

ANÁLISE DE INCERTEZAS NA SIMULAÇÃO ESTRUTURAL EM COMPONENTES MECÂNICOS

Antonio de Assis Brito Neto, antonio.brito@ufsc.br¹
Felipe Leme, sou_feleme@hotmail.com²

^{1,2}Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, R. Dona Francisca, 8300 – Bloco U, Zona Industrial Norte, Joinville – SC – Brasil, CEP 89.219-600

Resumo. A simulação computacional tornou-se uma ferramenta de grande importância no projeto de componentes estruturais. Essa ferramenta faz uso de modelos físicos e matemáticos, os quais permitem ao projetista dimensionar o componente para atender aos seus requisitos de projeto. No entanto, os modelos envolvidos na simulação são apenas aproximações da realidade, sendo cada vez mais necessário que tais modelos incorporem as características reais de trabalho do componente, a fim de se obter resultados confiáveis e condizentes com a realidade de operação do mesmo. Diante disso, torna-se necessário identificar, quantificar e propagar as incertezas dos parâmetros de entrada através dos modelos de simulações computacionais. Uma das principais ferramentas de modelagem de problemas estruturais é o método de elementos finitos. Seu uso associado ao método de simulação de Monte Carlo permite a propagação das incertezas dos parâmetros de entrada através do modelo da simulação estrutural, fornecendo a incerteza das variáveis de resposta do modelo.

Palavras chave: Incerteza. Simulação. Monte Carlo .

Abstract. The computational simulation it has become a very important tool in component design. This tool makes use of physical and mathematical models, which allow the designer to scale the component to meet his design requirements. However, the models involved in the simulation are only approximations of reality, and it is increasingly necessary that such models incorporate the real working characteristics of the component, in order to obtain reliable results and consistent with the reality of its operation. Therefore, it becomes necessary to identify, quantify and propagate the uncertainties of the input parameters through the computer simulation models. One of the main tools for modeling structural problems is the finite element method. The use of this method associated with the Monte Carlo simulation method allows the propagation of the uncertainties of the input parameters through the structural simulation model, providing the uncertainty of the model's response variables.

Keywords: Uncertainty. Simulation. Monte Carlo.

1. INTRODUÇÃO

Quando se utiliza um modelo matemático para descrever um sistema, pode acontecer que o modelo seja complexo demais ou não permita uma solução analítica. Nesse caso, a simulação computacional pode ser considerada uma ferramenta de grande importância na obtenção de uma resposta para um problema particular (Donatelli e Konrath, 2005). No entanto, os parâmetros de entrada da simulação podem possuir um comportamento estocástico, ou seja, existe uma certa variabilidade na definição destes parâmetros. Esta variabilidade é consequência das fontes de incerteza que atuam sobre o fenômeno que se deseja modelar. Diante das incertezas dos parâmetros de entrada do modelo, torna-se necessário quantificar a influência destas incertezas na resposta do modelo a fim de avaliar a confiabilidade dos resultados.

Tendo em vista a necessidade de confiabilidade das simulações que são realizadas com o objetivo de avaliar o desempenho de um componente estrutural frente as suas tolerâncias de projeto (por exemplo, níveis de tensões frente aos limites de resistência do material, ou níveis de deformações frente aos limites necessários a manutenção da funcionalidade do componente, etc.), tem-se como principal objetivo do trabalho apresentar a metodologia utilizada para análise, quantificação e propagação das incertezas presentes no processo de modelagem de problemas estruturais. Isto possibilitará responder importantes questões necessárias à confiabilidade e à eficiência de projetos de componentes estruturais, tais como:

1. Qual a influência de um determinado nível de incerteza de um parâmetro de entrada na resposta de um modelo de simulação?
2. Quais os níveis de incerteza permitidos dos parâmetros de entrada de um modelo de simulação para se obter um determinado nível de incerteza na resposta do modelo?

