



XXVI CREEM

Congresso Nacional de Estudantes
de Engenharia Mecânica

ILHÉUS/ITABUNA - BAHIA



XXVI Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica,
CREEM 2019
19 a 23 de agosto de 2019, Ilhéus, BA, Brasil

ESTUDO DINÂMICO DE VIGA ENGASTADA VIA ALGORITMO DE REALIZAÇÃO DE SISTEMAS E RASPBERRY-PI

Kelven M. S. Delgado, kelvendelgado@gmail.com

Gabriel H. Cassel Barbosa, gabrielhbarbosa@gmail.com

Faculty of Engineering, Federal University of Grande Dourados(UFGD), Dourados, Brazil

Resumo. *O conceito e o uso do algoritmo de realização mínima ou ERA-Eignsystem Realization Algorithm, como uma técnica de estudo da análise modal experimental, deve ser avaliado por meio da comparação com a técnica de estudo pela transformada de fourier, além da formulação analítica pelos conceitos de Rayleigh-Ritz e a solução numérica do método de elementos finitos. A comparação será estabelecida entre os resultados obtidos pela aplicação de todas essas técnicas na análise modal de uma viga engastada, a qual será matematicamente e experimentalmente avaliada utilizando dispositivos de baixo custo e software open-source.*

Palavras-chave: *Vibrations. RaspberryPi. ERA. Model Reduction. Python.*

1. INTRODUÇÃO

Cada vez mais, o estudo das vibrações ganha destaque nas áreas de engenharia como projeto de máquinas (Grega *et al.*, 2017) fundações, estruturas (Klinger, 2014), motores, turbinas e sistemas de controle (Gu, 2007). Em todas as situações, é de suma importância utilizar diferentes técnicas de estudos bem como análise dos parâmetros dinâmicos do sistema de projeto para o entendimento do comportamento dinâmico de uma estrutura sofrendo qualquer excitação periódica, a fim de evitar a ressonância (Rao, 2008) e outras potenciais causas de falha e fadiga induzida pela variação cíclica da tensão induzida (Chaudhury *et al.*, 2014), ou até mesmo o controle das mesmas (He and Liu, 2019; Nise, 2017).

Tais técnicas de estudo da análise modal podem ser as mais variadas, geralmente, analíticas, numéricas ou experimentais (Avitabile, 2001; Chandravanshi and Mukhopadhyay, 2013). Com o objetivo de avaliar alguns métodos, esse trabalho compara os resultados das análises modais obtidas por meio da modelagem matemática, com solução analítica pela formulação introduzida pelos conceitos de Rayleigh-Ritz em (Lalanne *et al.*, 1983) no capítulo 4 sobre viga engastada-livre. E a solução numérica feita pelo método de elementos finitos (García-Barruetabeña and Cortés, 2018), além da avaliação experimental utilizando o ERA-Eignsystem Realization Algorithm (Juang and Pappa, 1984; Pappa and Juang, 1988), um algoritmo matemático desenvolvido por um antigo engenheiro da Nasa, Juang, J. N. (NASA Langley Research Center, Hampton, VA, United States), que foi desenvolvido através da matemática computacional para utilização na identificação de parâmetros dinâmicos de estruturas flexíveis, e depois estendidas para controle de sistemas (Juang, 1994a). Para a aplicação das quatro técnicas, será utilizada uma viga engastada para a modelagem matemática e aquisição de dados experimentais. Há também utilização de tecnologias de baixo custo, com a utilização de software open-source (Pearce, 2012) para o tratamento computacional, tanto no aprendizado quanto no desenvolvimento científico são importantes nos dias atuais (Fisher and Gould, 2012), são chamadas em português de código aberto, que oferecem acesso econômico à ciência (Lerner and Tirole, 2002).

Além do algoritmo ERA que já foi desenvolvido e aplicado para análises modais em outros trabalhos estruturais (Caicedo, 2011), o método FEM-Finite Element Method, FFT-Fast Fourier Transform (Cooley *et al.*, 1967), serão usados na linguagem Python, uma linguagem de alto nível adequada para código científico e de engenharia, que geralmente é rápida o suficiente para ser imediatamente útil segundo Oliphant (2007), que serve para várias tarefas de manipulação de dados científicos (Millman and Aivazis, 2011). O sistema de aquisição baseado em Raspberry Pi-3 tem trabalhos recentes em (Iwaniec *et al.*, 2017) que desenvolveu um sistema para analisar espectro de vibrações baseado em Raspberry Pi-3 e o acelerômetro MEMS- Micro Electro Mechanical Systems ADXL345, e ainda em (Duc *et al.*, 2018) também foi desenvolvido um dispositivo de mensuração de baixo custo com Raspberry Pi-3 e acelerômetro MEMS MPU6050. Para aplicações, a construção de um sistema baseado em Raspberry Pi-3 e acelerômetros MEMS encontrado em trabalhos recentes de (D'Alessandro *et al.*, 2018) que é a proposta de uma rede de monitoramento sísmica urbana em tempo real, para monitorar terremotos na Sicília (Itália). Já em trabalhos recentes de (Urandra *et al.*, 2016) é desenvolvido um sistema complexo de monitoramento baseado em Raspberry Pi-3, porém usando sensores de temperatura, servo motores, uma câmera e ainda um acelerômetro MMA775 do tipo MEMS.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ALGORITMO DE REALIZAÇÃO MÍNIMA

