



XXVI Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica, CREEM 2019 19 a 23 de agosto de 2019, Ilhéus, BA, Brasil

# MODELAMENTO PARA O TRANSPORTE DE CALOR, UMIDADE E SAL EM MEIOS POROSOS

Rhayssa Maryell Marra Ribas, rhayssa87@gmail.com Gerson Henrique dos Santos, gsantos@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Av Monteiro Lobato, s/n - Km 04 CEP 84016-210 - Ponta Grossa - PR

Resumo. As estruturas de concreto podem sofrer diversos tipos de danos, que podem diminuir consideravelmente a sua vida útil. Um dos responsáveis por este processo é o transporte de sais para dentro dos poros do concreto. Além de acelerar o processo de corrosão na armação de aço, estes sais podem se concentrar em alguns pontos (nucleação), causando trincas e fissuras na estrutura, diminuindo consequentemente, a sua resistência. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar um modelo matemático para o transporte simultâneo de calor, umidade e sal em meios porosos. A discretização das equações governantes foi realizada usando o do método dos volumes finitos, sendo o sistema de equações algébricas resolvido por meio MTDMA (MultiTriDiagonal Matrix Algorithm), que permite a resolução simultânea futura das equações governantes. Deste modo, este trabalho mostrou-se promissor na análise do transporte de sal no meio poroso, podendo ser capaz de fornecer informações importantes para a prevenção dos processos de corrosão e deterioração do concreto.

Palavras chave: Transporte de sal. Meio Poroso. Concreto.

# 1. INTRODUÇÃO

A deterioração de construções civis devido ao transporte de sal e umidade nos poros é motivo da redução da vida útil dos materiais, trazendo prejuízos econômicos. Do início do século XX até a década de 80, as construções de concreto eram feitas com base apenas na experiência profissional, ou seja, de forma subjetiva. Com isso a durabilidade das estruturas passava a ser claramente empírica. O avanço tecnológico nos anos subsequentes trouxe modelos de previsão da deterioração em concreto, devido principalmente ao conhecimento do comportamento de gases e líquidos em meios porosos (Medeiros *et al.*, 2011).

O grande desenvolvimento gerado por pesquisadores no campo dos fenômenos de transporte, em processos industriais, tem garantido melhorias na eficiência e na durabilidade de materiais. A capacidade de modelar o comportamento de diferentes fluidos, além do transporte de massa e de calor em meios porosos, permite melhorias na eficiência de processos, além de garantir ganhos econômicos e ambientais (Martins, 2006).

Engenharia de processos químicos, engenharia ambiental, reservatórios naturais, engenharia mecânica, construção civil são apenas algumas das áreas onde o conhecimento do transporte de substâncias em meios porosos pode ser fundamental. Na engenharia civil, o conceito é amplamente aplicado para estruturas de concreto já que, segundo Pedroso (2009), estima-se que anualmente 11 bilhões de toneladas deste material são consumidos no mundo.

Durante o ciclo de vida das estruturas de concreto, estas são submetidas a diversos tipos de esforços e cargas, estresses mecânicos, mudanças climáticas, mudanças de temperatura e ataques químicos. Estas condições causam ao material, diferentes reações que resultam na redução de seu tempo de vida. Um dos grandes motivos desta deterioração pode estar na cristalização do sal no interior do meio poroso. Segundo Derluyn et al. (2014), os sais presentes no interior de líquidos que penetram os poros podem cristalizar durante a secagem do material, submetendo-o a forças expansivas que eventualmente podem danificar e rachar o concreto. Mas como ocorre o transporte do sal para o interior dos poros do concreto? Com a finalidade de auxiliar no esclarecimento desta questão, este trabalho tem como foco apresentar um modelo matemático para o transporte de umidade, calor e sal para ententer este fenômeno e os danos causados pelo mesmo.

De acordo com dados da Organização das Nações Unidas (ONU), o setor da construção utiliza cerca de 40% de toda energia e 25% de toda água consumidas no mundo (Benite, 2011). Sendo assim, o estudo da degradação do concreto armado, devido à transposição de sal e umidade, é de suma importância para a redução do custo de vida do material e dos impactos ambientais gerados pelo setor da construção.

