



ANÁLISE COMPARATIVA DO MÉTODO ANALÍTICO E NUMÉRICO EM SIMULAÇÃO DE FLAMBAGEM EM VIGAS

Rui Queiroz Salles Neto, rqsneto@gmail.com
Erickson Fabiano Moura Sousa Silva, efmssilva@uesc.br
Vicente Ferraz Silveira, vicenteferrazz@gmail.com
Givaldo Souza de Oliveira, gisoliveira@uesc.br
Tiago Santa Fé Matos, t.tsmatos@gmail.com
Iago Freitas Santana, iago.emec@gmail.com

Universidade Estadual de Santa Cruz, Rodovia Jorge Amado, km 16, Bairro Salobrinho CEP 45662-900. Ilhéus-Bahia

Resumo. O objetivo deste presente artigo é realizar a validação do método de simulação por elementos finitos comparando os valores obtidos na simulação com o resultado do método analítico em um perfil tubular, e checar a viabilidade dos dois métodos para a determinação da carga crítica de flambagem em colunas esbeltas. O estudo consiste em realizar a simulação numérica da viga no software SolidWorks pelo ensaio das quatro formas de flambagem e discutir a influência dos parâmetros de malhas nas simulações numéricas. Os resultados mostram que uma malha de alta qualidade pode não trazer o melhor resultado e que o tempo para o processamento é um fator negativo que pode ser solucionado estudando o comportamento da malha

Palavras chave: Flambagem, simulação, elementos finitos.

1. INTRODUÇÃO

Segundo MELCONIAN (2000), a flambagem é o fenômeno que ocorre em peças esbeltas submetidas a cargas axiais, que ao romper uma tensão crítica de flambagem, ocorre uma flexão transversal devido a compressão. A flambagem está classificada como uma instabilidade elástica, o seja, a coluna perde estabilidade sem que os valores de tensão atinjam o valor da tensão de escoamento do material e, portanto, a coluna entrará em colapso repentino, sempre em torno do eixo de menor momento de inércia da sua seção transversal.

O objeto do estudo é uma viga esbelta vertical de perfil tubular de cinco metros de comprimento e diâmetro de seis polegadas. Uma viga submetida a uma carga axial pode falhar tanto por compressão quanto por flambagem e um dos fatores mais importantes para definir o método de falha é o Índice de esbeltez, que se trata de uma relação que classifica a viga ou coluna em curta, portanto falhará por compressão, ou longa, que terá a flambagem como principal método de falha. HIBBELER (2010) considera que um índice de esbeltez acima de 10 caracteriza a coluna como longa.

O índice de esbeltez é calculado pela Eq. 1:

$$S_r = \frac{l_{ef}}{k} \quad (1)$$

Onde l_{ef} é o comprimento segundo a condição de contorno e k é o raio de giração definido pela Eq. 2:

$$k = \sqrt{I/A} \quad (2)$$

Sendo A a área de seção transversal e I o momento de inércia.

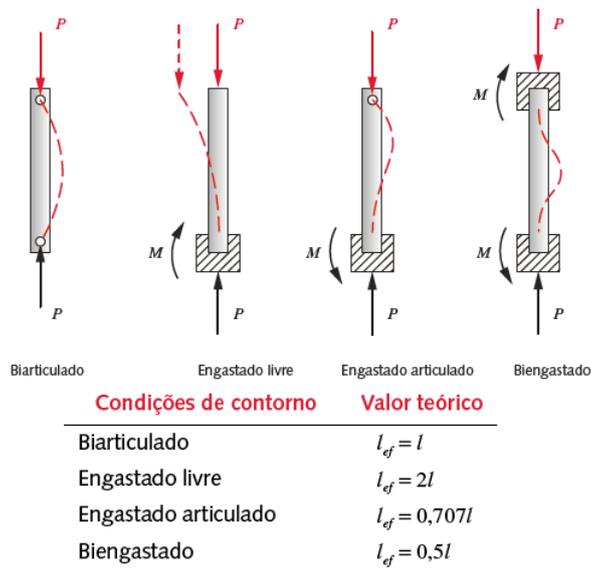
A tensão crítica de flambagem é calculada pela Eq. 3, a equação de Euler:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{S_r^2} \quad (3)$$

Sendo E , o modulo de elasticidade do material, A a área de secção e S_r o índice de esbeltez segundo a condição de contorno.

