



XXVII Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica 08 a 12 de fevereiro de 2021, Curitiba, PR, Brasil

# ANÁLISE CINEMÁTICA DO MECANISMO DE RETORNO RÁPIDO DE UMA PLAINA LIMADORA

Deyvison dos Santos Alves, deyvison\_ships@hotmail.com<sup>1</sup> Thiago Lima Carneiro, thiagocarneiro.90@gmail.com<sup>1</sup> Jayann Ismar Lira Almeida, jayann.almeida@ufba.br<sup>1</sup> Paula Frassinetti Cavalcante, pfc@ufba.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal da Bahia, Av. Adhemar de Barros, s/nº – Ondina, Salvador-BA.

Resumo. A indústria de usinagem mecânica possui uma dívida incalculável com os mecanismos de retorno rápido. Acionadas por um motor rotativo que comunica um movimento linear de vaivém à ferramenta, as máquinas de movimento alternativo mais eficientes são justamente aquelas em que a duração do movimento progressivo (ou de corte) da ferramenta suplanta — em 15-50%, ou até mais — o tempo de retorno ocioso desta. Por essa razão, uma análise cinemática desse mecanismo parece bastante pertinente, enquanto abrange, além do elemento rotativo e da ferramenta linear, outros componentes impelidos em trajetórias complexas. Neste trabalho, empreende-se a análise do movimento de um mecanismo de retorno rápido por duas vias: na primeira, as expressões da posição, da velocidade e da aceleração da ferramenta de corte foram obtidas analiticamente, e para arrematar as soluções dessa intrincada família de equações transcendentais, uma rotina escrita na linguagem MATLAB precisou ser implementada; na segunda via, foram rodadas simulações com o software de CAD SolidWorks, cujos resultados ratificam a solução analítica. Por fim, é feita uma avaliação comparativa com os resultados obtidos por Carneiro (2018), que examinou o mesmo mecanismo utilizando o programa CvMob.

**Palavras-chave**: Mecanismos de retorno rápido. Os mais eficientes. Análise cinemática. Trajetórias complexas. Equações transcendentais.

Abstract. The mechanical machining industry owes an incalculable debt to the quick-return mechanisms. Driven by a rotary motor that communicates a linear back-and-forth movement to the tool, the most efficient reciprocating machines are precisely those in which the duration of the progressive (or cutting) movement of the tool exceeds – by 15-50%, or even more – its idle return time. For this reason, a kinematic analysis of this mechanism seems very relevant, as it includes not only the rotating element and the linear tool, but also a handful of other components propelled in complex trajectories. In this work, the motion analysis of a quick-return mechanism has been undertaken by two methods: in the first one, the expressions of the position, velocity and acceleration of the cutting tool were obtained analytically, and in order to determine the solutions of this intricate family of transcendental equations, it was necessary to implement a routine written in the MATLAB language; in the second method, simulations were run with the SolidWorks CAD software, whose results have ratified the analytical solution. Finally, a comparative evaluation has been performed with respect to the results described by Carneiro (2018), who examined the same mechanism using the CvMob program.

**Keywords:** Quick-return mechanisms. The most efficient. Kinematic analysis. Complex trajectories. Transcendental equations.

#### 1. INTRODUÇÃO

Todo mecanismo se constitui numa cadeia cinemática, sendo esta definida como "um conjunto de elos e juntas interconectadas de uma maneira que possibilite um movimento de saída controlado em resposta a um movimento de entrada fornecido" (Norton, 2010). Os elementos de um mecanismo de retorno rápido são dimensionados e articulados de modo que o movimento do conjunto num sentido se dê mais depressa do que no outro, e isso tem uma aplicação muito natural em projetos de máquinas, como no caso da plaina limadora, que descreve um processo heterocíclico, cortando/usinando a superfície de uma peça num dado sentido e descansando com um "solavanco" na volta. Esse regresso expresso à posição de referência é o grande trunfo do mecanismo de retorno rápido, eis que, não fosse por ele, o conjunto inteiro permaneceria ocioso (ou seja, improdutivo) por períodos mais longos.