O algoritmo de realização mínima é um algoritmo de entrada e saída múltipla de dados no domínio do tempo para construção da ordem mínima da realização de um sistema (Pappa and Juang, 1988). O ERA desenvolvido por Juang e Richard Pappa (Juang, 1986), é um algoritmo que analisa dados de vibrações, através de dados de impulso em estruturas flexíveis, e que apresente decaimento do sinal devido ao seu amortecimento, com isso é feito a coleta de dados e o algoritmo informa a dinâmica do sistema. A exemplo pelo autor do algoritmo (Pappa and Juang, 1984), a sequência de estudos da sonda Galileo, onde mais de 20 modos da espaçonave foram identificados, demonstrando a capacidade do método ERA para determinar a dinâmica dessas estruturas complexas usando apenas alguns segundos de dados de teste (Pappa and Juang, 1988).

Segundo (Kalman, 1963) o estado é uma quantidade mínima sobre a história passada do sistema que é o suficiente para prever o efeito do passado sobre o futuro. Os conceitos de realização de sistemas, ou mínima realização de um sistema, foram apresentados por (Ho and Kalman, 1966), onde o processo de construção da representação dinâmica no espaço de estados a partir de dados experimentais é chamado de realização de sistemas (Juang and Pappa, 1984). Também vale salientar conceitos de controlabilidade e observabilidade aplicado a sistemas. Embora a maioria dos sistemas físicos sejam controláveis e observáveis, os modelos matemáticos correspondentes podem não possuir as propriedades de controlabilidade e observabilidade, conceitos esses introduzidos por Kalman e Gilbert em trabalhos recentes (Gilbert, 1963), e conceitos esses que fazem parte das teorias de realização de sistemas.

Primeiro vamos definir o sistema em espaço de estados (controle moderno) (Ogata, 2010). Sendo $A(t)$ a matriz de estado, $B(t)$ a matriz de entrada, $C(t)$ é a matriz de saída e $D(t)$ é a matriz de transmissão direta como mostra a (Eq. 1) e também apresenta espaço de estados no tempo discreto, ou seja, para um tempo discretizado em p .

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) & X(p+1) &= Ax(p) + Bu(p) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) & Y(p) &= Cx(p) \end{aligned} \quad (1)$$

Introduzindo os parâmetros de Markov, que provam a sua correlação com a dinâmica do sistema em (Juang, 1994a), da forma $Y(p) = CA^{p-1}B$, apresenta a relação entre as matrizes de espaço de estados e a resposta, mostra a forma que o bloco de dados pode ser construído a partir das informações do vetor de dados de entrada discretos em Y , pois se relacionam com a matriz de saída C que fica na resposta do sistema, sendo a resposta agora uma forma discreta e matricial $Y(p)$. Com os parâmetros de Markov, pode-se montar então a matriz de Hankel na (Eq. 2) segundo (Chen, 1999; Ho and Kalman, 1966; Wiberg, 1971; Kailath, 1980).

$$H(p-1) = \begin{bmatrix} Y_p & Y_{p+1} & \dots & Y_{p+\beta-1} \\ Y_{p+1} & Y_{p+2} & \dots & Y_{p+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{p+\alpha-1} & Y_{p+\alpha} & \dots & Y_{p+\alpha+\beta-2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Assim os dados do vetor $Y(P)$, contém informações sobre a matriz A, B e C , montando a matriz de Hankel como na (Eq. 3) para $p = 1$

$$H(0) = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_\beta \\ Y_2 & Y_3 & \dots & Y_{1+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_\alpha & Y_{1+\alpha} & \dots & Y_{\alpha+\beta-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CB & CAB & \dots & CA^{n-1}B \\ CAB & CA^2B & \dots & cA^nB \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{n-1}B & CA^n & \dots & CA^{2(n-1)}B \end{bmatrix} \quad (3)$$

A matriz de dados que deve-se construir com o ERA deve incluir apenas sinais bons ou fortemente medidos, isso é útil, pois alguns dados de medição podem ser ruidosos do que outros ou os sensores podem funcionar mal durante o teste. Para dados de ruídos baixos a ordem pode ser a mesma que a verdadeira matriz. Esses fatos nos levam de volta a examinação da controlabilidade e observabilidade das matrizes.