3. Quais as fontes de incerteza que deverão ser prioritariamente minimizadas para se obter níveis de incerteza da resposta do modelo dentro dos requisitos do projeto do componente estrutural?

A solução de um problema de análise estrutural requer a adoção de um modelo, seja ele analítico ou numérico. Dentre os métodos de solução numérica mais difundidos tem-se o Método de Elementos Finitos - MEF. Método este largamente utilizado em simulações nas mais diversas áreas da engenharia, principalmente na área da análise estrutural, possibilitando e facilitando a análise de peças com carregamentos e geometria complexos (Rao, 2012). Desta forma, o método pode ser aplicado na resolução e diagnóstico de problemas de análise estrutural por meio da obtenção de deslocamentos, deformações e tensões. Neste trabalho, o MEF será a base da solução numérica através do uso do software comercial de elementos finitos Ansys®.

As fontes de incerteza na análise estrutural estão basicamente relacionadas com as propriedades do material, a geometria da peça, o carregamento aplicado e as condições de contorno do problema (Defiltra e Gomes, 2016). As incertezas relacionadas as propriedades do material tem origem nas características do próprio material (não homogeneidade, trincas, porosidade, etc), bem como pelo fato das mesmas serem obtidas por ensaios experimentais, os quais estão sujeitos a erros e incertezas dos processos de medição envolvidos. As incertezas na geometria da peça são oriundas da imprecisão dos processos de fabricação. A determinação do carregamento atuando na estrutura é a parcela de maior dificuldade de determinação, sendo poucos os casos que se tem pleno conhecimento do carregamento que irá atuar na estrutura durante o tempo de vida da mesma, acarretando níveis de incerteza mais elevados para sua determinação (Vinckenroy e Wilde, 1995).

Além da identificação das fontes de incertezas e sua quantificação, tem-se a necessidade de propagá-las através do modelo. Uma metodologia que permite fazer essa operação com o uso de modelos determinísticos em ressonância com os métodos de solução utilizados na análise estocástica é o método de simulação de Monte Carlo - SMC. A avaliação da incerteza da simulação usando a técnica de SMC é realizada em duas fases. A primeira consiste em estabelecer o modelo da simulação e as distribuições de probabilidade dos parâmetros de entrada, enquanto a segunda fase envolve a avaliação do modelo, ou seja, a propagação das incertezas. Sendo, portanto, o formato da distribuição de saída obtido a partir da avaliação do modelo matemático com base na combinação de amostras aleatórias das variáveis de entrada. O método de simulação de Monte Carlo é um método extremamente robusto. No entanto, o método apresenta um inconveniente, que é o elevado tempo de simulação computacional para determinadas classes de problemas, devido à necessidade de repetição da solução do problema (Pellisetti e Schueller, 2009).

Diante do exposto, este artigo irá, através de estudos de caso, demonstrar a importância de se analisar a influência das fontes de incerteza nos parâmetros de entrada de um modelo de simulação estrutural, seja ele analítico ou numérico, utilizando o método de simulação de Monte Carlo.

2. METODOLOGIA

O procedimento para análise de incertezas consiste em identificar as fontes de incertezas, definir os parâmetros do modelo com comportamento estocástico, propagar as incertezas dos parâmetros de entrada através do modelo e analisar os resultados. A modelagem do problema estrutural será feita pelo Método de elementos Finitos e por um modelo analítico implementado no software Matlab®, ambos associados ao Método de Simulação de Monte Carlo. Desta forma, será avaliado a influência das incertezas dos parâmetros de entrada na modelagem numérica e na solução analítica do problema.