No presente trabalho, versa-se sobre o mecanismo real de uma plaina limadora hospedada no Laboratório de Usinagem (USIMEC) do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Bahia (Fig. 1). A análise cinemática pelos métodos analíticos convencionais será mostrada, e os resultados, confirmados pelas simulações rodadas no *software* 

de CAD SolidWorks. No final, esses resultados serão comparados com os de Carneiro (2018), que fez a coleta de dados *in loco* usando o programa CvMob para estudar o mesmo mecanismo.

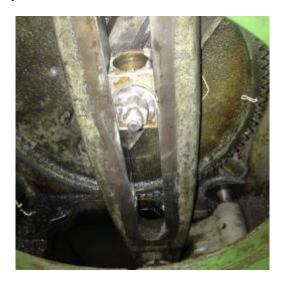


Figura 1. Mecanismo de retorno rápido da plaina limadora hospedada no USIMEC (Carneiro, 2018)

#### 2. ANÁLISE CINEMÁTICA DO MECANISMO DE RETORNO RÁPIDO PELO MÉTODO VETORIAL

Na Figura 2, são apontadas e rotuladas todas as medidas necessárias para a determinação dos principais parâmetros cinemáticos do mecanismo estudado, quais sejam: a posição, a velocidade e a aceleração do torpedo da plaina, além da razão de tempo, que pode ser definida como uma grandeza adimensional que relaciona os ângulos de corte e de retorno, nessa ordem, descritos pela manivela.

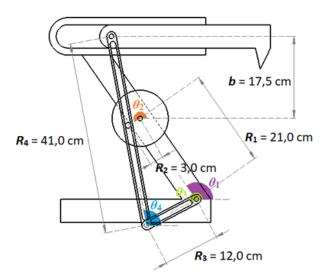


Figura 2. Medidas (cotas) do mecanismo estudado (Próprio autor)

No diagrama da Figura 3, foram representados dois pares de vetores  $(\vec{R}_1 - \vec{R}_2 \ e \ \vec{R}_3 - \vec{R}_4)$  dispostos numa configuração que, para qualquer instante do movimento, permanece fechada, atendendo à definição de circuito dada por Chase e Mirth (1990). Nessas circunstâncias, é permitido estabelecer a seguinte igualdade:

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{R}_3 + \vec{R}_4' \tag{1}$$

em que o módulo variável do vetor  $\vec{R}_4'$  pode ser escrito em termos dos valores conhecidos de  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_4$  e b pela via da trigonometria, conforme os cálculos que seguem.

$$R_{4}' = R_{4} - \frac{b}{\sin \theta_{4}} - \frac{R_{2}\cos(270^{\circ} - \theta_{2})}{\sin \theta_{4}} = R_{4} - \frac{b}{\sin \theta_{4}} + \frac{R_{2}\sin \theta_{2}}{\sin \theta_{4}} = \frac{R_{4}\sin \theta_{4} - b + R_{2}\sin \theta_{2}}{\sin \theta_{4}}$$
(2)

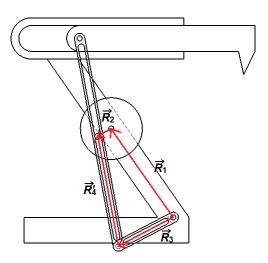


Figura 3. Representação de dois pares de vetores formando um circuito (Próprio autor)

Procedendo-se à decomposição vetorial em componentes horizontais e verticais segundo o sistema de referência adotado (Fig. 4), da Eq. (1) gera-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} R_{1}\cos\theta_{1} + R_{2}\cos\theta_{2} = R_{3}\cos\theta_{3} + R'_{4}\cos\theta_{4} \\ R_{1}\sin\theta_{1} + R_{2}\sin\theta_{2} = R_{3}\sin\theta_{3} + R'_{4}\sin\theta_{4} \end{cases}$$
(3)
$$(4)$$

que é equivalente a

$$\begin{cases} (R_3 \cos \theta_3)^2 = (R_1 \cos \theta_1 + R_2 \cos \theta_2 - R_4' \cos \theta_4)^2 \\ (R_3 \sin \theta_3)^2 = (R_1 \sin \theta_1 + R_2 \sin \theta_2 - R_4' \sin \theta_4)^2 \end{cases}$$
(5)