O processo de obtenção do era começa com o processo de decomposição da matriz de Hankel em valores singulares (Golub and Reinsch, 1971; Klema and Laub, 1980; Stewart, 2006), onde a matriz de Hankel é decomposta em $H(0) = R\Sigma S^T$, e as matrizes R e S são matrizes isométricas, todas as colunas são ortonormais, e a matriz Σ é a matriz diagonal que contém os valores singulares $[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i]$, onde i é um integrador qualquer que representa o tamanho original da matriz de Hankel decomposta, ou seja as matrizes da decomposição mantém a proporção da matriz de Hankel. Depois

da decomposição obtemos os valores singulares na matriz diagonal Σ que ainda mantém o tamanho do sistema definido pela matriz de Hankel como os i -ésimos valores singulares do sistema, que são monotonicamente não crescente. Alguns valores singulares podem tornar-se pequenos e insignificantes no sentido que eles contém mais informações sobre o ruído do sinal que foi construído na matriz de Hankel que informações do próprio sistema. Em outras palavras, as direções determinadas pela decomposição de valores têm graus menos significativos de controlabilidade e observabilidade. Reduzimos os valores singulares de $[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i]$ para $[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ sendo $n < i$ e fazendo uma redução no tamanho das matrizes como $R_n \Sigma_n S_n^T$. Embora as observações até aqui são válidas, uma prova matemática rigorosa é necessária para suportá-la, e presente no trabalho recente (Juang, 1994a). E por fim obtemos a formulação básica da realização obtida pelo ERA, a triplete de equação que definiremos como matrizes realizadas, sendo a matrizes de estados realizadas presentes na Eq. (4).

$$\hat{A} = R_n^T \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} H(1) \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} S_n \quad \hat{B} = \Sigma_n^{\frac{1}{2}} S_n^T E_r \quad \hat{C} = E_h^T R_n \Sigma_n^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

A triplete de equações matriciais que são obtidas quando usamos a decomposição singular sobre a matriz de Hankel em $H(0)$ e então reduzimos a ordem da matrizes singulares, é chamado de mínima realização do sistema, ou seja, é de ordem n , sendo n definida a partir dos valores singulares. Rememorando pois, o que é definindo sobre composição da matriz de estados, A agora decomposto em \hat{A} , apresenta a informação sobre o aspecto físico do sistema logo apresenta a dinâmica do sistema segundo literaturas recentes (Ogata, 2010; Nise, 2017). Então primeiro vamos calcular os autovalores da matriz de estado realizada \hat{A} e Obteremos segundo (Juang and Pappa, 1984), autovalores repetidos devido ao tratamento matemático e obtenção computacional.

$$\lambda = \delta \pm j\omega \quad (5)$$

Os autovalores se constituem um valor real e um valor imaginário como demonstra na (Eq. 5). onde δ representa as taxas de amortecimento modais estruturais e as frequências naturais amortecidas são representadas por ω .

$$\lambda_{c_n} = \frac{ln(\lambda_n)}{dt} \quad \omega_{c_n} = ima|\lambda_{c_n}| \quad f_n = \frac{\omega_{c_n}}{2\pi} \quad (6)$$

Nas equações (Eq. 6), primeiro passa o auto valor discreto para contínuo usando a operação com logaritmo, feito segundo Juang (1994b) em seu artigo para a NASA(Technical Memorandum). Notando que dt que é a derivada temporal, e computacionalmente em um sinal real é o intervalo de tempo entre um sinal e outro, ou time-step e com os autovalores contínuos podemos retirar as frequência naturais da parte imaginaria dos autovalores computados, o que já nos informa a frequência natural do sistema em radianos por segundo Rad/s para a conversão em hertz basta dividir por 2π . Com isso chegamos as frequências naturais do sistema.

$$\delta_{c_n} = rea|\lambda_{c_n}| \quad \zeta_n = \frac{\delta_{c_n}}{\omega_{c_n}^2 + \lambda_{c_n}^2} (\times 100\%) \quad (7)$$

Antes do fator de amortecimento a taxa de amortecimento δ_n que corresponde a parte real do autovalor é computada e depois vamos obter o fator de amortecimento modal em porcentagem (Eq. 7) (fração do amortecimento crítico).

