

MODELAGEM NUMÉRICA DE SUSPENSÃO DE ¼ DE VEÍCULO

Lucas Alves Torres, torresalveslucas@gmail.com
Lucas Messias Cunha Araujo, lucas.messias1998@hotmail.com
João Gabriel Paulino de Souza, jgpaulinos99@gmail.com

Universidade de Brasília, Faculdade do Gama. Área Especial, Projeção A, Setor Leste, Gama. CEP: 72444-240

Resumo. Os estudos em dinâmica vertical de suspensão são normalmente desenvolvidos a partir do modelo de ¼ de veículo com dois graus de liberdade, um para a massa suspensa e outro para a não suspensa. A partir desta metodologia, o estudo propõe um novo grau de liberdade com a inclusão do motor, que corresponde uma das principais fontes de vibração do veículo, e, portanto, é incluso o efeito dos coxins. O principal objetivo do estudo com três graus de liberdade é levantar as funções de transferência no domínio da frequência para avaliar os efeitos combinados de motor e pista na massa suspensa, onde as frequências são dirigidas aos passageiros e ainda comparar efeitos de coxins convencionais e hidráulicos.

Palavras chave: Frequência. Suspensão. Função de transferência. Graus de liberdade. Coxim.

Abstract. The studies of vertical suspension dynamics are normally developed from de ¼ of vehicle model with two degrees of freedom, one for sprung mass and one of unsprung mass. From this methodology, the study proposes a new degree of freedom with the inclusion of the engine, which corresponds to one of the main sources of vibration of the vehicle, and, therefore, the effect of engine mounts is included. The main objective of the three-degrees of freedom study is to get the transfer functions in the frequency domain to assess the combined effects of the engine and the road on the sprung mass, where frequencies are directed to passengers and compare effects of conventional and hydraulic engine mounts.

Keywords: Frequency. Suspension. Transfer function. Degrees of freedom. Engine mounts.

1. INTRODUÇÃO

O sistema de suspensão dos veículos é responsável para manutenção do conforto em condições variadas de pista. A dissipação de vibrações providas de diversas fontes pode ser equacionada através de modelos operacionais como o de ¼ de veículo.

Com o avanço das tecnologias de fabricação e a concepção de novos materiais, os fabricantes de automóveis buscam usar materiais mais leves no design dos veículos visando reduzir o consumo energético. Essa redução de massa combinada com a elevada potência dos novos motores dá origem a estruturas mais vulneráveis à propagação de vibrações, principalmente aquelas provenientes da pista (Belgacem, 2009).

O modelo é amplamente usado por pesquisadores por ser de baixa complexidade. Como visto na Fig. 1, o modelo consiste em dois conjuntos massa-mola-amortecedor, massa suspensa, é considerada apenas um quarto da massa acima da suspensão, e a massa não suspensa, considera aquilo que está abaixo da suspensão (Kanjanavapastit, 2013).

O modelo é limitado ao estudo do comportamento dinâmico apenas na direção vertical. Ainda assim, utilizando das equações aqui citadas é possível avaliar vibrações produzidas na massa suspensa como resultado de solicitações aplicadas pelo perfil de pista, por irregularidades no conjunto roda-pneu ou por forças aplicadas diretamente a massa suspensa (Gillespie, 1992).

O equacionamento agregado de um modelo de motor com suas frequências de excitação normalmente é avaliado a parte deste conjunto.

2. METODOLOGIA

O modelo de ¼ de veículo introduz uma simplificação da suspensão eficiente e ágil para o estudo de dinâmica vertical, principalmente na obtenção de respostas a vibração e ruídos. O controle dessas respostas em função do tempo e sob condições variadas de pista é um grande desafio para a engenharia atual, neste quesito, a identificação de parâmetros e sinais para o processamento é necessária e possui diversas formas de ser abordada (Kanjanavapastit, 2013).