NORTON (2013) define a condição de contorno como um fator referente a rigidez do sistema, portanto, depende da forma como a viga é fixada ao sistema e é usado como um fator de correção para a carga crítica, veja que ao engastar as duas extremidades da viga, portanto, restringir a translação e rotação, a rigidez do sistema é aumentada e a viga suporta cargas maiores. Para vigas esbeltas as condições de contorno usuais estão na “Fig. 01”.

Figura 1. Condições de contorno e fator l_{ef} para vigas esbeltas sob flambagem (Fonte: Norton (2013). Modificado)

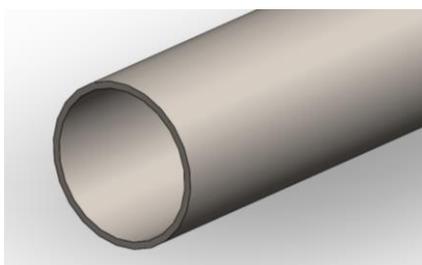


2. METODOLOGIA E PREPARAÇÃO DO ENSAIO

O primeiro passo para a simulação de corpos rígidos no software SolidWorks é a determinação e confecção em CAD do modelo a ser ensaiado. Como o intuito do ensaio é fazer um comparativo de carga crítica de flambagem, e sabendo que esta ocorre no ponto de menor inércia, o corpo de prova deve ser homogêneo e ter mesmo momento em todos os pontos.

A espessura do tubo é regida pela NBR-5590 que define tubos pela classe de resistência Schedule, onde a selecionada é sch40 e consultando a tabela de diâmetro de tubos padronizados do PROVENZA confere um diâmetro externo de 168,30mm e espessura da parede de 7,11mm

Figura 2. Modelo ilustrativo do perfil tubular a ser estudado (Fonte própria)



2.1. Seleção do Material

O material utilizado na construção de cada perfil varia um pouco de fabricante para fabricante, mas é sempre uma liga de aço estrutural. Como este estudo será um comparativo entre perfis, o detalhe de cada material não faz diferença e o escolhido para simulação é o Aço ASTM A36, um dos estruturais mais comuns com limite de escoamento, resistência a tração de 250 e 400 MPa respectivamente e módulo elástico de 200GPa.

2.2. Fixação e Aplicação de Carga

Cada condição de contorno possui um mecanismo de fixação diferente, variando o número de graus de liberdade em cada extremidade seguindo o modelo da Fig. 1. Os eixos e o tipo de restrição aplicado a cada superfície da viga está organizado na Tab. 1.

Tabela 1. Modelo de restrições para a simulação de cada condição de contorno. L para livre e F para fixo.

RESTRIÇÃO	TRANSLAÇÃO						MOMENTO					
	SUPERIOR			INFERIOR			SUPERIOR			INFERIOR		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
BIARTICULADO	F	F	L	F	F	F	L	L	L	L	L	F
ENGASTADO LIVRE	L	L	L	F	F	F	L	L	L	F	F	F
ENGASTADO ARTICULADO	F	F	L	F	F	F	L	L	F	F	F	F
BIENGASTADO	F	F	L	F	F	F	F	F	F	F	F	F

Para o SolidWorks, a ferramenta que permite configurar as 6 restrições de um ponto é a “Carga Remota” do tipo deslocamento (conexão rígida) no prompt de cargas externas. Esta ferramenta permite limitar e restringir o momento e a translação nos três eixos cartesianos e assim simular a condição de contorno teórica.

A aplicação de carga não sofre mudança alguma entre as condições de contorno pois como o eixo axial está sempre limitado na superfície inferior o sistema atende a Terceira Lei de Newton e a reação deste carregamento é entendida pelo sistema. A magnitude deste carregamento não faz diferença pois o resultado desta simulação será um fator de carga que multiplicada à carga inicial aplicada no sistema resulta na carga crítica de flambagem.

2.3. Malha

Segundo AZEVEDO (2003), no domínio dos elementos finitos, a malha é o conjunto de nós e elementos que envolve a geometria de uma peça e simplifica uma análise complexa em um somatório de análises simples de modo a reduzir as infinitas variáveis de um sistema a pequenos elementos finitos, geralmente tetraédricos, que dão nome ao método e, as equações matemáticas que regem os comportamentos físicos são aproximadas da realidade através de métodos numéricos.