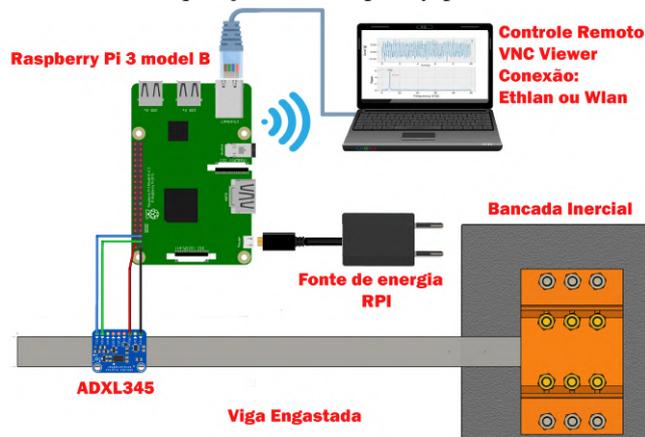
2.2 OPEN-SOURCE

O Sistema de aquisição com Raspberry Pi 3 model B presente na ‘Fig 4.a’, que é um computador em uma placa única desenvolvido por um cientista da computação chamado Eben Upton (Hein, 2013), em 2009, Upton e seus amigos agrupou alguns fundos e formou a fundação sem fins lucrativos Raspberry Pi e, em 2011, eles projetaram um placa que transformou um BCM 2835 em um computador de placa única em miniatura (Severance, 2013). Conectando em suas portas GPIO com acelerômetro acelerômetro ADXL345 presente na ‘Fig 4.b’, do tipo MEMS que podemos encontrar seu manual em (Devices, 2010). Segundo (Xu, 2012), o ADXL345 pode ser aplicado na detecção da postura de movimento dos objetos, de acordo com seu princípio de funcionamento, que fornece um método de referência para ADXL345 no desenvolvimento de aplicativos de handheld "portátil" sem fio, instrumentos de navegação pessoal e outros dispositivos móveis. Com o desenvolvimento de um sistema de navegação de satélite com calculos inerciais em (Xi *et al.*, 2010), citou-se o acelerômetro como um componente chave da unidade de medição inercial, o ADXL345 é estável e fácil de usar. Sua taxa de saída de 10 Hz e cerca de 3,9 mG/LSB no modo de resolução completa atende a necessidade do design da plataforma. As conexões são feitas nas portas do acelerômetro e o algoritmo de obtenção de sinal compilado na linguagem Python com o mostrador do sinal do tempo e também na FFT, que apresenta o plano da frequência.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

O experimento propõe o estudo de uma viga de alumínio de largura 420 mm, espessura 25 mm e altura 3 mm (Fig.2), e segundo a literatura (Hibbeler, 2009), de massa específica de 2700 kg/m³ e Módulo de Young de 69 GPa, que está

Figura 1. Sistema de aquisição com Raspberry-pi e micro Acelerômetros

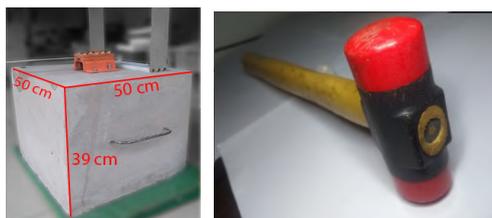


fixada em um engaste projetado para que ela fique fixa o mais firme possível e todo esse conjunto por sua vez está fixo em um bloco de concreto (bancada inercial) (Fig 3.a) de medidas 39cm × 50 cm × 50 cm, e peso estimado em 195 Kg. Objeto de impulso utilizado é um martelo de porte pequeno de cabeça de nylon, da forma que ele apresenta uma forma arredondada no local de impacto torna mais pontual a localidade do impulso (Fig 3.b).

Figura 2. Mensurações físicas da viga



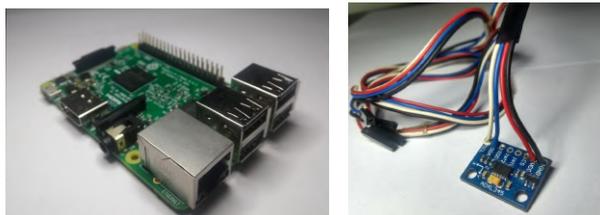
Figura 3. Viga presa no bloco de concreto (a), Excitação na viga feita pelo Martelo de nylon (b)



(a) Bloco de inercia

(b) Martelo de Nylon

Figura 4. Sistema de aquisição baseado em Hardawres Open-Source (a) e (b)

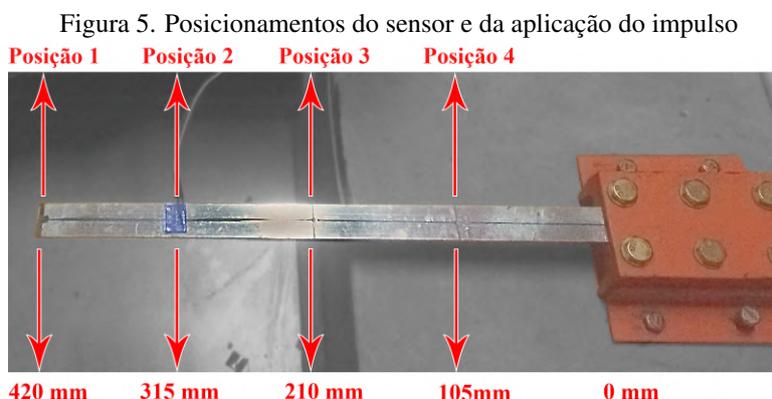


(a) Raspberry Pi-3 model B

(b) Acelerômetro ADXL345

Dentre o método do experimento a viga foi dívida como mostra na (Fig 5), assim obtemos localidades espaçadas chamando de ponto zero o começo da viga aonde fica o engaste, e a partir dali numa razão de 105 mm a partir do ponto zero foi traçado pontos onde seriam fixados os acelerômetros e aonde seria posto o impulso através do martelo utilizado para tal. Assim chamando de localização do acelerômetro de 1, 2, 3 e 4, começando da ponta da viga, desta forma fixando

o acelerômetro em 1 obtendo três sinais referentes ao impulso em 315 mm, 210 mm, 105 mm e depois realocando o acelerômetro para o ponto 2 e aplicando o impulso em 420 mm, 210 mm, 105 mm e assim por diante até o ponto 4.



