é a constante piezoelétrica efetiva, dada por $e_{31} = d_{31}c_{11}^E$ e $\frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=L_h}$ é a derivada da forma modal do *harvester* na sua extremidade ($x = L_h$). Nesse trabalho foi considerado que o *harvester* possui condições de contorno deslizante em sua base (movimento de translação) e livre em sua extremidade.

A capacitância equivalente do *harvester* é calculada, segundo Erturk e Inman (2011), por:

$$C_P = \frac{2\varepsilon_{33}^s bL}{h_p}, \quad (8)$$

onde ε_{33}^s é a permissividade no material piezoelétrico à tensão constante, dada por $\varepsilon_{33}^s = K_e \varepsilon_0$. K_e é a constante de capacitância do material e ε_0 é a permissividade dielétrica no vácuo, que vale $8.85 \cdot 10^{-12}$ m/V. b é a largura da viga piezoelétrica, L é seu comprimento e h_p a espessura de cada uma das camadas de material piezoelétrico.

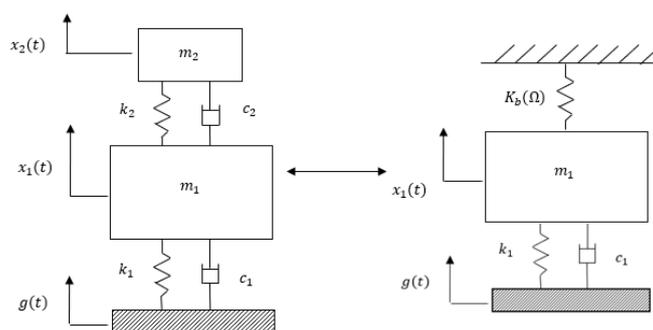


Figura 1. Sistema de dois graus de liberdade e sistema equivalente utilizando PEG.

Dessa forma, o deslocamento do sistema primário é dado por

$$X_1(\Omega) = \frac{(i\Omega c_1 + k_1)G(\Omega)}{(-\Omega^2 m_1 + i\Omega c_1 + (k_1 + K_b(\Omega)))}, \quad (9)$$

onde $G(\Omega)$ representa o deslocamento na base da viga primária.

O deslocamento do *harvester* é dado por

$$X_2 = \frac{(i\Omega c_h^* + k_h)X_1}{(-m_h \Omega^2 + i\Omega c_h^* + k_h)}, \quad (10)$$

e a voltagem gerada nele, por

$$V_P = -\frac{i\Omega \theta (X_h - X_1)}{i\Omega C_P + \frac{1}{R}}. \quad (11)$$

Finalmente, a FRF voltagem-aceleração pode ser calculada através de

$$FRF_V(\Omega) = \frac{V_P(\Omega)}{(-\Omega^2 G)}, \quad (12)$$

e a potência gerada no sistema será dada por

$$Pot(\Omega) = \frac{FRF_v(\Omega)^2}{R}. \quad (13)$$

2.2. Procedimento experimental

O sistema é composto por uma viga primária de aço 1010, em que é acoplada, a 50 mm da base, uma viga piezoelétrica modelo Q220-H4BR-2513YB fabricado pela empresa PiezoSystems Inc., que possui conexão em paralelo e é do tipo bimorfa, Fig. 2. Sua frequência natural e sua capacitância, segundo o fabricante, são de 83 Hz e 540 nF. Uma resistência externa foi conectada a um protoboard, de modo que a resistência equivalente foi 316 kOhms em paralelo com os cabos do *harvester*. A viga de aço é presa a uma base, e é excitada por um *shaker* da marca Labworks. As Tabs. 1 e 2 mostram os parâmetros geométricos e dos materiais, respectivamente.

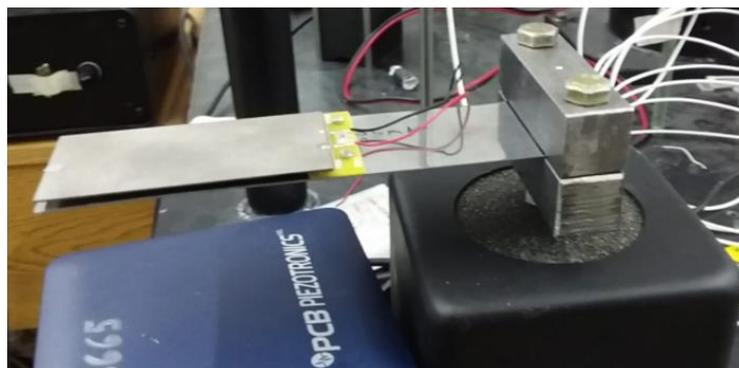


Figura 2. Sistema físico estudado.