Portanto, a motivação para a realização deste trabalho, encontra-se na possibilidade de ajudar a trazer ao setor da construção civil bases científicas, para promover melhorias tecnológicas, que permitam a análise do transporte de calor,

umidade e sal, permitindo o desenvolvimento de concretos com maior tempo de vida útil, diminuindo a necessidade de reparos precoces e de novas construções, para a redução de gastos e de impactos ambientais geradas por este setor.

#### 2. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho está dividida em duas partes: modelagem matemática e discretização das equações governantes através do método dos volumes finitos, para futura implementação computacional do algoritmo.

#### 2.1. Modelagem Matemática

O desenvolvimento do modelo matemático para a transferência de umidade e de calor está baseado no modelo de Santos (2009).

#### 2.1.1 Transporte de Umidade

Segundo Santos (2009), o transporte de umidade ocorre devido a três fenômenos principais: transporte na fase condensada através da capilaridade, difusão do vapor e transporte de vapor pelo fluxo convectivo de ar (importante para meios com alta porosidade).

Sendo assim, o transporte de umidade é dividido em dois fluxos: o de líquido e o de vapor. O fluxo de líquido  $(j_l)$  é descrito pela equação de Darcy, adaptada para meios insaturados:

$$j_l = K(\nabla P_{suc} - \rho_l g) \tag{1}$$

onde K é a condutividade hidráulica, g é a aceleração da gravidade e  $\rho_l$  é a densidade do líquido. O fluxo de líquido pode ser atribuído principalmente a dois fatores, o primeiro refere-se as forças de aderência e a capilaridade, sendo avaliada pela pressão de sucção ( $\nabla P_{suc}$ ), o segundo termo leva em conta a aceleração da gravidade obtido através de uma distância relativa na direção vertical. O gradiente de pressão de sucção pode ser descrito pela Eq. (2):

$$\nabla P_{suc} = \frac{\partial P_{suc}}{\partial T} \nabla T + \frac{\partial P_{suc}}{\partial P_{v}} \nabla P_{v}$$
(2)

onde

$$\frac{\partial P_{suc}}{\partial T} = R_{\nu} \rho_{l} \left[ -\ln \phi - \frac{T}{\phi} \left( -\frac{P_{\nu}}{P_{cat}^{2}} \frac{\partial P_{sat}}{\partial T} \right) \right] \tag{3}$$

e

$$\frac{\partial P_{SUC}}{\partial P_{v}} = -\frac{R_{v}T\rho_{l}}{P_{v}} \tag{4}$$

A Equação (3) e Equação (4) foram derivadas a partir da Lei de Kelvin. Onde  $\emptyset$  é a umidade relativa, T é a temperatura,  $P_{\nu}$  é a pressão de vapor,  $P_{sat}$  é a pressão de saturação, e  $R_{\nu}$  é a constante dos gases para vapor de água.

Para o transporte de vapor, leva-se em conta o gradiente de pressão do gás (ar úmido) que causa o fluxo de ar dentro do meio poroso transportando o vapor. Portanto, o fluxo de vapor ( $j_v$ ) pode ser calculado pela Eq. (5):

$$j_{v} = -\underbrace{\delta_{v} \nabla P_{v}}_{\text{& diffusão do}} - \underbrace{\rho_{v} \frac{k k_{rg}}{\mu_{g}}}_{\text{& vapor transportado}} \nabla P_{g}$$

$$\underbrace{\text{& vapor transportado}}_{\text{& por convecção}}$$

$$(5)$$

onde  $\delta_v$  é a permeabilidade difusiva ao vapor [s], k é a permeabilidade intrínseca [m²],  $k_{rg}$  é a permeabilidade relativa do ar,  $\mu_g$  é a viscosidade do ar úmido [Pa.s] e  $P_g$  é a pressão de gás.