Implementou-se um algoritmo com base no pacote Probabilistic Design Systems (PDS) do software comercial de elementos finitos Ansys® para a propagação de incertezas através do modelo de elementos finitos. Essa ferramenta usa o método de simulação de Monte Carlo para quantificar a influência da incerteza dos parâmetros de entrada na resposta da simulação. O algoritmo considera o método de elementos finitos como uma “caixa preta”, isto é, os erros oriundos da solução numérica são considerados como intrínsecos ao problema (Kannan, *et al*, 2020). Os parâmetros de entrada (geometria, propriedades do material, condições de contorno, carregamento, etc.) são definidos de forma paramétrica no modelo do software. Os parâmetros que definem o comportamento estatísticos das variáveis de entrada do modelo de simulação são definidos como entrada e são caracterizados por seu tipo de distribuição (Gaussiana, lognormal, uniforme, etc.) e com os seus respectivos parâmetros da distribuição (média, desvio padrão, etc.). A correlação entre as variáveis de entrada também pode ser definida (Reh, *et al*, 2006).

O algoritmo do modelo numérico foi implementado na linguagem APDL do software Ansys®. Neste algoritmo entra-se com um modelo de solução do problema determinístico e em seguida define-se quais parâmetros terão comportamento estocástico e quais são as variáveis de resposta do modelo. Com essas definições, o algoritmo, para cada iteração, gera um valor para os parâmetros de entrada com base nas características e tipo de distribuição da variável e executa o programa novamente para obter uma resposta. Esta operação é repetida numa quantidade definida pelo usuário. Por fim, o software faz automaticamente um relatório com informações com as características dos parâmetros de entrada, análise de sensibilidade, estabilização da resposta do modelo com o número de simulações, características da resposta do modelo, etc.

Dois estudos de caso foram realizados, onde comparou-se a simulação do Método de Monte Carlo no software Ansys® e no modelo analítico implementado no software Matlab®, que já possui geradores de números aleatórios de

acordo com o tipo de função de densidade de probabilidade desejada. Através da vetorização do problema no software Matlab® temos uma simulação rápida e eficiente, sendo essa uma das grandes vantagens deste software para problemas que envolvam o método de simulação de Monte Carlo.

3. ESTUDOS DE CASO

O primeiro estudo de caso constitui-se como o problema de uma viga engastada com carga na extremidade e o segundo estudo de caso trata de uma placa apoiada com carga distribuída.

3.1. Estudo de caso 1 – Viga engastada com carga na extremidade

Neste estudo de caso simulou-se a influência da incerteza dos parâmetros de entrada do modelo de deflexão máxima de uma viga engastada com uma carga em sua extremidade. Parâmetros relacionados à propriedade do material, o comprimento da viga, assim como sua largura e espessura, e a carga aplicada foram escolhidos para terem comportamento estocástico, sendo apresentados na Tab. 1 os valores destes parâmetros. Cabe ressaltar que as incertezas, caracterizadas pelo desvio padrão das grandezas, são apenas estimativas, para casos reais deve-se realizar um estudo para determinar valores mais precisos para as incertezas dos parâmetros de entrada do modelo. A Figura 1 apresenta o modelo em elementos finitos do problema.

Tabela 1. Parâmetros de entrada do modelo de viga engastada

| Parâmetro | Média | Desvio Padrão (%) | Tipo de distribuição |
|------------------------------|---------------------|-------------------|----------------------|
| Módulo de elasticidade - E | $200 \cdot 10^9$ Pa | 5 | Normal |
| Carga aplicada - P | 100 N | 5 | Normal |
| Comprimento da viga - L | 300 mm | 3 | Normal |
| Espessura da viga - h | 10 mm | 3 | Normal |
| Largura da viga - b | 30 mm | 3 | Normal |