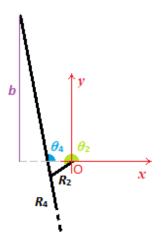


Figura 4. Sistema de referência adotado (Próprio autor)

Somando-se as duas equações anteriores e substituindo-se a Eq. (2) na expressão resultante, obtém-se:

$$(R_{3}\cos\theta_{3})^{2} + (R_{3}\sin\theta_{3})^{2} = (R_{1}\cos\theta_{1} + R_{2}\cos\theta_{2} - R'_{4}\cos\theta_{4})^{2} + (R_{1}\sin\theta_{1} + R_{2}\sin\theta_{2} - R'_{4}\sin\theta_{4})^{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{3}^{2} = [R_{1}\cos\theta_{1} + R_{2}\cos\theta_{2} - (R_{4}\sin\theta_{4} - b + R_{2}\sin\theta_{2})\cot\theta_{4}]^{2} + [R_{1}\sin\theta_{1} + R_{2}\sin\theta_{2} - (R_{4}\sin\theta_{4} - b + R_{2}\sin\theta_{2})]^{2}$$
(7)

Efetuadas as devidas manipulações algébricas, eis a forma simplificada da expressão anterior:

$$A\cos\theta_4 + B\sin\theta_4 + C\cot\theta_4 + D\csc\theta_4 + E\csc^2\theta_4 + F = 0 \tag{8}$$

em que os coeficientes A, B, C, D, E e F são expressos em termos de  $R_1$ ,  $R_2$   $R_3$ ,  $R_4$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e b, cujos valores são conhecidos.

$$\begin{cases} A = -2R_4(R_1 \cos \theta_1 + R_2 \cos \theta_2) \\ B = -2R_4(R_1 \sin \theta_1 + R_2 \sin \theta_2) \\ C = 2(b - R_2 \sin \theta_2)(R_1 \cos \theta_1 + R_2 \cos \theta_2) \\ D = -2R_4(b - R_2 \sin \theta_2) \\ E = (b - R_2 \sin \theta_2)^2 \\ F = R_1^2 - R_2^2 - R_3^2 + R_4^2 + 2b(R_1 \sin \theta_1 + R_2 \sin \theta_2) + 2R_2 \cos \theta_2 (R_1 \cos \theta_1 + R_2 \cos \theta_2) \end{cases}$$

Portanto, a Equação (8) define implicitamente a função  $\theta_4 = f(\theta_2)$ , em que a variável independente  $\theta_2$  varia no tempo a uma taxa constante  $\dot{\theta}_2$  igual a -3.0 rad/s, determinada experimentalmente por Carneiro (2018).

$$T(\theta) = \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{9}$$

Substituindo-se a Eq. (9) e as relações consequentes na Eq. (8), segue-se que:

$$A \cdot \frac{1 - T^2}{1 + T^2} + B \cdot \frac{2T}{1 + T^2} + C \cdot \frac{1 - T^2}{2T} + D \cdot \frac{1 + T^2}{2T} + E \cdot \frac{(1 + T^2)^2}{4T^2} + F = 0$$
 (10)

Reescrevendo-se a equação anterior, chega-se a:

$$P(T) = ET^{6} + (-2C + 2D)T^{5} + (-4A + 3E + 4F)T^{4} + (8B + 4D)T^{3} + (4A + 3E + 4F)T^{2} + (2C + 2D)T + E = 0$$
(11)

Sintetizando-se ainda mais, obtém-se:

$$P(T) = GT^{6} + HT^{5} + IT^{4} + JT^{3} + KT^{2} + LT + G = 0$$
(12)

em que

$$\begin{cases} G = E \\ H = -2C + 2D \\ I = -4A + 3E + 4F \\ J = 8B + 4D \\ K = 4A + 3E + 4F \\ I = 2C + 2D \end{cases}$$