Considera-se que a excitação, tanto de pista quanto de motor, seja harmônica e que o sistema dinâmico se comporte linearmente. A representação da excitação harmônica será feita na forma não complexa a fim de excluir da análise a parcela negativa da integração e as variáveis complexas. Desta maneira, para o tratamento das funções, torna-se interessante o equacionamento do domínio do tempo para o da frequência do sistema dinâmico com o uso da transformada de Laplace.

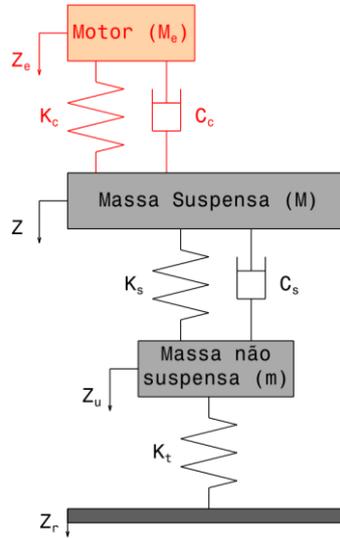


Figura 1. Esquemático do modelo de ¼ de veículo

Em primeiro momento, uma das formas mais simples de modelo de suspensão normalmente utilizadas para estudos conceituais é modelo com dois graus de liberdade que compreende uma massa suspensa, caracterizada pelos componentes acima da suspensão como chassi, carroceria, banco e passageiro, e uma massa não suspensa, caracterizada pelos componentes da suspensão como rodas, pneus, bandejas e amortecedores (Happian-Smith, 2002).

Como implementação, esse estudo incluirá um grau de liberdade correspondente ao motor do veículo suspenso por coxins com rigidez e amortecimento especificados. O esquemático geral pode ser observado na Fig. 1 e se tem M como massa suspensa, m como massa não suspensa, M_e como massa do motor, K_t como rigidez do pneu, K_s como rigidez da mola da suspensão, K_c como rigidez do coxim do motor, C_s como o coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão e C_c como o coeficiente de amortecimento do coxim do motor. As grandezas Z_r , Z_u , Z e Z_e são os respectivos deslocamentos da pista, da massa não suspensa, da massa suspensa e do motor. A formulação da força resultante nos elementos de massa ocorre conforme as Eq. (1), Eq. (2) e Eq. (3).

$$\sum F_u = m \cdot \frac{d^2 Z_u(t)}{dt^2} \quad (1)$$

$$\sum F = m \cdot \frac{d^2 Z(t)}{dt^2} \quad (2)$$

$$\sum F_e = m \cdot \frac{d^2 Z_e(t)}{dt^2} \quad (3)$$

Com o balanceamento das forças geradas pelos componentes de conexão entre as massas, o desenvolvimento completo que inclui a rigidez e o amortecimento dos componentes pode ser vista nas Eq. (4), Eq. (5) e Eq. (6), com estas no domínio do tempo.

$$0 = m \cdot \ddot{Z}_u + K_t(Z_u - Z_r) + K_s(Z_u - Z) + C_s(\dot{Z}_u - \dot{Z}) \quad (4)$$

$$0 = M \cdot \ddot{Z} + K_s(Z - Z_u) + C_s(\dot{Z} - \dot{Z}_u) + K_c(Z - Z_e) + C_c(\dot{Z} - \dot{Z}_e) \quad (5)$$

$$0 = M_e \cdot \ddot{Z}_e + K_c(Z_e - Z) + C_c(\dot{Z}_e - \dot{Z}) \quad (6)$$

A partir do equacionamento especificado, é desenvolvido a resposta em frequência através da transformada de Laplace e manipulação da equação, tal que o sinal de entrada corresponderá ao denominador e o sinal de saída ao numerador da função de transferência desejada como mostrado nas Eq. (7), Eq. (8) e Eq. (9).

$$\frac{Z(s)}{Z_r(s)} \quad (7)$$

$$\frac{Z(s)}{Z_e(s)} \quad (8)$$

$$\frac{Z_e(s)}{Z_r(s)} \quad (9)$$

Desenvolvidas as funções de transferências, o algoritmo já pode ser desenvolvido para visualização dos sinais de resposta no domínio da frequência.