4. RESULTADOS

Com a obtenção de uma variedade de sinais em variação dos pontos de medição, posicionamento do sensor, e da aplicação de força, dentre as medições, foram selecionadas as cujos sinais apresentaram menores ruídos. As frequências obtidas pela FFT embutida no algoritmo de aquisição é comparada com o mesmo sinal quando tratado no algoritmo ERA. Todas matrizes de Hankel foram fixadas em 3500×3500 dados visto que as janelas de obtenção foram fixadas em 10 segundos de aquisição e geram em torno de 10000 dados. A frequência de aquisição é fixada em 800 Hz, onde o acelerômetro ADXL345 apresenta uma boa resolução de sinal. A redução usada na decomposição ficou a cargo de quantos frequências seriam possíveis visualizar, e isso depende de quantos pico de frequência a FFT apresenta, podemos ter redução em 6 obtendo 3 frequências, visto que já foi comentado o fato do método matemático usado dar autovalores repetidos.

Tabela 1. Resultados para as frequências naturais em Hertz [Hz] do ERA e da FFT

Grau de Liberdade	FFT [Hz]	ERA [Hz]	Amortecimento ERA [%]
Posição do sensor em 1 e impulso em 105mm			
1	12.3999	none	0.6554
2	79.7996	78.75	1.3078
3	224.2989	221.44	0.5957
Posição do sensor em 2 e impulso em 105mm			
1	12.7999	12.6955	0.6554
2	82.6996	78.7446	1.3078
3	226.3988	222.9997	0.5957
Posição do sensor em 1 e impulso em 210mm			
1	12.3999	12.6616	0.539
2	79.1996	81.4313	0.0739
3	222.7989	none	none
Posição do sensor em 4 e impulso em 210mm			
1	13.3999	12.9071	1.0648
2	81.7996	80.8283	0.2489
3	224.5989	none	none
Posição do sensor em 1 e impulso em 315mm			
1	12.3999	12.2251	1.4143
2	79.7996	78.1992	0.1311
3	225.0989	219.8308	0.0889
Posição do sensor em 4 e impulso em 420mm			
1	13.0999	12.3465	1.6366
2	81.3996	78.8712	0.0821
3	223.1989	223.2039	0.0926

Figura 6. Resultados gráficos no plano do tempo, amplitude da aceleração em gravidades [G] X tempo em segundos [S] e o plano da frequência, força em batimentos[dB] X frequência em Hertz [Hz], para os posicionamentos (a) e (b)

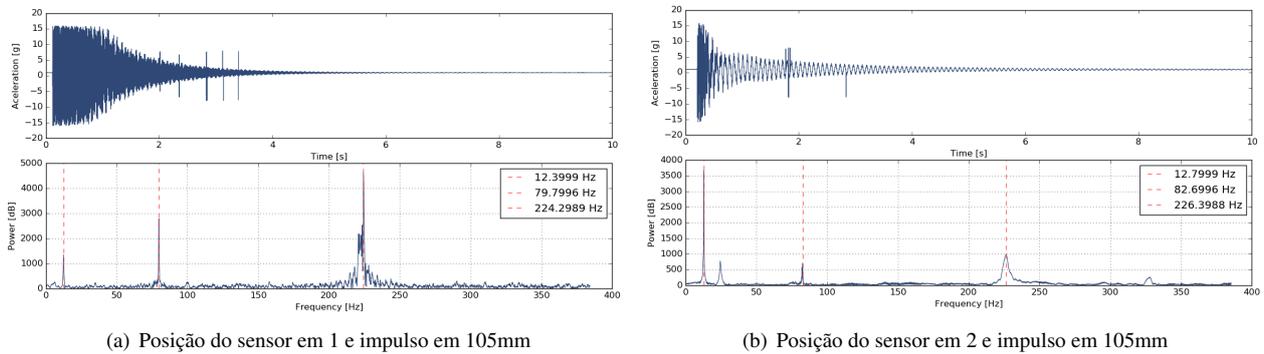


Figura 7. Resultados gráficos no plano do tempo, amplitude da aceleração em gravidades [G] X tempo em segundos [S] e o plano da frequência, força em batimentos[dB] X frequência em Hertz [Hz], para os posicionamentos (a) e (b)