Tabela 1. Parâmetros geométricos.

Parâmetro	Viga de aço	Piezoelétrico	Substrato
Comprimento [mm]	114	63,5	63,5
Largura [mm]	32,5	32	32
Espessura [mm]	0,5	0,19	0,13

Tabela 2. Parâmetros dos materiais.

Parâmetro	Viga de aço	Piezoelétrico	Substrato
Densidade [kg/m ³]	7850	7800	8300
Módulo de Young [GPa]	190	50	100
Cte. Piezoelétrica [pm/V]	-	-320	-

Para medir a aceleração na base da viga de aço foi utilizado um acelerômetro PCB e para a medição da voltagem, uma placa de aquisição de sinal da marca National Instruments. O sinal de alimentação do *shaker* foi gerado por um gerador de sinal da marca RIGOL e amplificado. Foi realizada uma varredura de frequências entre 0 e 200 Hz em 120 segundos utilizando o modo *sweep*. Durante a excitação foram medidos a voltagem e a aceleração na base com uma frequência de amostragem de 4096 Hz. A FRF voltagem-aceleração na base foi calculada através da divisão da FFT da voltagem obtida no tempo pela FFT da aceleração da base da viga através do software MATLAB. Um esquema do *setup* experimental está mostrado na Fig. 3.

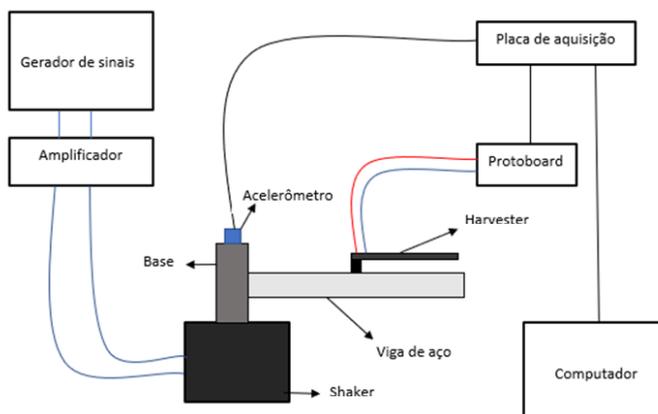


Figura 3. Diagrama do setup experimental.

2.3. Identificação dos parâmetros

Para a identificação dos parâmetros físicos do sistema foi desenvolvido um código em MATLAB que realiza o ajuste da FRF numérica com a FRF obtida experimentalmente, na faixa de frequências entre 10 e 100 Hz, minimizando a diferença entre elas através da função “*fmincon*”. Essa função minimiza uma função objetivo com restrições para os parâmetros. A função objetivo utilizada foi

$$f_{obj}(x): R^n \rightarrow R = \left\| |FRF_V^{exp}(\Omega, x)| - |FRF_V^{num}(\Omega, x)| \right\|, \quad (14)$$

onde x é o vetor projeto definido como $x = [L_b, L_h, \xi_b, \xi_h, K_e, x_p]$, em que os subíndices b, h e p se referem, respectivamente à viga primária, ao *harvester* e ao ponto de acoplamento, e as restrições são apresentadas na Tab. 3:

Tabela 3. Limites inferiores e superiores dos parâmetros a serem identificados.

Parâmetro	Limite inferior	Limite superior
L_b [mm]	108	145
L_h [mm]	55	73
ξ_b [-]	0	0,1
ξ_h [-]	0	0,1
K_e [-]	500	10000
x_p [mm]	35	75

2.4. Maximização da coleta de energia

A partir da identificação do sistema, é possível otimizá-lo para maximizar a potência gerada no dispositivo na faixa de frequências estudada. Os parâmetros variados na otimização foram o comprimento da viga primária e a resistência equivalente do circuito elétrico.

A maximização da energia gerada se dá através do aumento da área embaixo da curva da Eq. 13. Para a otimização foi utilizada a função “*fminsearch*” do MATLAB com a função objetivo definida como

$$f_{obj}(x): R^n \rightarrow R = - \int_{f_1}^{f_2} |Pot(\Omega, x)| df, \quad (15)$$

onde f_1 é a frequência inicial e f_2 é a frequência final, x é o vetor projeto dado por $x = [L_b, R]$. Nenhuma restrição de igualdade ou desigualdade foi utilizada.