Deste modo, Santos (2009) descreve a conservação da umidade com o termo do conteúdo de umidade w [kg/m³], apresentado na Eq. (6) em função da pressão parcial de vapor e da temperatura na Eq. (7), isto com a finalidade de dar maior robustez para o método de solução Algoritmo da Matriz Tri-Diagonal (TDMA- TriDiagonal Matrix Algorithm):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla j \tag{6}$$

onde w é a o conteúdo de umidade [kg/m³] e t é o tempo [s],

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial P_{\nu}} \frac{\partial P_{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \tag{7a}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ -K \frac{\partial P_{suc}}{\partial T} \nabla T - \left( K \frac{\partial P_{suc}}{\partial P_{v}} - \delta_{v} \right) \nabla P_{v} + \rho_{v} \frac{k k_{rg}}{\mu_{g}} \nabla P_{g} + K \rho_{l} g \right]$$
(7b)

onde as derivadas

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial P_{y}} = \frac{I}{P_{sat}} \tag{8}$$

e

$$\frac{\partial \mathscr{Q}}{\partial T} = -\frac{P_{v}}{P_{cat}^{2}} \left( \frac{\partial P_{sat}}{\partial T} \right) \tag{9}$$

são obtidas a partir da definição de umidade relativa contida na Eq. (10):

$$\mathscr{Q} = \frac{P_{v}}{P_{sat}(T)} \tag{10}$$

#### 2.1.2 Transporte de Calor

Para a transferência de calor, Santos (2009) utiliza o divergente do fluxo de calor e um termo fonte, devido a transição de fase. Obtendo assim a Eq. (11):

$$c_{m}\rho_{0}\frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot q + S \tag{11}$$

onde:

$$c_m = c_o + \frac{c_l \theta}{\rho_o} \tag{12}$$

sendo  $c_0$  o calor específico do material seco [J/(kg.K)],  $c_l$ , o calor específico da água líquida [J/(kg.K)],  $\rho_0$ , a densidade do material seco [kg/m³],  $c_m$  a capacidade calorífica do material [J/(kg.K)], q, a quantidade de calor [J/s] e S o termo fonte [J/s] . Neste caso, a capacidade calorífica do ar úmido foi desprezada.

O fluxo de calor q pode ser dividido entre aqueles ocasionados pela condução ( $q_{cond}$ ), descrito pela Eq. (13), e pela convecção ( $q_{conv}$ ), descrito pela Eq. (14):

$$q_{cond} = -\lambda \nabla T \tag{13}$$

$$q_{conv} = \underbrace{j_{i}c_{pl}T}_{\&fluxo \ de} + \underbrace{j_{a}c_{pa}T}_{\&fluxo \ de} + \underbrace{j_{v}c_{pv}T}_{\&fluxo \ de}$$

$$\&liquido \qquad \&arseco \qquad \&vapor$$

$$(14)$$

onde  $\lambda$  é a condutividade térmica [W/(m.K)],  $c_{pa}$ , o calor específico à pressão constante do ar seco [J/(kg.K)],  $c_{pl}$ , o calor específico da água líquida [J/(kg.K)] e  $c_{pv}$ , o calor específico à pressão constante do vapor de água [J/(kg.K)].

O termo fonte (S) é atribuído a mudança de fase é quantificada através do calor latente de transição pelo fluxo de vapor, mostrado pela Eq. (15):

$$S = -L(T)\nabla j_{ij} \tag{15}$$

onde L(T) é o calor latente de vaporização [J/kg].

Adotando-se a temperatura de referência de 0 °C, a equação da conservação da energia, Eq. (16), torna-se:

$$c_{m}\rho_{0}\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} \left(\lambda - K\frac{\partial P_{suc}}{\partial T}c_{pl}T\right) \nabla T - \left(K\frac{\partial P_{suc}}{\partial P_{v}}c_{pl}T + \delta_{v}c_{pa}T - \delta_{v}c_{pv}T\right) \nabla P_{v} + \\ \left(\rho_{a}\frac{kk_{rg}}{\mu_{g}}c_{pa}T + \rho_{v}\frac{kk_{rg}}{\mu_{g}}c_{pv}T\right) \nabla P_{g} + K\rho_{l}c_{pl}Tg \end{bmatrix} - L(T)\nabla \dot{J}_{v}$$

$$(16)$$

#### 2.1.3 Transporte de sal

No trabalho de Santos (2009), o transporte de ar é levado em conta, porém, este fator pode ser desprezado para materiais com baixa porosidade. Deste modo, esta equação é substituída pelo transporte de sal.