3. CARACTERÍSTICAS DO VEÍCULO E DA PISTA

As condições iniciais são consideradas nulas em primeira instância. Logo, as funções de transferência são preenchidas com os dados do veículo apresentado na Tab. 1, correspondente a valores comuns de veículo de passeio convencional com duas opções de coxins para o suporte do motor.

Tabela 1. Valores de entrada para o modelo matemático referentes a característica do veículo

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa do motor	M_e	100	kg
Rigidez do coxim	K_c	350	N/mm
Amortecimento coxim convencional	C_c	1	Ns/mm
Amortecimento coxim hidráulico		5	Ns/mm
Massa suspensa de ¼ de veículo	M	435	kg
Rigidez da mola	K_s	20	N/mm
Amortecimento do amortecedor	C_s	2	Ns/mm
Massa não suspensa de ¼ de veículo	m	40	kg
Rigidez do pneu	K_t	180	N/mm

Para a amplitude dos sinais de pista e motor será adotada uma variação de 200 milímetros de curso de trabalho da suspensão e um deslocamento do motor isolado de 20 milímetros em vibração.

Os coxins convencionais são comumente feitos em borracha vulcanizada o que compreende uma determinada rigidez ao componente e condiciona o amortecimento apenas à dissipação que a borracha é capaz de realizar. Os coxins hidráulicos por sua vez, além da construção em borracha vulcanizada, possuem câmaras cheias com óleo e interligadas por orifícios de modo que, ao ser comprimida, a borracha transfere o fluido de uma câmara para outra, o que causa, devido a velocidade do escoamento, a retenção do movimento e por consequência o amortecimento. Por terem construções parecidas, considera-se a rigidez dos coxins como equivalentes.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados interessados partem do preenchimento das funções de transferência com os dados do veículo mencionados anteriormente. Assim, é realizado através de funções pré estabelecidas no *software MatLab* as formulações completas das funções de transferência, tanto para o coxim convencional quanto para o hidráulico.

As funções são diretamente relacionadas as entradas e saídas dos sinais. Para a excitação da pista, as Eq. (10) e Eq. (11) fornecem a resposta do sinal no motor e as Eq. (12) e Eq. (13) fornecem a resposta do sinal na massa suspensa, enquanto para a excitação do motor, as Eq. (14) e Eq. (15) fornecem a resposta do sinal na massa suspensa. Nos três casos são apresentados os resultados para o coxim convencional e para o coxim hidráulico.

$$\frac{3.6 \cdot 10^8 s + 3.6 \cdot 10^9}{1.74 \cdot 10^4 s^4 + 9.9 \cdot 10^5 s^3 + 1.038 \cdot 10^8 s^2 + 1.26 \cdot 10^9 s + 7.36 \cdot 10^{10}} \quad (10)$$

$$\frac{3.6 \cdot 10^8 s + 3.6 \cdot 10^9}{1.74 \cdot 10^4 s^4 + 1.15 \cdot 10^6 s^3 + 1.118 \cdot 10^8 s^2 + 2.06 \cdot 10^9 s + 7.36 \cdot 10^{10}} \quad (11)$$

$$\frac{3.6 \cdot 10^{11} s^2 + 1.26 \cdot 10^{14} + 1.26 \cdot 10^{15}}{1.74 \cdot 10^6 s^6 + 1.164 \cdot 10^8 s^5 + 1.742 \cdot 10^{10} s^4 + 5.463 \cdot 10^{11} s^3 + 3.845 \cdot 10^{13} s^2 + 1.332 \cdot 10^{14} s + 1.26 \cdot 10^{15}} \quad (12)$$

$$\frac{1.8 \cdot 10^{12} s^2 + 1.26 \cdot 10^{14} s + 1.26 \cdot 10^{15}}{1.74 \cdot 10^6 s^6 + 2.02 \cdot 10^8 s^5 + 2.202 \cdot 10^8 s^5 + 2.202 \cdot 10^{10} s^4 + 9.775 \cdot 10^{11} s^3 + 3.989 \cdot 10^{13} s^2 + 1.332 \cdot 10^{14} s + 1.26 \cdot 10^{15}} \quad (13)$$