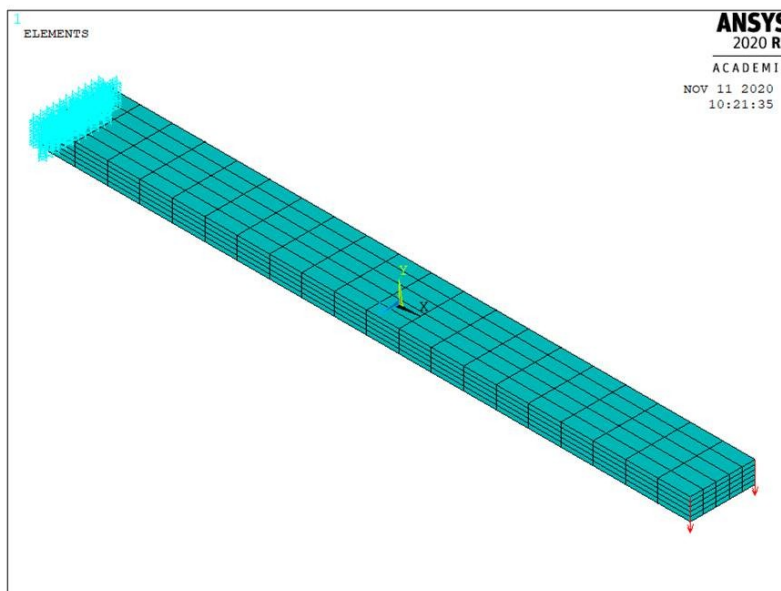


Figura 1. Modelo de elementos finitos da viga engastada

Implementou-se no software Matlab® um algoritmo com base no método de simulação de Monte Carlo para avaliar a influência das incertezas do modelo sobre a resposta do comportamento da viga. Utilizou-se geradores de números aleatórios com base no tipo de distribuição do parâmetro de entrada com comportamento estocástico para fornecer entradas para o modelo de solução analítica do deslocamento máximo da viga dado pela equação:

$$u = \frac{4PL^3}{Ebh^3} \quad (1)$$

sendo P a carga aplicada, L o comprimento da viga, E o módulo de elasticidade, b a largura e h a altura da seção (Hibbeler, 2010). Em cada iteração um conjunto de parâmetros de entrada é avaliado e armazenado a resposta do modelo. Repetindo essa operação “n” vezes, teremos um vetor de respostas no qual foi ajustado uma função de densidade de probabilidade para determinação da média e desvio padrão da saída do modelo.

A Tabela (2) apresenta os resultados das simulações. Os resultados obtidos pela simulação no software Matlab® foram muito próximos aos obtidos pelo software Ansys®. O algoritmo implementado no software Matlab® mostrou-se muito mais rápido do que a simulação numérica. Esta rapidez, além do fato da simplicidade do modelo analítico, se deve ao software permitir a vetorização do problema, o que traz uma grande vantagem em seu uso na simulação de Monte Carlo, que requer repetidas simulações. Foram realizadas dez mil iterações no software implementado o modelo analítico e mil iterações no software de elementos finitos. Apesar da diferença no número de iterações, tem-se a compatibilidade dos resultados. Ou seja, resultados muito próximos, diferenças de valores da ordem de 1%. A relação entre a incerteza do deslocamento sobre o seu valor médio é da ordem de 15%, o que demonstra a importância da análise de incerteza.

Tabela 2. Resultado das simulações para o deslocamento máximo de uma viga engastada

| Algoritmo | Média (m) | Desvio padrão (m) | Número de iterações |
|----------------------------|-----------------|-------------------|---------------------|
| Algoritmo Software Ansys® | $1,808.10^{-3}$ | $0,268.10^{-3}$ | 1.000 |
| Algoritmo Software Matlab® | $1,819.10^{-3}$ | $0,274.10^{-3}$ | 10.000 |

A figura 2 apresenta o resultado da análise de sensibilidade através dos coeficientes de correlação de Spearman (Weaver, 2018). O parâmetro com maior influência na resposta foi o comprimento da viga e o de menor influência foi a largura da seção. Esta análise permite inferir em que parâmetro deve-se atuar para minimizar a incerteza da resposta do modelo.