O modelo de Derluyn, et al., (2014) e de Chen-Charpentier (2001) é representado pela Equação (17):

$$\frac{\partial \varphi C_s}{\partial t} + \nabla q_s + \dot{m}_{cr} = 0 \tag{17}$$

onde  $\varphi$  é a porosidade do meio,  $C_s$  é a concentração do sal,  $\dot{m}_{cr}$  é a massa de sal dissolvido transformando-se em cristal

O transporte de sal pelo meio poroso ocorre devido a dois fatores, a difusão e a advecção, representados pelo termo  $q_s$  na Eq. (18):

$$q_s = q_{sdif} + q_{sadv} \tag{18}$$

$$q_{sdif} = \varphi D \nabla C_s \tag{19}$$

$$q_{sadv} = \varphi v C_s$$
 (20)

onde D é o coeficiente de difusão e v é a velocidade do líquido.

De forma similar, Zanden, *et al.*, (2015) explicam o transporte de sal devido aos fenômenos de convecção e dispersão. O primeiro acontece quando o sal dissolvido na água é levado por ela através dos poros do concreto. Já o segundo ocorre quando existe diferença de concentração de sal na água entre os poros, ou devido as diferenças de velocidade da água nos poros. Portanto, o transporte de sal é definido pela Eq. (21).

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial w}{\partial x} \frac{C_S}{w} + D_s \frac{\partial C_s}{\partial x} \right) \tag{21}$$

Sendo  $C_s$  a concentração de sal, D o coeficiente de difusão da água no concreto e  $D_s$  o coeficiente de dispersão do sal no concreto dado pela seguinte Eq. (22):

$$D_{S} = \frac{D_{m}}{\tau} + \frac{1}{2} \left( \frac{D}{w} \frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} \frac{r^{2}}{D_{m}}$$
 (22)

onde  $D_m$  é o coeficiente de difusão do sal na água,  $\tau$  é a tortuosidade do meio e r é o raio do poro.

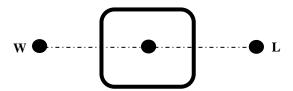
Para o presente estudo, a equação usada como base para a discretização foi a do modelo de Zanden, *et al.*, (2015), pois neste, a cristalização é desconsiderada, propondo um foco maior apenas no transporte de sal através da estrutura porosa atingindo melhor o objetivo a que se propõe este trabalho.

#### 2.2 Discretização das Equações Governantes

Para a discretização das equações governantes foi empregado o método dos volumes finitos, introduzido por Patankar (1980), neste método representam-se as equações governantes para cada nó do sistema escolhido, ou seja, cada nó apresentará uma equação para o calor, uma para a umidade e uma para o sal, em um domínio unidimensional, com objetivo de obter um sistema de equações algébricas compatível com o método de resolução empregado, sendo tratado na seção 2.3.

A Figura 1 apresenta as letras W e L para representar os nós vizinhos, localizados no centro dos volumes de controle. Desta forma, como proposto em Santos (2009), os coeficientes de transporte são calculados a partir da média harmônica na interface dos volumes de controle.

Figura 1. Volume de controle unidimensional



A discretização das equações governantes foi feita utilizando coordenadas cartesianas e um sistema implícito para as derivadas temporais com um intervalo de tempo  $\Delta t$  ao longo de um elemento de volume (Santos, 2009).

O resultado da discretização para a conservação de umidade, sal, e calor para os nós intermediários é apresentado nas Eq. (23), (24) e (25), respectivamente.

$$\left( \frac{C_{Pv\theta}}{\Delta t} + \frac{D_{Pv\theta}}{\Delta x^2} + \frac{D_{Pv\theta}}{\Delta x^2} \right) P_{vp} + \left( \frac{C_{T\theta}}{\Delta t} + \frac{D_{Te\theta}}{\Delta x^2} + \frac{D_{Tw\theta}}{\Delta x^2} \right) T_p + \left( \frac{D_{Pge\theta}}{\Delta x^2} + \frac{D_{Pgw\theta}}{\Delta x^2} \right) P_{gp} = \frac{D_{Te\theta}}{\Delta x^2} T_e + \frac{D_{Pve\theta}}{\Delta x^2} P_{ve} + \frac{D_{Pge\theta}}{\Delta x^2} P_{ge} + \frac{D_{Tw\theta}}{\Delta x^2} T_w + \frac{D_{Pgw\theta}}{\Delta x^2} P_{we} + \frac{D_{Pgw\theta}}{\Delta x^2} P_{gw} + \frac{C_{pv\theta}}{\Delta x^2} P_{gw} + \frac{C_{T\theta}}{\Delta t} T_p^{\theta}$$