$$\frac{2 \cdot 10^5 \cdot s^3 + 2.4 \cdot 10^7 s^2 + 1.7 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^{10}}{1.7 \cdot 10^4 s^4 + 1.15 \cdot 10^6 s^3 + 1.118 \cdot 10^8 s^2 + 2.06 \cdot 10^9 s + 7.36 \cdot 10^{10}} \quad (14)$$

$$\frac{2 \cdot 10^5 \cdot s^3 + 2.4 \cdot 10^7 s^2 + 1.7 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^{10}}{1.7 \cdot 10^4 s^4 + 1.15 \cdot 10^6 s^3 + 1.118 \cdot 10^8 s^2 + 2.06 \cdot 10^9 s + 7.36 \cdot 10^{10}} \quad (15)$$

Nota-se que as funções obtidas possuem graus elevados de polinômios, característica essencial que define o formato da função com a variação da frequência.

4.2 Diagrama de Bode

A partir das funções de transferência podem ser gerados gráficos de Bode. Estes permitem representar as funções com a variação da entrada no espectro da frequência para visualizar a fase e a magnitude do sinal. A fase, em graus, está relacionada ao ganho fasorial que o sinal sofre enquanto a intensidade, em decibéis, se refere a intensidade ou potência relativa do sinal.

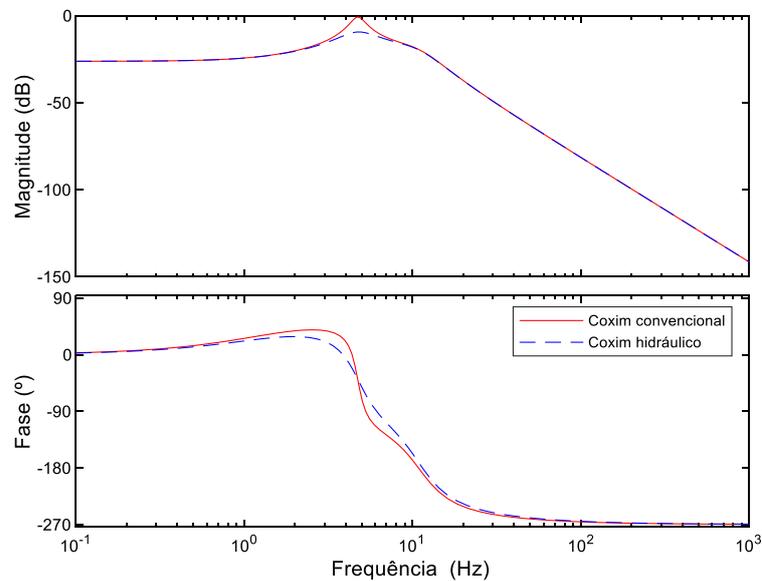


Figura 2. Diagrama de Bode da função de transferência da pista para a massa suspensa com coxim convencional e com coxim hidráulico