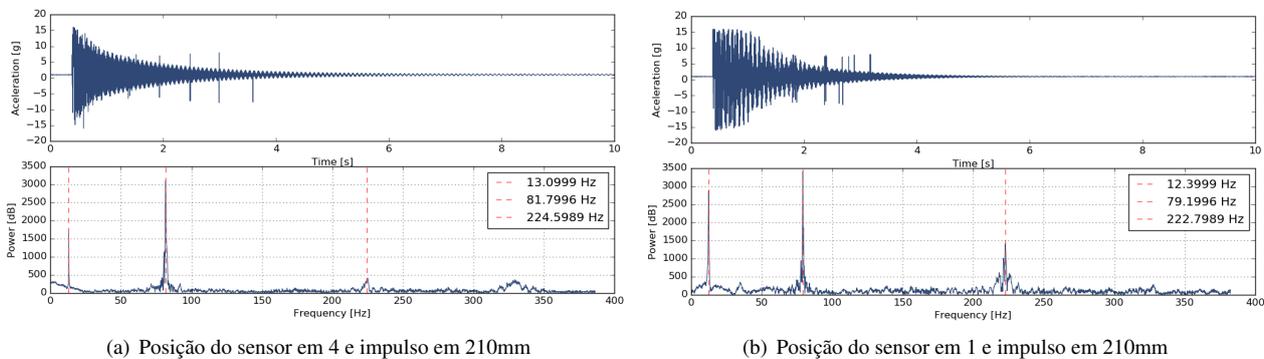
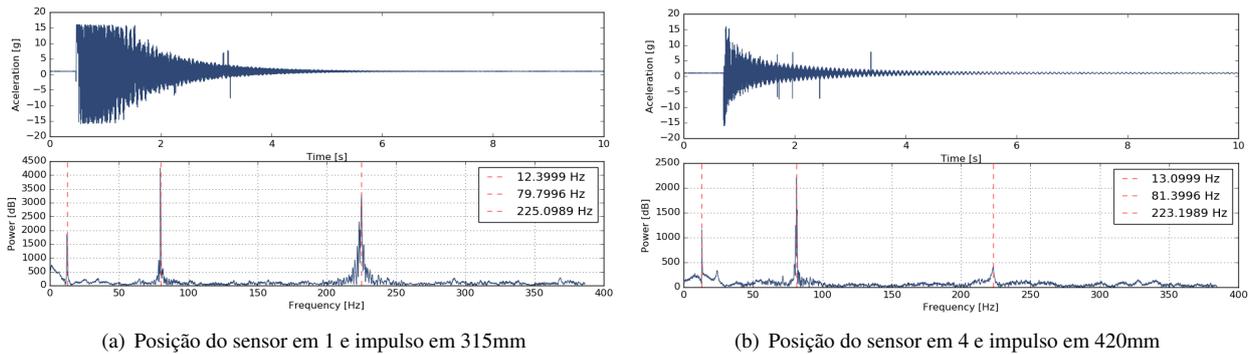


Figura 8. Resultados gráficos no plano do tempo, amplitude da aceleração em gravidades [G] X tempo em segundos [S] e o plano da frequência, força em batimentos[dB] X frequência em Hertz [Hz], para os posicionamentos (a) e (b)



5. DISCUSSÃO

Os sinais apresentados foram devidamente selecionados (Fig 6)(Fig 7)(Fig 8) após a obtenção e alimentados no algoritmo ERA, então os resultados provenientes foram comparados aos da FFT. Podemos observar que há algumas diferenças entre os sinais, alguns apresentam melhor a terceira frequência (Fig 6.a)(Fig 7.b)(Fig 8.a), e os mesmos quando alimentados no ERA apresentam também a terceira frequência, isso evidencia ainda mais a certeza da identificação. Podemos discorrer também sobre os resultados da 1 na Posição 1 e o impulso há 105 mm, onde apesar de apresentar na FFT do sinal as três primeiras frequências (Fig 6.a), não foi identificada no ERA a primeira frequência, mesmo que mudando o tamanho da redução, mesmo assim continuaram fixos os valores em torno de 80 Hz e 220 Hz sem um valor que se aproximasse da primeira frequência.

Precedente aos resultados experimentais é necessário um método de comparação, e os dois métodos utilizados sendo o FEM, método de elementos finitos, construído na simulação em Python com concatenação de matrizes com elementos discretos e método dos nós, e a formulação introduzida pelos conceitos de Rayleigh-Ritz onde há uma equação da frequência

para viga engastada e uma tabela de valores para contornos, ambas podem ser encontrada em literaturas elementos finitos e vibrações mecânicas (Lalanne *et al.*, 1983). Na tabela 2 comparemos os resultados dos métodos experimentais com os analíticos e numéricos.