$$(23)$$

$$\left(\frac{D_{Pvel}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Pvwl}}{\Delta x^{2}}\right) P_{vp} + \left(\frac{D_{Tel}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Twl}}{\Delta x^{2}}\right) T_{p} + \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{D_{Pgel}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Pgwl}}{\Delta x^{2}}\right) C_{sp} = \frac{D_{Tel}}{\Delta x^{2}} T_{e} + \frac{D_{Pvel}}{\Delta x^{2}} P_{ve} + \frac{D_{Pgel}}{\Delta x^{2}} C_{se} + \frac{D_{Twl}}{\Delta x^{2}} T_{w} + \frac{D_{Pvwl}}{\Delta x^{2}} P_{vw} + \frac{D_{Pgwl}}{\Delta x^{2}} C_{sw} + \frac{C_{s}^{0}}{\Delta t^{2}} T_{w} + \frac{D_{Pgwl}}{\Delta x^{2}} C_{sw} + \frac{C_{s}^{0}}{\Delta t^{2}} T_{w} + \frac{D_{Pgwl}}{\Delta t^{2}} C_{sw} + \frac{C_{s}^{0}}{\Delta t^{2}} T_{w} + \frac{D_{Pgwl}}{\Delta t^{2}} T_{w} +$$

$$\left(\frac{D_{Pve2}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Pvw2}}{\Delta x^{2}}\right) P_{vp} + \left(\frac{C_{T2}}{\Delta t} + \frac{D_{Te2}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Tw2}}{\Delta x^{2}}\right) T_{p} + \left(\frac{D_{Pge2}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Pgw2}}{\Delta x^{2}}\right) P_{gp} = \frac{D_{Te2}}{\Delta x^{2}} T_{e} + \frac{D_{Pve2}}{\Delta x^{2}} P_{ve} + \frac{D_{Pge2}}{\Delta x^{2}} P_{ge} + \frac{D_{Tw2}}{\Delta x^{2}} T_{w} + \frac{D_{Pvw2}}{\Delta x^{2}} P_{vw} + \frac{D_{Pgw2}}{\Delta x^{2}} P_{gw} + \frac{C_{T2}}{\Delta t} T_{p}^{0} \tag{25}$$

onde:

$$C_{Pv0} = \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial P_{v}} \qquad C_{T0} = \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial T} \qquad D_{T0} = \frac{P_{v}}{P_{sat}(T)} \qquad D_{Pv0} = K \frac{\partial P_{suc}}{\partial P_{v}} - \delta_{v} \qquad D_{Pg0} = \rho_{v} \frac{K K_{rg}}{\mu_{g}}$$

$$D_{TI} = \frac{C_{s}}{w} D_{d} \frac{\partial w}{\partial T} \qquad D_{PvI} = C_{s} \frac{D_{d}}{w} \qquad D_{PgI} = D_{s} \qquad C_{T2} = c_{m} \rho_{0} \qquad D_{T2} = \lambda - K \frac{\partial P_{suc}}{\partial T} c p_{I} T$$

$$D_{Pv2} = K \frac{\partial P_{suc}}{\partial P_{v}} c p_{I} T + \delta_{v} c p_{a} T - \delta_{v} c p_{v} T \qquad D_{Pg2} = \rho_{a} \frac{K K_{rg}}{\mu_{g}} c p_{a} T + \rho_{v} \frac{K K_{g}}{\mu_{g}} c p_{v} T$$