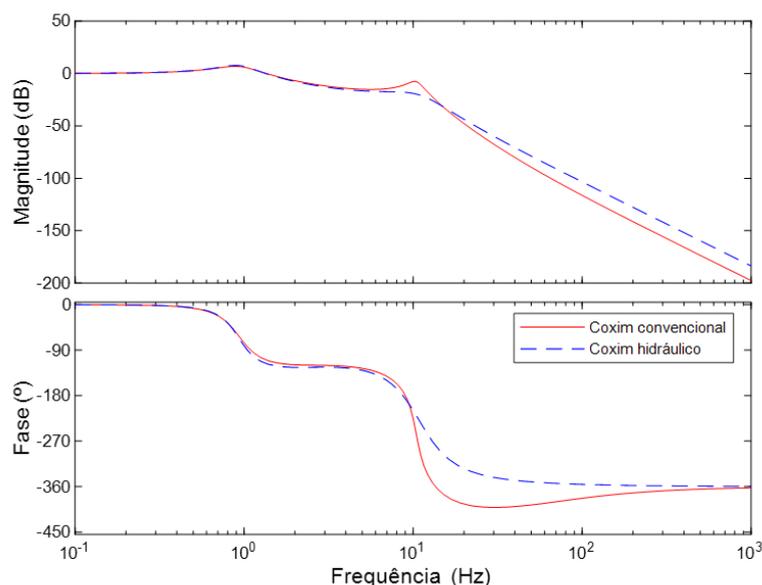


Figura 3. Diagrama de Bode da função de transferência da pista para o motor com coxim convencional e com coxim hidráulico

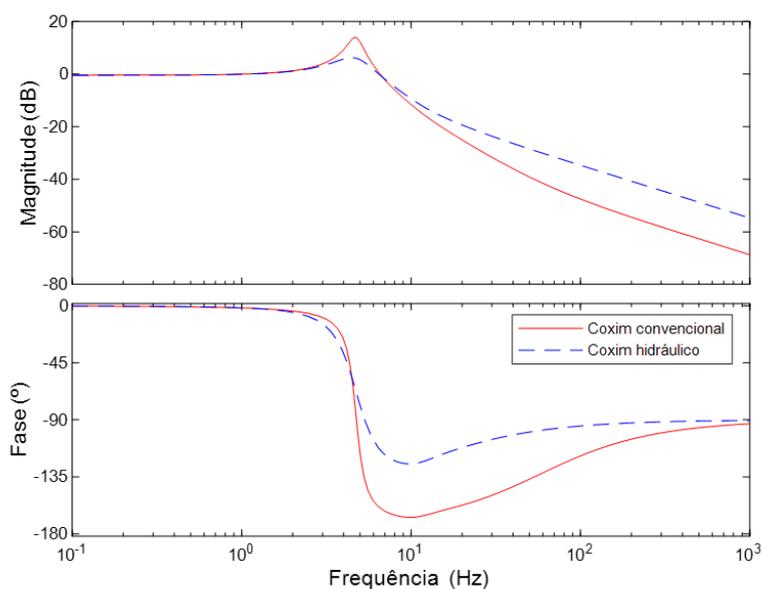


Figura 4. Diagrama de Bode da função de transferência do motor para a massa suspensa com coxim convencional e com coxim hidráulico

Os diagramas representados nas Fig. 2, Fig. 3 e Fig. 4 possuem formatos semelhantes, iniciam com fases e magnitudes estabilizadas até uma frequência na qual a magnitude aumenta e ocorre uma defasagem e, então, a fase volta à estabilidade e a magnitude decresce.

Os picos formados nos gráficos identificam as frequências naturais dos sistemas, quando a amplitude se torna significativamente maior que zero, a transferência de vibrações pode ser amplificada durante a exposição a esta frequência, assim, intensifica a magnitude e provoca deformações permanentes no sistema, fenômeno conhecido por ressonância.

É importante notar o comportamento do coxim hidráulico na suavização das curvas que formam os picos de magnitude nos diagramas com relação ao coxim convencional, esta característica permite que o coxim hidráulico sofra deformações menos incisivas durante a exposição do sistema a alguma frequência natural.

4.2 Resposta à frequência

Através do esquemático simplificado no *Simulink*, apresentado na Fig. 5, é possível implementar os sinais de excitação de pista e motor e observar as respostas das funções de transferência que influenciam no comportamento vibracional da massa suspensa.