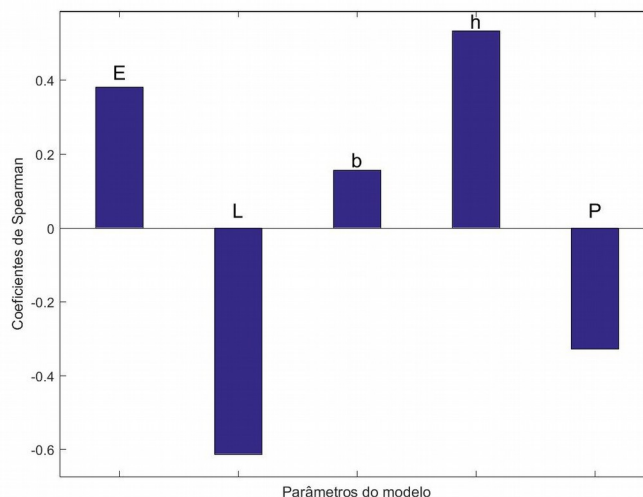


Figura 2. Figura Análise de sensibilidade com base nos coeficientes de correlação de Spearman para a resposta da viga engastada

3.2. Estudo de caso 2: Análise de uma placa apoiada com carga distribuída

Neste estudo de caso foi analisado o deslocamento máximo de uma placa quadrada apoiada pelas bordas e sujeita a um carregamento distribuído. Os parâmetros escolhidos com comportamento estocástico foram a largura da placa, sua espessura, o módulo de elasticidade do material e o carregamento aplicado. O parâmetro de saída é o deslocamento transversal máximo da estrutura. A Tabela 3 apresenta os dados de entrada com suas médias e incertezas e na Tab. 4 os resultados obtidos.

Tabela 3. Parâmetros de entrada do modelo de um anel sob compressão

| Parâmetro | Média | Desvio Padrão (%) | Tipo de distribuição |
|------------------------------|------------------------|-------------------|----------------------|
| Módulo de elasticidade - E | $200 \cdot 10^9$ Pa | 5 | Normal |
| Carga aplicada - p | 700 N/m ² | 5 | Normal |
| Largura da placa - b | 300 mm | 2 | Normal |
| Espessura da placa - h | 10 mm | 2 | Normal |

Tabela 4. Resultado das simulações para o deslocamento máximo de uma placa apoiada com carga distribuída

| Algoritmo | Média (m) | Desvio padrão (m) | Número de iterações |
|----------------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| Algoritmo Software Ansys® | $1,20 \cdot 10^{-6}$ | $1,51 \cdot 10^{-7}$ | 1.000 |
| Algoritmo Software Matlab® | $1,15 \cdot 10^{-6}$ | $1,41 \cdot 10^{-7}$ | 10.000 |

Os resultados demonstram, novamente, a compatibilidade dos resultados fornecidos pelo algoritmo no software Matlab®, o qual faz uso de uma solução analítica (equação 2), e dos resultados fornecidos pelo software Ansys®, que faz uso de um modelo numérico. A relação entre os níveis de incerteza e a média dos resultados foi da ordem de 10%, o que demonstra ser um número significativo, diante dos níveis de incertezas dos parâmetros de entrada. A Figura 3 apresenta o modelo de elementos finitos utilizado. A solução analítica é dada por:

$$u = 0,47 \cdot (1 - \nu) \cdot \left(\frac{p \cdot b^4}{E \cdot h^3} \right) \quad 2$$

sendo p a carga distribuída aplicada, E o módulo de elasticidade, h a espessura e b a largura da placa (Boresi, 1993).

Através do estudo de caso, permitiu-se inferir quais parâmetros têm maior influência sobre a dispersão da resposta do modelo com base numa análise de sensibilidade. Essa análise indica em quais parâmetros do modelo se deve atuar para minimizar a dispersão dos resultados de forma mais eficiente. A Figura 4 apresenta a análise de sensibilidade para o problema.