Tabela 2. Comparação das Frequências Naturais do sistema obtida pelos diferentes métodos

Posicionamento	FFT [Hz]	ERA [Hz]	FEM [Hz]	Analítico [Hz]
Primeiro Grau de liberdade				
Pos1.Imp105	12.3999	none	14.304	13.895
Pos2.Imp105	12.7999	12.6955	14.304	13.895
Pos2.Imp210	12.3999	12.6616	14.304	13.895
Pos4.Imp210	13.3999	12.9071	14.304	13.895
Pos1.Imp315	12.3999	12.2251	14.304	13.895
Pos4.Imp420	13.0999	12.3465	14.304	13.895
Segundo Grau de liberdade				
Pos1.Imp105	79.7996	78.75	87.655	87.079
Pos2.Imp105	82.6996	78.7446	87.655	87.079
Pos2.Imp210	79.1996	81.4313	87.655	87.079
Pos4.Imp210	81.7996	80.8283	87.655	87.079
Pos1.Imp315	79.7996	78.1992	87.655	87.079
Pos4.Imp420	81.3996	78.8712	87.655	87.079
Terceiro Grau de liberdade				
Pos1.Imp105	224.2989	221.44	243.873	243.826
Pos2.Imp105	226.3988	222.9997	243.873	243.826
Pos2.Imp210	222.7989	none	243.873	243.826
Pos4.Imp210	224.5989	none	243.873	243.826
Pos1.Imp315	225.0989	219.8308	243.873	243.826
Pos4.Imp420	223.1989	223.2039	243.873	243.826

Com a comparação fica observável que dados do ERA se comparados a resposta gráfica do FFT (Fig 6)(Fig 7)(Fig 8) apresentam um bom resultado do método experimental, já o modelo simulado apresenta uma certa distancia dos outros dois métodos experimentais 2, visto que as entradas experimentais são apenas os dados geométricos da viga, que foram fielmente medidos, e os dados de massa específica e módulo de Young, que foram utilizados de literaturas Hibbeler (2009). Então é hipótese dizer que o modelo matemático apresenta variações dinâmicas devido a uso de dados de literatura.

6. CONCLUSÃO

A cerca do desenvolvimento matemático do ERA, foi posto em evidência as formulações matemáticas e computacionais, e de fato o ERA se mostra com menos operações matemáticas arrojadas comparados a FFT, apesar de específicas, para o tratamento dos sinais, e pondera-se que sua conclusão e talvez um posterior refino se deve ao tratamento discreto-continuo, que deve ser mais aprofundado utilizando-se em função de teorias de controle. Ouve limitações quanto as programações no que se refere a este fato, visto que as linguagens utilizadas não apresentam bibliotecas (conhecidas pelo autor) que abrangem esse tratamento se não as operações utilizadas para retirar as frequências e fatores de amortecimento. Ponderando-se que a simulação numérica apresentou uma certa distância da FFT e do ERA, porém ambos se correlacionaram bem (ERA e FFT) o que nos indicam que a teoria de realização foi de fato concluída, visto que identificamos o modelo através do sinal pelo ERA comparamos um de seus parâmetros, a frequência, a um tratamento já disposto a FFT.

7. REFERÊNCIAS

- Avitabile, P., 2001. "Experimental modal analysis - A simple non-mathematical presentation". *S V*, Vol. 35, No. A simple non-mathematical presentation, pp. 20–31.
- Caicedo, J.M., 2011. "Practical guidelines for the natural excitation technique (next) and the eigensystem realization algorithm (era) for modal identification using ambient vibration". *Experimental Techniques*, Vol. 35, No. 4, pp. 52–58.
- Chandravanshi, M.L. and Mukhopadhyay, A.K., 2013. "Modal Analysis of Structural Vibration". *ResearchGate*, Vol. 14.
- Chaudhury, S.B., Sengupta, M. and Mukherjee, K., 2014. "Vibration monitoring of rotating machines using mems accelerometer".
- Chen, C.T., 1999. *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, USA.