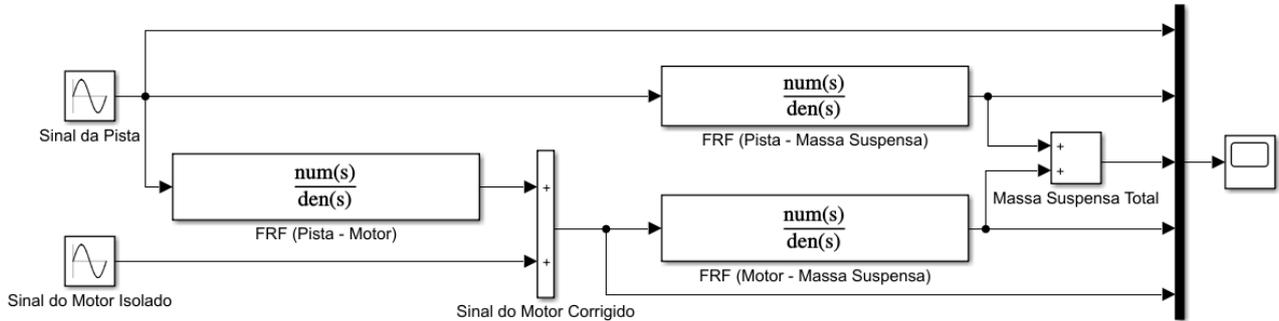


Figura 5. Modelo montado no software *Simulink* para a obtenção do diagrama de Bode

Conforme as amplitudes de sinais mencionadas nas características do veículo e da pista, é proposta a utilização de valores de frequências comumente solicitada em veículos, com 7 Hz para excitação de pista e 28 Hz para excitação de motor. A Fig. 6 apresenta as frequências de excitação aplicadas assim como a correção do sinal que provém da transferência de vibração da pista para o motor montado com coxim convencional ou hidráulico.

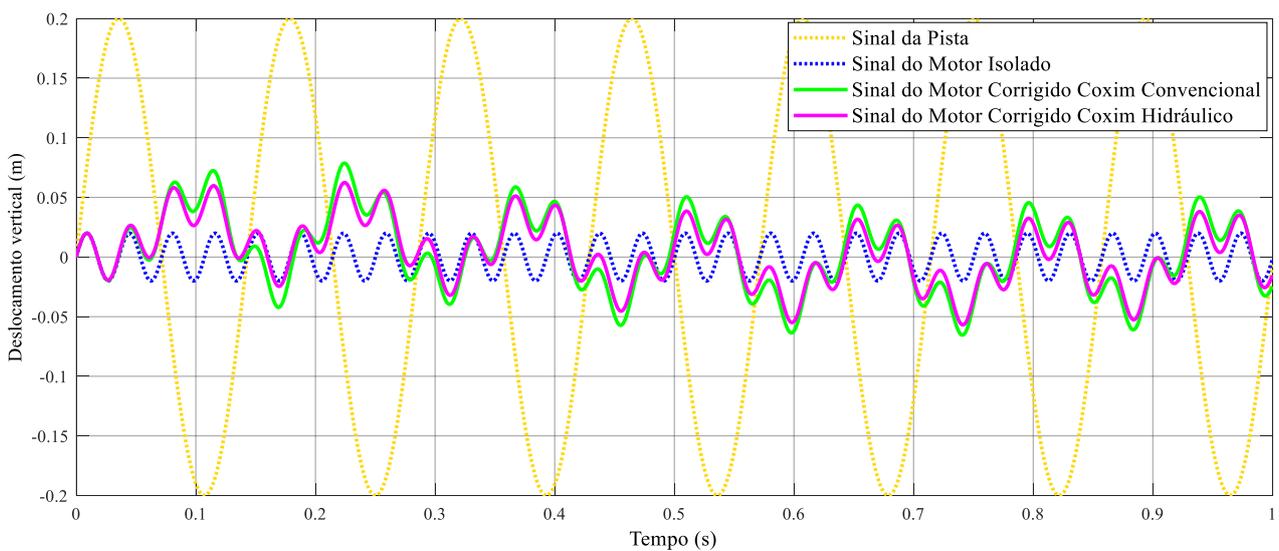


Figura 6. Sinais de pista a 7 Hz e de motor a 28 Hz e a correção do sinal do motor influenciado pela pista com coxim convencional e hidráulico

Nota-se que as respostas a vibração da pista para o motor com coxim convencional possuem maior amplitude do que com coxim hidráulico, o que demonstra a melhor dissipação de vibrações no uso de coxim hidráulico. Por outro lado, a Fig. 7 apresenta o comportamento das funções que transferem as vibrações do motor e da pista para a massa suspensa assim como sua vibração resultante. É importante notar que os sinais resultantes da pista e do motor para massa suspensa se apresentam aproximadamente em fases opostas, o que traduz o sinal de resposta final como uma diferença entre estes.