## 2.1. EQUAÇÃO DA POSIÇÃO DO TORPEDO DA PLAINA

Haja vista que se tem acima uma equação polinomial do  $6^{\circ}$  grau dada na variável T – que, por sua vez, foi definida na Eq. (9) –, será redigido um código no programa MATLAB, por meio do qual se espera determinar 6 raízes ao todo, entre reais e complexas. Todavia, conforme sinaliza Carneiro (2018), apenas uma delas será coerente com o movimento observado do mecanismo segundo a Eq. (9), que pode ser reescrita de maneira mais direta como:

$$\theta_A = 2 \operatorname{arctg} T$$
 (13)

A posição horizontal X do torpedo (ou cabeçote) da máquina pode, então, ser expressa em função dos ângulos  $\theta_2$  e  $\theta_4$ , de acordo com o mesmo referencial estabelecido na Fig. 4. Portanto,

$$X(\theta_2, \theta_4) = R_2 \cos \theta_2 + (b - R_2 \sin \theta_2) \cot \theta_4 \tag{14}$$

Quando o código é executado, imediatamente se constata que apenas uma das seis soluções do polinômio P(T) se conserva como um valor real para qualquer medida de  $\theta_2$ . Essa é a solução que suscita interesse. Substituindo-se esse resultado na Eq. (13), determina-se  $\theta_4$ , e com o valor de  $\theta_4$  em mãos, finalmente é possível determinar a posição do torpedo da máquina para qualquer instante de tempo através da Eq. (14).

#### 2.2. EQUAÇÃO DA VELOCIDADE DO TORPEDO DA PLAINA

Derivando-se a Eq. (14) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\dot{X}(\theta_2, \theta_4, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_4) = -R_2 \operatorname{sen} \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 - R_2 \cos \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cot \theta_4 - (b - R_2 \operatorname{sen} \theta_2) \operatorname{cossec}^2 \theta_4 \cdot \dot{\theta}_4 \tag{15}$$

Portanto, fica evidente que, para determinar o valor de  $\dot{\theta}_4$  e resolver a Eq. (15), será preciso mais uma vez recorrer à Eq. (13). Derivando-se a Eq. (12) em relação ao tempo, encontra-se:

$$\dot{P}(T) = \dot{G}T^6 + G \cdot 6T^5 \dot{T} + \dot{H}T^5 + H \cdot 5T^4 \dot{T} + \dot{I}T^4 + I \cdot 4T^3 \dot{T} + \dot{J}T^3 + J \cdot 3T^2 \dot{T} + \dot{K}T^2 + K \cdot 2T \dot{T} + \dot{L}T + L \dot{T} + \dot{G} = 0$$
(16)

Isolando-se T na Eq. (13) e derivando-se, obtém-se:

$$T = \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \Rightarrow \dot{T} = \sec^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \cdot \frac{\dot{\theta}_4}{2} \tag{17}$$

Combinando-se as Eqs. (16) e (17), chega-se à expressão abaixo:

$$M \cdot \dot{\theta}_4 + N = 0 \tag{18}$$

em que M e N variam com  $\theta_2$  e  $\theta_4$ .

$$\begin{cases} M = G \cdot 6 \operatorname{tg}^5\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sec}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + H \cdot 5 \operatorname{tg}^4\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sec}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \\ + I \cdot 4 \operatorname{tg}^3\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sec}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + J \cdot 3 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sec}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \\ + K \cdot 2 \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sec}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + L \cdot \frac{1}{2} \operatorname{sec}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \\ N = \dot{G} \cdot \operatorname{tg}^6\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \dot{H} \cdot \operatorname{tg}^5\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \dot{I} \cdot \operatorname{tg}^4\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \dot{J} \cdot \operatorname{tg}^3\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \\ + \dot{K} \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \dot{L} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + \dot{G} \end{cases}$$

## 2.3. EQUAÇÃO DA ACELERAÇÃO DO TORPEDO DA PLAINA

Derivando-se a Eq. (18) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\dot{M} \cdot \dot{\theta}_4 + M \cdot \ddot{\theta}_4 + \dot{N} = 0 \tag{19}$$

de onde se tira que

$$\ddot{\theta}_4 = \frac{-\dot{N} - \dot{M} \cdot \dot{\theta}_4}{M} \tag{20}$$

em que  $\dot{M}$  e  $\dot{N}$  são funções de  $\theta_2$ ,  $\theta_4$ ,  $\dot{\theta}_2$  e  $\dot{\theta}_4$ .