3. RESULTADOS

A Fig. 4 mostra o ajuste da curva numérica à experimental realizado para a faixa de frequências de 10 a 100 Hz. Observa-se que a curva numérica obtida a partir do modelo matemático proposto nesse trabalho apresentou bom ajuste, representando de maneira adequada o sistema físico analisado.

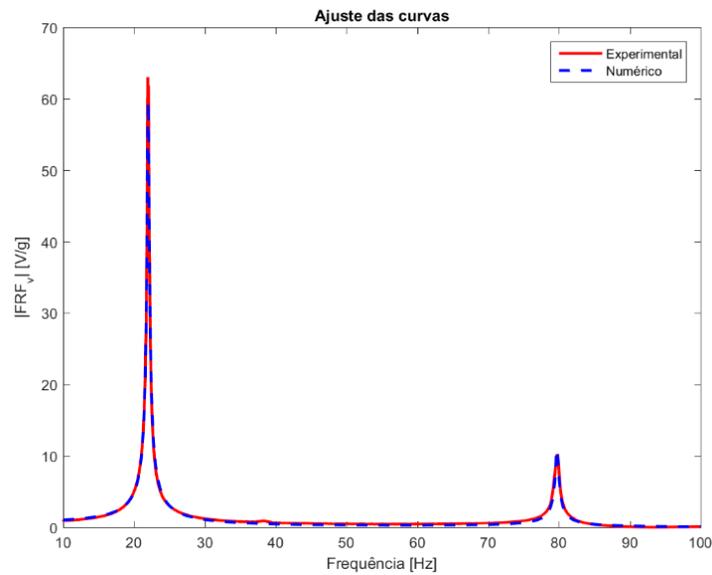


Figura 4. Ajuste das curvas experimental e numérica.

Os parâmetros físicos do sistema obtidos através do ajuste das curvas estão mostrados na Tab. 4.

Tabela 4. Resultados da identificação

Parâmetro	L_b [mm]	L_h [mm]	ξ_b [-]	ξ_h [-]	K_e [-]	x_p [mm]
Resultado	131,7	59,9	0,0075	0,0030	2732,3	73,5

A partir dos resultados da identificação, foi calculada uma capacitância equivalente de 487,86 nF para o material piezoelétrico.

Com o sistema identificado, é possível calcular a potência elétrica gerada durante a realização da análise experimental, ela está mostrada na Fig. 5.

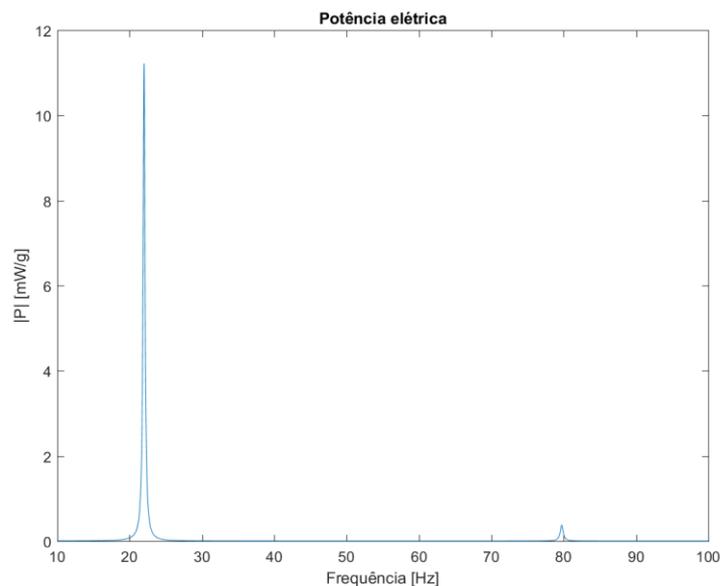


Figura 5. Potência elétrica no circuito durante análise experimental.

Nota-se que o sistema forneceu uma potência máxima de aproximadamente 11,5 mW/g quando sua base era excitada com uma frequência de aproximadamente 22 Hz. Já quando a base foi excitada com aproximadamente 80 Hz foi gerada

uma potência elétrica próxima de 0,3 mW/g. Nota-se também que no intervalo entre os picos, entre 22 e 80 Hz o sistema praticamente não gera potência elétrica.

Os parâmetros ótimos para maximização da geração de energia entre 10 e 100 Hz estão mostrados da Tab. 5.

Tabela 5. Resultados da otimização de geração de energia.