Os resultados obtidos para as equações de conservação de umidade e calor são baseadas na discretização de Santos (2009), onde se leva em consideração o transporte de ar, portanto, os termos que estão relacionados a pressão de gás são desconsiderados das Eq. (23) e (25), obtendo-se as Eq. (26) e (27):

$$\left(\frac{C_{Pv\theta}}{\Delta t} + \frac{D_{Pv\theta\theta}}{\Delta x^2} + \frac{D_{Pvw\theta}}{\Delta x^2}\right) P_{vp} + \left(\frac{C_{T\theta}}{\Delta t} + \frac{D_{Te\theta}}{\Delta x^2} + \frac{D_{Tw\theta}}{\Delta x^2}\right) T_p = \frac{D_{Te\theta}}{\Delta x^2} T_e + \frac{D_{Pve\theta}}{\Delta x^2} P_{ve} + \frac{D_{Tw\theta}}{\Delta x^2} T_w + \frac{D_{Pvw\theta}}{\Delta x^2} P_{vw} + \frac{C_{pv\theta}}{\Delta t} P_{vp} + \frac{C_{T\theta}}{\Delta t} T_p^{\theta} \tag{26}$$

$$\left(\frac{D_{Pve2}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Pvw2}}{\Delta x^{2}}\right) P_{vp} + \left(\frac{C_{T2}}{\Delta t} + \frac{D_{Te2}}{\Delta x^{2}} + \frac{D_{Tw2}}{\Delta x^{2}}\right) T_{p} = \frac{D_{Te2}}{\Delta x^{2}} T_{e} + \frac{D_{Pve2}}{\Delta x^{2}} P_{ve} + \frac{D_{Tw2}}{\Delta x^{2}} T_{w} + \frac{D_{Pvw2}}{\Delta x^{2}} P_{vw} + \frac{C_{T2}}{\Delta x^{2}} T_{p}^{0} \tag{27}$$

#### 4.3 Algoritmo Genérico para Resolução das Equações Governantes

Uma vez com o sistema de equações algébricas obtido pela discretização em volumes finitos (Patankar,1980), é necessário utilizar um algoritmo capaz de solucionar este sistema de equações algébrico, assegurando sua robustez numérica. Neste caso, utiliza-se o método do Algoritmo Matriz MultiTriDiagonal (MTDMA), do inglês *MultiTriDiagonal-Matrix Algorithm*, proposto por Mendes, *et al.*, (2002).

A discretização das equações governantes no domínio fornece equações algébricas na forma da Eq. (28):

$$A_{i}.x_{i} = B_{i}.x_{i+1} + C_{i}.x_{i-1} + D_{i}$$

$$(28)$$

onde  $x_i$  é um vetor que contém as variáveis dependentes. No caso do modelo de Santos (2009), o vetor é definido pela Eq. (29):

$$x_{i} = \begin{bmatrix} & Pv_{i} \\ & Pg_{i} \\ & T_{i} \end{bmatrix}$$
 (29)

Para o modelo proposto, as variáveis dependentes são semelhantes, com exceção do transporte de gás que é substituído pela concentração de sal, e do da pressão de vapor que é representada pelo conteúdo de umidade(w), assim como na Eq. (30):

$$x_i = \begin{bmatrix} w_i \\ C_s \\ T_i \end{bmatrix} \tag{30}$$

No método tradicional, o TDMA, os coeficientes A, B, e C são tensores de primeira ordem, já no método empregado para este trabalho os tensores passaram a ser de segunda ordem. O vetor  $x_i$  pode expresso como uma função de  $x_{i+1}$ :

$$x_i = P_i \cdot x_{i+1} + q_i \tag{31}$$

onde  $P_i$  é um tensor de segunda ordem também.

Substituindo a Eq. (31) com i=i-1 e substituindo na Eq. (28), tem-se a Eq. (32):

$$(A_{i}-C_{i}.P_{i-1})x_{i}=B_{i}.x_{i+1}+C_{i}.q_{i-1}+D_{i}$$
(32)

Isolando  $x_i$  na Eq. (32):

$$x_{i} = [(A_{i} - C_{i} \cdot P_{i-1})^{-1} \cdot B_{i}] \cdot x_{i+1} + (A_{i} - C_{i} \cdot P_{i-1})^{-1} (C_{i} \cdot q_{i-1} + D_{i})$$
(33)

Comparando agora a Eq. (33) com a Eq. (31), obtém-se os parâmetros  $P_i$  e  $q_i$  mostrados nas Eq. (34) e (35):

$$P_{i} = f(A_{i} - C_{i}, P_{i-1})^{-1} B_{i}$$
(34)

$$q_{i} = (A_{i} - C_{i}, P_{i-1})^{-1} (C_{i}, q_{i-1} + D_{i})$$
(35)

Deste modo, realiza-se uma varredura a partir do último nó até o primeiro, visto que  $x_i = q_i$ , para i=n (último nó).