Conhecido  $\ddot{\theta}_4$ , basta então derivar a Eq. (15) para determinar a aceleração do torpedo da plaina. Levando-se em conta que  $\ddot{\theta}_2 = 0$ , segue-se que:

$$\ddot{X}(\theta_2, \theta_4, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_4, \ddot{\theta}_4) = -R_2 \cos \theta_2 \cdot (\dot{\theta}_2)^2 + R_2 \sin \theta_2 \cdot (\dot{\theta}_2)^2 \cot \theta_4 + \csc^2 \theta_4 \left[ 2R_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_4 \cos \theta_2 + R_2 \sin \theta_2 \cdot (\dot{\theta}_4)^2 - 2R_2 \sin \theta_2 \cdot (\dot{\theta}_4)^2 \cot \theta_4 \right]$$
(21)

#### 2.4. RAZÃO DE TEMPO DO MECANISMO DE RETORNO RÁPIDO

A razão de tempo (RT) é dada por:

$$RT = \frac{\alpha}{\beta} \tag{22}$$

em que  $\alpha$  é o ângulo descrito pela manivela motriz durante o curso de corte, e  $\beta$ , o ângulo referente ao curso de retorno. Essas medidas podem ser facilmente extraídas da tabela gerada no MATLAB que relaciona a posição do torpedo da plaina (X) com o ângulo da manivela ( $\theta_2$ ). A razão de tempo deve ser maior do que a unidade, e quanto maior o seu valor, mais rápido será o retorno da ferramenta de corte em relação ao tempo de duração do efetivo movimento de corte.

$$RT = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{360 - (\theta_2^+ - \theta_2^-)}{\theta_2^+ - \theta_2^-} = \frac{360 - (356,89 - 190,94)}{356,88 - 190,94} = 1,1694$$

Esse valor já representa um ganho considerável em termos de tempo de corte sobre tempo ocioso, mas ele ainda parece um pouco abaixo da média para um mecanismo com mais de quatro elementos, que pode ser projetado para alcançar razões de tempo superiores a 1,5 (Bellisario, 2014). No entanto, uma vez que essa grandeza depende tanto das dimensões como da maneira como os elos são associados, e levando-se em conta ainda que uma série de incertezas paira em torno das medidas usadas neste trabalho, sobretudo pelo difícil acesso à extensão completa dos elos, que praticamente formam um emaranhado no interior da carcaça da plaina, é preciso ter um pouco mais de cautela antes de dar o veredito sobre as reais qualidades desse mecanismo comparativamente a outros de sua espécie.

#### 3. RESULTADOS

A representação gráfica é uma das maneiras mais intuitivas e visualmente diretas de relacionar os resultados de uma análise. Para este capítulo, foi produzida meia dúzia de plotagens: metade baseada no código escrito no MATLAB e a outra parte gerada a partir de simulações feitas no SolidWorks. É importante frisar que os gráficos foram traçados em relação à posição angular da manivela, não em relação ao tempo (embora, caso se deseje visualizar o que acontece em relação ao tempo, tudo o que se tem que fazer é espelhar os gráficos horizontalmente, uma vez que a taxa temporal de variação da posição da manivela é negativa e constante).

Concluir-se-á que os resultados obtidos pelos dois métodos são coerentes entre si e constituem uma representação ideal do movimento de um mecanismo de retorno rápido, em que não são levados em consideração efeitos como atrito, deformações e outros fatores que fazem com que o modelo real se desvie daquele que foi descrito aqui. Esses fatores são mais bem acomodados dentro da análise que que Carneiro (2018) empreendeu lançando mão do programa CvMob, que utiliza como entrada informações referentes ao movimento real do mecanismo, uma vez que essas informações se baseiam em filmagens feitas *in loco*, com uma câmera posicionada em frente à montagem que se pretende analisar. Na Seção 3.7, serão exibidos os resultados da análise de Carneiro (2018) para fins de comparação.