Parâmetro	L_b [mm]	R [KOhms]
Resultado	101,6	4,9160

A Fig. 6 mostra o gráfico da FRF de potência-aceleração ótima obtida. Nota-se que a máxima geração de potência ocorre em 34 Hz, gerando aproximadamente 87 mW/g. Além disso, a faixa de frequências em que o sistema ótimo converte energia é consideravelmente mais ampla que no sistema ensaiado em laboratório e utilizado na identificação dos parâmetros convertendo energia de vibração em potência elétrica entre 30 e 40 Hz.

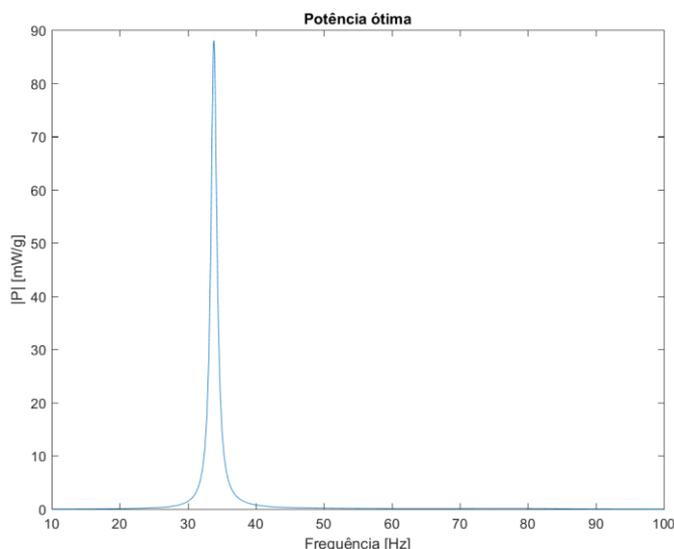


Figura 6. Potência elétrica gerada na configuração ótima.

4. CONCLUSÕES

A partir deste trabalho foi possível propor um modelo matemático capaz de prever o comportamento dinâmico e elétrico de um dispositivo de coleta de energia composto por uma viga de aço engastada-livre à qual é acoplada uma pequena viga de material piezoelétrico. Através de um modelo matemático simples, foi possível identificar os parâmetros mecânicos e elétricos para, enfim, projetar um dispositivo que gere a maior potência elétrica possível na faixa de frequências estudada. A identificação do sistema resultou em uma viga primária com 131,7 mm de comprimento e um *harvester* de 59,9 mm, desde seus respectivos pontos de engaste, o ponto de acoplamento do *harvester* medido desde o ponto inicial da viga foi de 73,5 mm, os coeficientes de amortecimento mecânicos identificados foram de 0,0075 e 0,0030 para a viga primária e para o *harvester*, respectivamente e a constante de capacitância do material piezoelétrico obtida foi de 2732,3, resultando em uma capacitância equivalente de 487,86 nF, relativamente próxima do valor fornecido pelo fabricante, de 540 nF, essa pequena diferença de valores pode estar relacionada com a simplificação do sistema físico à um modelo de 2 graus de liberdade. Em relação ao sistema físico ensaiado em laboratório, com comprimento da viga medido de 114 mm e resistência equivalente de 316 kOhms, um sistema otimizado, com uma viga de 101,6 mm e uma resistência de 4,916 kOhms gera uma potência máxima quase 5 vezes maior, além de fornecer potência elétrica na faixa de 30 a 40 Hz.

5. REFERÊNCIAS

- Espíndola, J. J., 1992. Controle de Vibração. Apostila do curso de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- Erturk, A., Inman, D.J., 2008. "ASME J. Vibrat. Acoust., vol. 130, no. 4, pp. 041002-1–041002-15". A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters.
- Erturk, A., Inman, D.J., 2011. Piezoelectric Energy Harvesting. 1 ed. Wiley & Sons.
- Rao, S. S., 2018. Mechanical Vibrations. 6 ed. London: Pearson Education Inc.

Rao, S.S., 2007. *Vibrations of Continuous Systems*. 1 ed. New Jersey: Wiley & Sons.

Roundy S., Wright P.K., 2004. "Smart Mater. Struct., vol. 13, no. 5, p. 1131–1142". A piezoelectric vibration-based generator for wireless electronics.

William, C.; Yates, R.B., 1996. "Sens. Actuators A Phys, 52, 8-11". Analysis of a micro-electric generator for microsystems.

6. AGRADECIMENTOS

M. Febbo agradece o apoio financeiro de CONICET, Universidad Nacional del Sur e Agencia Nacional de Promoción Científica y Técnica (grant number PICT 2008 N°0423). C.A. Bavastrri agradece o apoio financeiro do CNPq. V.S. Consolin agradece ao apoio financeiro do PRH.