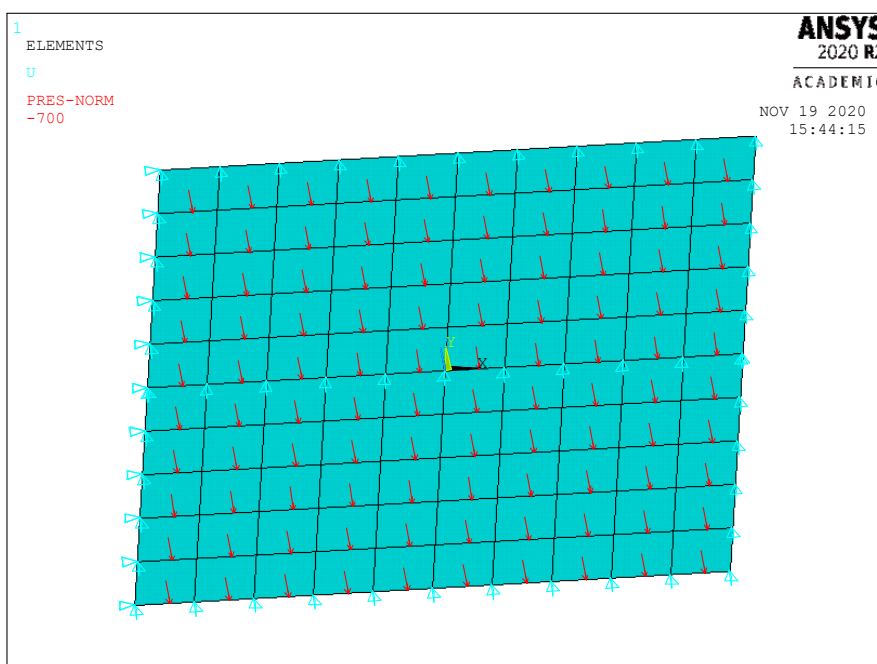


Figura 3. Modelo de elementos finitos da placa apoiada com carregamento distribuído

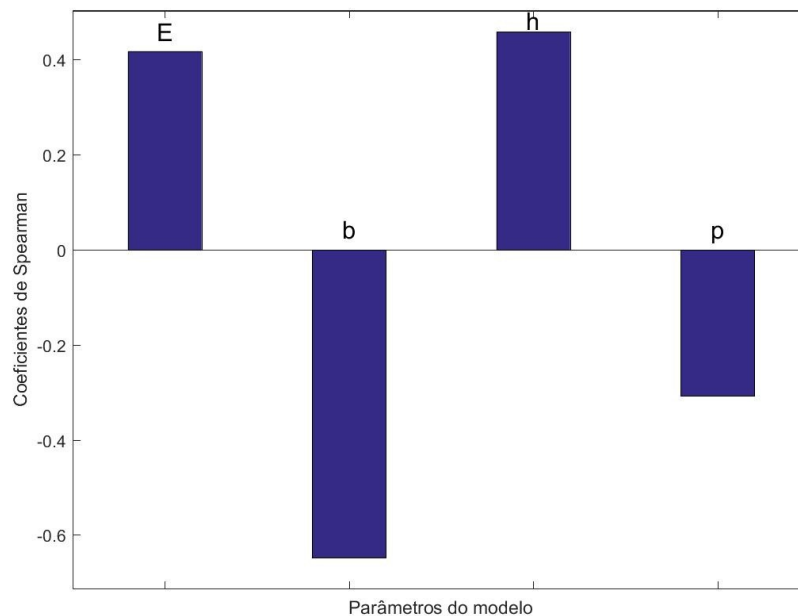


Figura 4. Análise de sensibilidade com base nos coeficientes de correlação de Spearman para a resposta da placa com carregamento distribuído