#### 3.1. GRÁFICO: $X \times \theta_2$

Depois de determinar numericamente as raízes de P(T) (Eq. 12), calcula-se  $\theta_4$  usando a Eq. (13) e, finalmente, tem-se em mãos tudo de que se precisa para resolver a Eq. (14) e plotar o gráfico que relaciona a posição do torpedo (X) com a posição angular do elo 2 ( $\theta_2$ ) (Figura 5.1). Um aspecto que chama atenção nesse gráfico diz respeito à sua assimetria negativa, que se deve precisamente à menor duração do movimento de retorno do torpedo em relação ao movimento de corte. O curso do torpedo é de pouco mais de 10 cm.

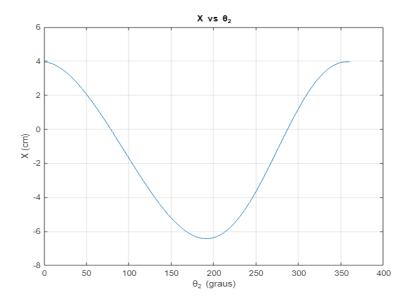


Figura 5. Gráfico da posição do torpedo (X) em função da posição angular do elo 2 ( $\theta_2$ ), plotado a partir dos resultados da análise empreendida junto ao programa MATLAB (Próprio autor)

A Figura 6 exibe a versão do SolidWorks para os resultados da posição do torpedo em função de  $\theta_2$ .

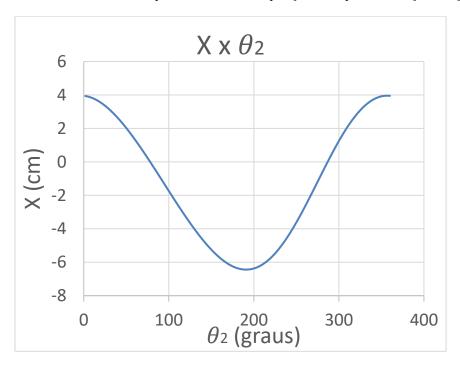


Figura 6. Gráfico da posição do torpedo (X) em função da posição angular do elo 2 ( $\theta_2$ ), plotado a partir dos resultados da análise empreendida junto ao programa SolidWorks (Próprio autor)

## 3.2. GRÁFICO: $\dot{X} \times \theta_2$

A próxima plotagem contém as soluções da Eq. (15), em que  $\dot{X} = f(\theta_2, \theta_4, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_4)$ . Note-se que o módulo da velocidade do torpedo varia de zero, onde seu afastamento em relação à origem do sistema de referência da Fig. 4 é máximo (ou seja, quando  $\theta_2$  transita na região do 0 ou dos 180°), até um valor máximo, mais ou menos onde  $\theta_2$  é igual a 90° ou 270°. Isso era esperado, uma vez que o torpedo inverte o sentido de deslocamento duas vezes a cada revolução da manivela, o que significa que ele precisa interromper seu movimento às mesmas duas vezes. Além disso, o Teorema do Valor Médio garante que o módulo da velocidade será máximo em algum ponto entre cada dois instantes em que o sentido do movimento se inverte. Por fim, resta observar a questão da assimetria do gráfico, que mais uma vez reflete a razão de tempo superior a 1, caracterizando o movimento de retorno rápido.

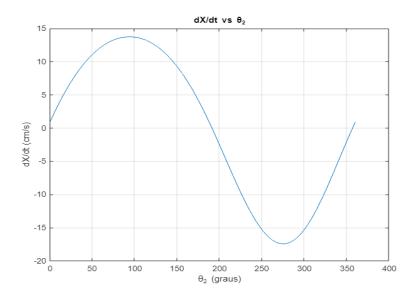


Figura 7. Gráfico da velocidade do torpedo ( $\dot{X}$ ) em função da posição angular do elo 2 ( $\theta_2$ ), plotado a partir dos resultados da análise empreendida junto ao programa MATLAB (Próprio autor)

Da Figura 7, obtém-se que a velocidade do torpedo oscila aproximadamente entre -17 cm/s e +14 cm/s. Velocidades positivas de valor numérico mais baixo do que de velocidades negativas são mais uma evidência do descompasso entre a duração dos movimentos de corte e de retorno.