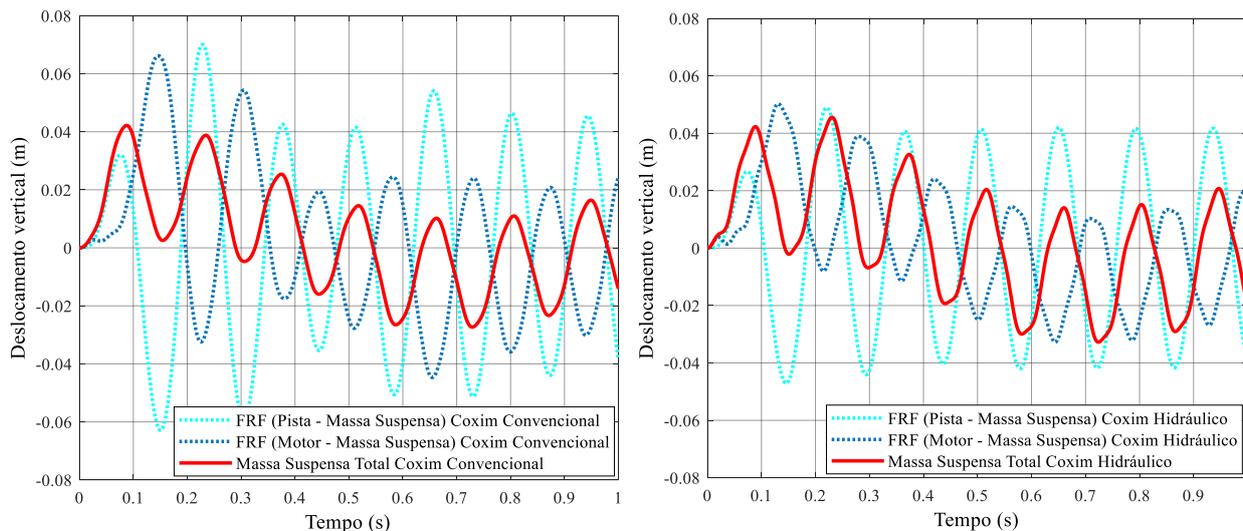


Figura 7. Resposta das funções de transferência de excitação do motor e da pista para a massa suspensa com coxim convencional e hidráulico

Enfim, ao comparar os sinais de resposta da massa suspensa (Fig. 8), verifica-se que os limites máximos e mínimo da amplitude do deslocamento em módulo da resposta com coxim convencional é menor do que da resposta com coxim hidráulico. As circunstâncias da simulação, portanto, preveem o melhor comportamento do coxim convencional para dissipação de vibrações.