- Cooley, J., Lewis, P. and Welch, P., 1967. "Historical notes on the fast Fourier transform". *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, Vol. 15, No. 2, pp. 76–79.
- D'Alessandro, A., D'Anna, R., Greco, L., Passafiume, G., Scudero, S., Speciale, S. and Vitale, G., 2018. "Monitoring earthquake through mems sensors (mems project) in the town of acireale (italy)". *2018 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, pp. 1–4.
- Devices, A., 2010. "Adxl345 datasheet". USA: Analog Devices.
- Duc, N.C., Hung, H.Q., Ban, P.C., Van Mot, T. and Nhi, N.K., 2018. "Low-Cost Vibration Measurement for Behavior of Small-Scale Steel Modeling using MEMS, Raspberry Pi-3 and Arduino Mega 2560". *ResearchGate*.
- Fisher, D.K. and Gould, P.J., 2012. "Open-Source Hardware Is a Low-Cost Alternative for Scientific Instrumentation and Research". *Modern Instrumentation*, Vol. 01, p. 8.
- García-Barruetaña, J. and Cortés, F., 2018. "Finite elements analysis of the vibrational response of an adhesively bonded beam". Vol. 171, pp. 94–104.
- Gilbert, E.G., 1963. "Controllability and Observability in Multivariable Control Systems". *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series A: Control*.
- Golub, G.H. and Reinsch, C., 1971. "Singular Value Decomposition and Least Squares Solutions". *SpringerLink*, pp. 134–151.
- Grega, R., Krajčák, J., Žul'ová, L., Fedorko, G. and Molnár, V., 2017. "Failure analysis of driveshaft of truck body caused by vibrations". Vol. 79, pp. 208–215.
- Gu, M., 2007. "Control of wind-induced vibration of long-span bridges and tall buildings". Vol. 1, No. 1, pp. 51–62.
- He, W. and Liu, J., 2019. *Active Vibration Control and Stability Analysis of Flexible Beam Systems*. Springer.
- Hein, W., 2013. "Raspberry pi aplicado a projetos do mundo real". *linux new media*, pp. 543–547.
- Hibbeler, R.C., 2009. *Resistência dos Materiais*. Pearson Universidades.
- Ho, B.L. and Kalman, R.E., 1966. "Editorial: Effective construction of linear state-variable models from input/output functions". *at - Automatisierungstechnik*, Vol. 14, No. 1-12, pp. 545–548.
- Iwaniec, M., Holovatyy, A., Teslyuk, V., Lobur, M. and Mashevskya, M., 2017. "Development of vibration spectrum analyzer using the Raspberry Pi microcomputer and 3-axis digital MEMS accelerometer ADXL345". *ResearchGate*, pp. 25–29.
- Juang, J.N. and Pappa, R.S., 1984. "An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction". *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*.
- Juang, J.N., 1994a. *Applied System Identification*. Prentice Hall.
- Juang, R.S.P., 1994b. *Eigensystem Realization Algorithm User's Guide*. NASA Technical Memorandum 109066. URL <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19940032311.pdf>.
- Juang, R., 1986. "Mathematical correlation of modal parameter identification methods via system realization theory". *NASA Langley Research Center; Hampton, VA, United States*.
- Kailath, T., 1980. *Linear Systems*. Prentice-Hall, Inc.
- Kalman, R.E., 1963. "Mathematical Description of Linear Dynamical Systems". *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series A: Control*.
- Klema, V. and Laub, A., 1980. "The singular value decomposition: Its computation and some applications". *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol. 25, No. 2, pp. 164–176.
- Klinger, C., 2014. "Failures of cranes due to wind induced vibrations". Vol. 43, pp. 198–220.
- Lalanne, M., Berthier, P. and Hagopian, J.D., 1983. *Mechanical Vibrations for Engineers*. John Wiley & Sons Inc.
- Lerner, J. and Tirole, J., 2002. "Some Simple Economics of Open Source". *Journal of Industrial Economics*, Vol. 50, No. 2, pp. 197–234.
- Millman, K.J. and Aivazis, M., 2011. "Python for scientists and engineers". *Computing in Science and Engineering*, Vol. 13, pp. 9–12.
- Nise, N.S., 2017. *Engenharia de Sistemas de Controle*. LTC.
- Ogata, K., 2010. *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson.
- Oliphant, T.E., 2007. "Python for scientific computing". *Computing in Science Engineering*, Vol. 9.
- Pappa, R. and Juang, J.N., 1984. "Galileo spacecraft modal identification using an eigensystem realization algorithm". In *25th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. p. 1070.
- Pappa, R.S. and Juang, J.N., 1988. "Some experiences with the Eigensystem Realization Algorithm". *ResearchGate*, Vol. 22, No. 1.
- Pearce, J.M., 2012. "Building Research Equipment with Free, Open-Source Hardware". *Science*, Vol. 337, No. 6100, pp. 1303–4.
- Rao, S., 2008. *Vibrações Mecânicas*. Pearson.
- Severance, C., 2013. "Eben upton: Raspberry pi". *Computer*, Vol. 46, No. 10, pp. 14–16.
- Stewart, G.W., 2006. "On the Early History of the Singular Value Decomposition". *SIAM Rev.*
- Urandra, A.E., Dirgantoro, B. and Syihabuddin, B., 2016. "Design of On Board Data Handling using raspberry pi for na-

nosatellite payload”. *2016 International Conference on Control, Electronics, Renewable Energy and Communications (ICCEREC)*, pp. 110–114.

Wiberg, D., 1971. *State space and linear systems*. Schaum’s outline of theory and problems.

Xi, Y., Dong, C., Xiang, T. and Jing, L., 2010. “Three-axis digital accelerometer adxl345 and its application in sins design [j]”. *Electronic Design Engineering*, Vol. 3.

Xu, C.S., 2012. “Application research of mems adxl345”. In *Advanced Materials Research*. Trans Tech Publ, Vol. 457, pp. 1550–1553.

8. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.