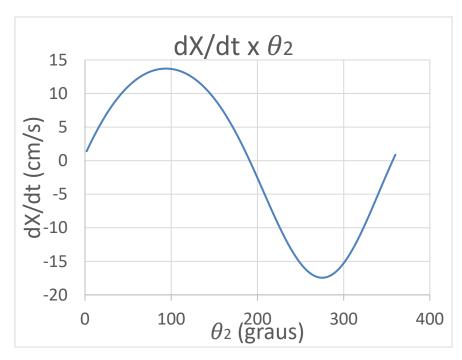


Figura 8. Gráfico da velocidade do torpedo ( $\dot{X}$ ) em função da posição angular do elo 2 ( $\theta_2$ ), plotado a partir dos resultados da análise empreendida junto ao programa SolidWorks (Próprio autor)

#### 3.3. GRÁFICO: $\ddot{X} \times \theta_2$

O último parâmetro cinemático de peso nessa análise corresponde à segunda derivada temporal da posição, e plotando-se essa grandeza contra os valores da posição angular do elo 2, consegue-se depreender com mais facilidade o fenômeno da variação da velocidade no tempo. O gráfico da Fig. 9, por exemplo, mostra que a aceleração do torpedo é máxima exatamente na mesma região onde sua velocidade é igual 0. Isso também já era esperado, afinal, trata-se de um movimento periódico, e a todo movimento periódico corresponde uma força restauradora, que será máxima nos pontos onde o corpo sujeito a ela se encontra mais afastado de uma dada posição de equilíbrio (note-se que as posições onde a velocidade é

zero são aproximadamente as mesmas posições onde o afastamento em relação à origem é máximo). Em contrapartida, a aceleração assume valores mínimos no entorno dos 90° bem como na faixa dos 270°, onde a posição do torpedo é mais ou menos igual a zero e a velocidade é máxima.

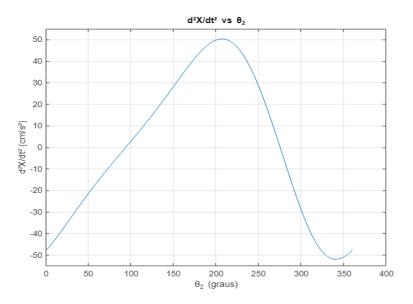


Figura 9. Gráfico da aceleração do torpedo ( $\ddot{X}_4$ ) em função da posição angular do elo 2 ( $\theta_2$ ), plotado a partir dos resultados da análise empreendida junto ao programa MATLAB (Próprio autor)

Ainda de acordo com a Fig. 9, a aceleração do torpedo varia num intervalo que vai de, aproximadamente, -50 cm/s² a +50 cm/s². Acontece que, talvez em consequência da razão de tempo relativamente baixa desse mecanismo, finalmente se chegou a um ponto na análise em que fica mais difícil reconhecer as marcas distintivas do mecanismo de retorno rápido, embora, talvez com um pouco mais de esforço do que antes, ainda seja possível capturar a assimetria negativa ou à esquerda da curva.

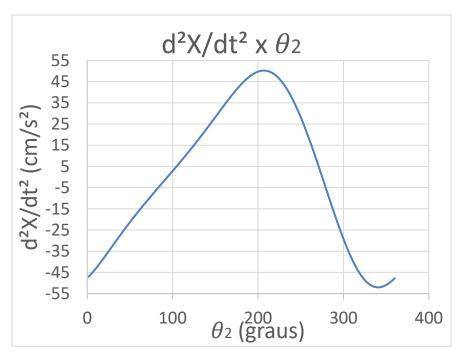


Figura 10. Gráfico da aceleração do torpedo ( $\ddot{X}_4$ ) em função da posição angular do elo 2 ( $\theta_2$ ), plotado a partir dos resultados da análise empreendida junto ao programa SolidWorks (Próprio autor)

## 3.4. COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS ENCONTRADOS NO CVMob POR CARNEIRO (2018)

Usando o programa CvMob, cujo princípio básico de funcionamento já foi descrito na abertura da Seção 3, Carneiro (2018) traçou as curvas da posição, velocidade e aceleração do torpedo da plaina, que são reproduzidas a seguir.