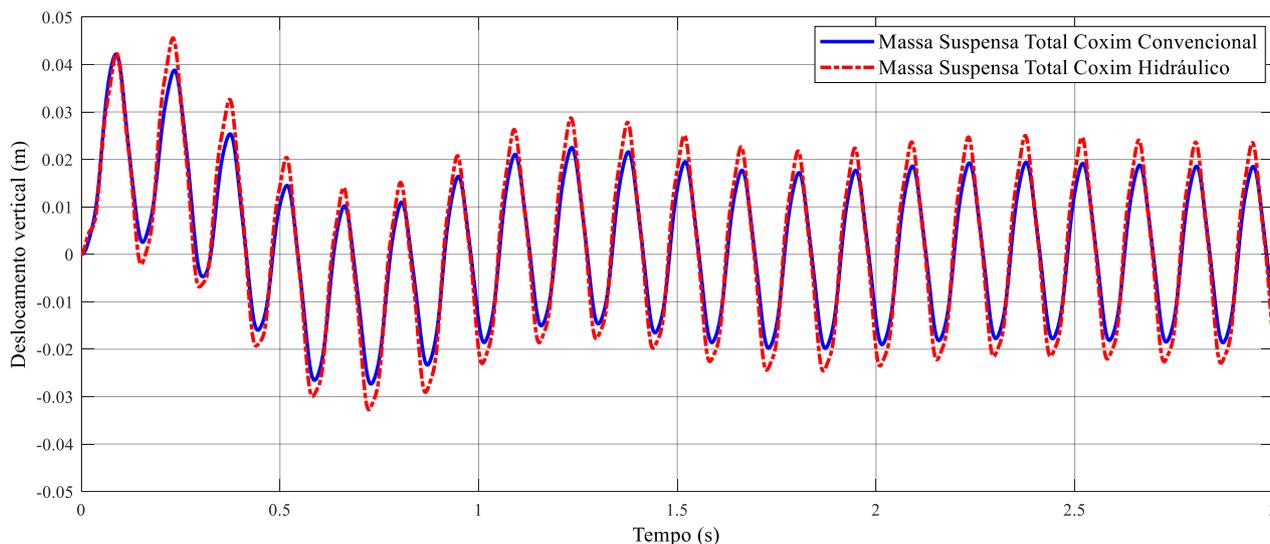


Figura 8. Comparativo entre as respostas dos do coxim convencional e do coxim hidráulico

4. CONCLUSÃO

A abordagem proposta a respeito do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, com a introdução do terceiro grau de liberdade, favoreceu o entendimento a respeito das frequências naturais transmitidas aos ocupantes, por meio da carroceria. Algo importante a ser considerado em um mercado onde cada vez mais se procura conforto e segurança.

A análise representa um avanço no desenvolvimento de teorias que orientem o estudo de vibrações de estruturas automotivas. No entanto, a complexidade das funções de transferência trouxe um grande desafio, por causa da quantidade de variáveis a serem manipuladas.

Ademais, os resultados obtidos com a variação dos tipos de suporte do motor entre coxins convencionais e hidráulicos se mostraram diferentes. A diferença observada nas respostas aos sinais de excitação da pista e do motor demonstram o quão aprofundados podem ser os estudos a respeito da concepção desses suportes. Os coxins ativos por exemplo, aplicados em veículos de categorias mais luxuosas, são capazes de variar suas características conforme os regimes de funcionamento para obter melhores respostas diante dos sinais oriundos do motor.

Como possíveis trabalhos futuros, pode-se apontar a implementação dos coxins ativos no terceiro grau de liberdade aplicado ao modelo ¼ de veículo e o estudo das funções que regem a variação das suas características na busca pelo melhor comportamento possível.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao professor André Murilo (Engenheiro mecânico) da Universidade de Brasília Campus Gama e o Vinicius Leal (Engenheiro mecânico) pelo incentivo e complementação dos dados desta pesquisa.

6. REFERÊNCIAS

- Belgacem, Walid & Masson, Patrice & Berry, Alain. (2009). Optimal active vibration control on a car for cancellation of road noise disturbance.
- Dixon, J. C., 2009. *Suspension geometry and computation*. John Wiley & Sons, United Kingdom.
- Gillespie, T. D., 1992. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*.
- Happian-Smith, J., 2002. *An Introduction to Modern Vehicle Design*. Butterworth-Heinemann.
- Kanjanavapastit, A., Thitinaruemit, A., 2013. Estimation of a Speed Hump Profile Using Quarter Car Model. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*.
- Maher, D., Young, P., 2011. *Vehicle System Dynamics An insight into linear quarter car model accuracy*.
- Nouri, K., Loussifi, H., & Braiek, N. B., 2011. *Modelling and Wavelet-Based Identification of 3-DOF Vehicle Suspension System*. *Journal of Software Engineering and Applications*.
- Nicolazzi, L. C., da Rosa, E., Leal, L. C. M., 2012. *Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis*. GRANTE Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.