4. CONCLUSÕES

Somente através de uma análise de incertezas é possível conhecer e realizar o gerenciamento da influência dos níveis de incerteza dos parâmetros de entrada sobre a resposta do modelo de simulação. Este gerenciamento é fundamental na definição dos principais atores e o seu papel na análise da dispersão e confiabilidade dos resultados de simulações. Logo, a análise de incerteza fornecerá subsídios para o projetista ou experimentador realizar um julgamento realístico e confiável da adequação dos seus requisitos de projeto frente aos resultados obtidos por simulações. Dentro desse contexto, este trabalho busca enfatizar a necessidade da identificação, quantificação, propagação e consequentemente do gerenciamento das incertezas envolvidas na simulação estrutural como uma ferramenta para se avaliar a confiabilidade dos resultados obtidos.

Através dos estudos de caso, demonstrou-se a eficiência no uso dos algoritmos, baseados no método de simulação de Monte Carlo, diante da compatibilidade dos resultados entre o modelo analítico e o modelo numérico implementado no software Ansys®, bem como mostrou-se a importância da análise diante dos níveis de incerteza da resposta dos modelos. Com base na análise de sensibilidade é possível determinar quais parâmetros têm influência significativa sobre a resposta do modelo. Ou seja, tem-se a possibilidade de atuar de forma mais precisa sobre as fontes de incerteza que tem maiores influências sobre o modelo.

O software Matlab mostrou-se vantajoso na simulação com base em modelos analíticos devido à possibilidade da vetorização do problema, com isso o tempo de simulação das diversas iterações exigidas pelo Método de Simulação de Monte Carlo tornou-se irrisório. Ao passo que a simulação de Monte Carlo utilizando o modelo numérico pode se tornar onerosa computacionalmente em virtude de um possível elevado número de graus de liberdade do problema.

5. REFERÊNCIAS

- Boresi, A. P. e Schmidt, R. J., 2003, *Advanced mechanics of materials*, John Wiley & Sons.
- Defilto, V.F. e Gomes, W. J. S., 2016, *Análise da confiabilidade estrutural de problemas baseados na mecânica dos sólidos*, REEC – Revista Eletrônica de Engenharia Civil, vol. 12, Nº 2, pg 14-25.
- Donatelli, G. D. e Konrath, A. C., 2005, *Simulação de Monte Carlo na incerteza de medição*, Revista Ciência e Tecnologia, vol. 13, Nº 25/26, pg 5-15.
- Gaspar, B., et al, 2014, *System Reliability Analysis by Monte Carlo Based Method and Finite Element Structural Models*, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 136.
- Kannan, V, et al, 2020, *Probabilistic design of plate with point load*, Journal of Critical Reviews, vol. 7.
- Hibbeler, R. C., 2010, *Resistência dos Materiais*, 7ed, Pearson, São Paulo, Brasil.

- Leandro Filho, F. A., 2012, *Avaliação estrutural de sistemas de geração de energia eólica de pequeno porte utilizando métodos estocásticos*, Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- Logan, D. L., 2012, *A First Course in the Finite Element Method*, Cengage.
- Nakasone, Y., et al, 2006, *Engineering Analysis with ANSYS Software*, Elsevier Butterworth-Heinemann.
- Pellisetti, M. F. e Schueller, G.I., 2009, *Scalable uncertainty and reliability analysis by integration of advanced Monte Carlo simulation and generic finite element solvers*, Computer and Structures, vol. 87, pg. 930-947.
- Rao, S. S., 2018, *Finite element method in engineering*, Butterworth-Heinemann.
- Reh, S., et al, 2006, *Probabilistic finite element analysis using Ansys*, Structural Safety, vol. 28, pg 17-43.
- Vinckenroy, G. V. e Wilde, G. V., 1995, *Statistical finite element methods for the determination of the structural behaviour of composite materials structural components*, Composite Structures, vol. 32, pg 247-253.
- Weaver, K. F. et al, 2018, *An Introduction to Statistical Analysis in Research: With Applications in the Biological and Life Sciences*, JohnWiley & Sons.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.