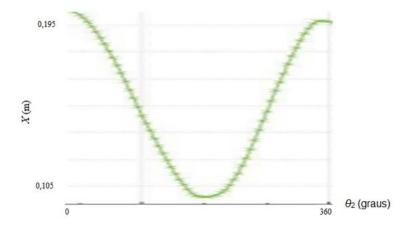


Figura 11. Gráfico da posição do torpedo (ciclo único), CvMob (adaptada de Carneiro, 2018)

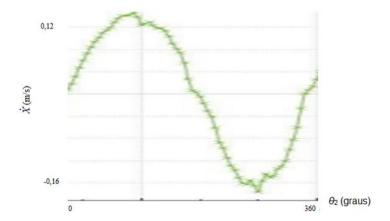


Figura 12. Gráfico da velocidade do torpedo (ciclo único), CvMob (adaptada de Carneiro, 2018)

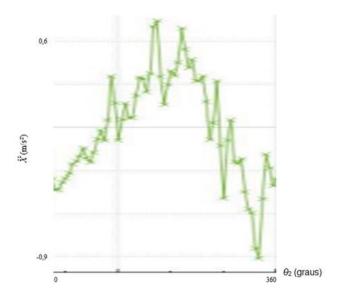


Figura 13. Gráfico da aceleração do torpedo (ciclo único), CvMob (adaptada de Carneiro, 2018)

Na Figura 11, percebe-se que o referencial adotado é diferente do estabelecido na Fig. 4. No entanto, essa curva se assemelha em forma e amplitude às das Figs. 5 e 6, o que sugere uma consonância entre os resultados.

O parecer da análise de comparação é favorável. Se forem descontados todos os fatores que afastam o modelo real do ideal, será possível reconhecer uma bela coincidência entre os resultados, e essa é a recompensa de todo o trabalho feito até aqui.

### 4. CONCLUSÃO

É sempre curioso quando caminhos completamente distintos levam exatamente a um mesmo lugar, e foi isso que se deu no presente estudo em relação às análises rodadas com o MATLAB e o SolidWorks. As dificuldades enfrentadas no primeiro contato com cada ferramenta também não tiveram nada em comum. Enquanto no MATLAB, só foi possível avançar depois de estar razoavelmente familiarizado com alguns aspectos de sintaxe, intrínsecos às linguagens de programação, no SolidWorks, o procedimento consistiu em traçar os componentes, montar o conjunto e finalmente informar as condições iniciais para só então conseguir rodar a análise cinemática. Além disso, o SolidWorks gera uma lista de soluções numéricas sem ter tido sequer uma pista quanto à forma das expressões analíticas da posição, velocidade e aceleração do mecanismo. E, sem mais nem menos, as curvas produzidas a partir dessas soluções foram quase que milagrosamente semelhantes às do MATLAB, para não dizer idênticas.

Depois, empreendeu-se uma avaliação comparativa com os resultados da análise de Carneiro (2018), que levou à surpreendente ainda que já esperada confirmação de que as três ferramentas empregadas no consórcio entre esse estudo e a análise realizada por Carneiro (2018) são fidedignas e coerentes entre si.

Pesquisas futuras nessa área poderão abarcar uma análise dinâmica, que permitirá entender o comportamento das forças atuando no referido conjunto.

#### 5. REFERÊNCIAS

- BELLISARIO, S. N., 2014. Design and Construction of a 6-Bar Kinematic Quick-Return Device for Use as a Demonstration Tool. Worcester, Massachusetts: Worcester Polytechnic Institute.
- CARNEIRO, T., 2018. Análise Cinemática do Mecanismo de Retorno Rápido de uma Plaina Limadora: Análise Computacional. Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal da Bahia, Salvador.
- CHASE, T. R.; MIRTH, J. A., 1990. *Circuits and branches of single-degree-of-freedom planar linkages*. 11-19. Trabalho apresentado na 21st Biennial Mechanism Conference, Chicago, IL, USA.
- NORTON, R. L., 2010. Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos. AMGH, Porto Alegre, 1ª edição.

#### 6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.