#### 3. CONCLUSÕES

As estruturas de concreto estão constantemente sujeitas a diversos tipos de esforços, estresses, mudanças climáticas drásticas e ataques químicos. Todos estes processos, sejam eles físicos ou químicos, desgastam e reduzem o tempo de vida destas estruturas. Um dos grandes causadores destes danos é a corrosão através dos íons de sais, que penetram nos poros do concreto chegando até sua armadura, podendo ao longo do tempo causar uma degradação mais severa e condenar a estrutura.

Neste contexto, buscou-se ao longo deste trabalho apresentar um modelo matemático para o transporte de sal dentro das estruturas de concreto. Incialmente, definiu-se as equações governantes que melhor definem este fenômeno. Então, através do método dos volumes finitos, introduzido por Patankar em 1980, discretizou-se as equações, gerando um sistema de equações algébricas. Para que estas equações fossem resolvidas simultaneamente futuramente de forma robusta, sugeriu-se se algoritmo MTDMA (*MultiTriDiagonal Matrix Algorithm*) para a solução simultânea dos 3 potenciais considerados (temperatura, pressão parcial de vapor e concentração de sal). Deste modo, este trabalho mostrou-se promissor na análise do transporte de sal no meio poroso, sendo capaz de fornecer informações importantes para a prevenção dos processos de corrosão e deterioração do concreto.

#### 4. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e a Fundação Araucária pelo suporte financeiro.

### 5. REFERÊNCIAS

Benite, A, 2011. *Emissões de carbono e a construção civil*. CTE (Centro de Tecnologia de Edificações). 29 Mar. 2017. <a href="http://www.cte.com.br/imprensa/2011-02-27-emissoes-de-carbono-e-a-construcao-civ/">http://www.cte.com.br/imprensa/2011-02-27-emissoes-de-carbono-e-a-construcao-civ/</a>.

Chen-Charpentier, 2001. Numerical Methods for Flow and Transport in Porous Media, Retrieved from University of Wyoming Laramie, Department of Mathematics. 2001. 30 May. 2017 <a href="http://www.sci.sdsu.edu/compsciwork/IIIPASI/DOCUMENTS/COURSE%20NOTES/classnotesChen.pdf">http://www.sci.sdsu.edu/compsciwork/IIIPASI/DOCUMENTS/COURSE%20NOTES/classnotesChen.pdf</a>.

- Derluyn, H.; Moonen, P; Carmeliet, J, 2014. "Journal of Mechanics and Physics of Solids". 26 Mar. 2017. <a href="http://dx.doi.org/10.1016/j.jmps.2013.09.005">http://dx.doi.org/10.1016/j.jmps.2013.09.005</a>.
- Martins, A. A. A. A. 2006. Fenómenos de Transporte em Meios Porosos: Escoamento Monofásico e Transporte de Massa. Dissertação Doutorado. Universidade do Porto, Porto.
- Medeiros, M. H. F., Andrade, J. J.O., Helene, P, 2011. *Concreto: Ciência e Tecnologia. Durabilidade e Vida Útil das Estruturas de Concreto*. IBRACON, São Paulo, 1ª edição.
- Patankar, S. V, 1980. Numerical heat transfer and fluid flow. CRC Press, Boca Raton, 1ª edição.
- Pedroso, F.L., 2009. Concreto & Construções. IBRACON, Ano XXXVII, Nº53.
- Santos, G. H, 2009. *Transferência de Calor, Ar, Umidade Através de Elementos Porosos de Edificações*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Zanden, A.J.J Van Der; Taher, A.; Arends, T, 2015. "Elsevier Journal". 5 May. 2019 <a href="https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0950061815001518">https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0950061815001518</a>.
- Mendes, N.; Phillipi, P.C.; Lamberts, R, 2002. "International Journal of Heat and Mass Transfer" 30 Abr. 2017. <a href="https://doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00172-7">https://doi.org/10.1016/S0017-9310(01)00172-7</a>

## 6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.