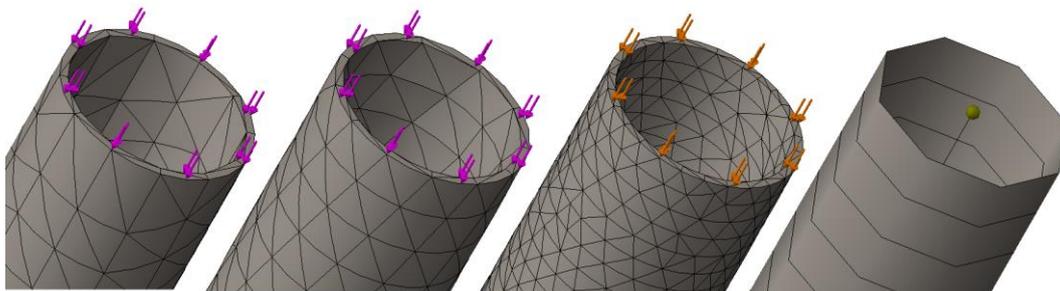
O SolidWorks divide as malhas em sólida, adequada para geometrias volumosas por representar três dimensões, elemento de viga adequado para colunas e treliças por apresentar apenas uma dimensão e o elemento casca que não é interessante neste trabalho, mas é utilizado em peças delgadas e possui duas dimensões.

Dentro das opções de malha sólida é possível refinar o tamanho e o número de elementos afim de proporcionar uma simulação com valores mais próximos da realidade, não que utilizar um elemento menor seja certo e um grande errado, mas à medida que diminuimos o tamanho do elemento, maior será o número de elementos e nós para a mesma geometria e o programa exigirá um poder de processamento muito maior, inviabilizando algumas simulações não tão simples, mas existem condições de contorno que são capazes de refinar os elementos e imprimir valores mais aceitáveis sem elevar tanto o tempo de simulação.

Para a análise da convergência de malha, será utilizado quatro tipos de malhas:

- (1) Padrão: Malha mais simples, sem nenhum tipo de refino e mesma quantidade de elementos para qualquer geometria e seção.
- (2) Com Curvatura e Refino Padrão: O gerador automático de malha reconhece regiões com maior curvatura e aumenta a quantidade de elementos locais sem necessidade de aplicar refino de malha manuais.
- (3) Com Curvatura e Refino Fino: Igual a (2) só diminui o tamanho do elemento aumentando assim o numero de elementos e o tempo de simulação.
- (4) Elemento de Viga: Diferente das malhas sólidas que tem 3 graus de liberdade, a malha do tipo viga tem apenas uma dimensão, o que reduz muito o poder de processamento necessário.

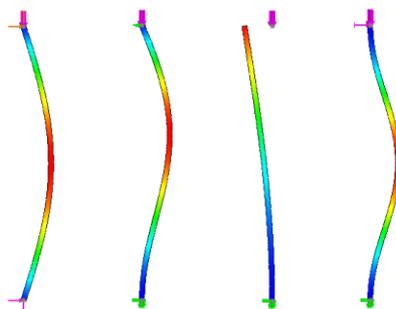
Figura 3. Comparativo das malhas Padrão, Com Curvatura Padrão, Com Curvatura Fina e Elemento de viga respectivamente para o Tubo 6” Sch40 (Fonte Própria).



3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados a seguir são valores obtidos nas simulações e na resolução analítica e estão organizados em tabelas para facilitar a visualização e as análises comparativas. A Fig. 4 trás o resultado visual da simulação das quatro condições com alta escala de distorção para visualizar o comportamento da viga ao sofrer a flambagem.

Figura 4. Resultado visual da simulação das quatro condições de contorno, biarticulado, engastado-articulado, engastado-livre e bi engastado respectivamente (Fonte própria).



3.1. Parâmetros de malha

Na tabela 2 estão os detalhes de cada uma das malhas formadas na Fig. 3, o tamanho dos elementos das malhas do SolidWorks são sempre organizados dentro de um range de tamanho mínimo e tamanho máximo, no entanto, o modelo utilizado não possui mudanças de geometria e sua malha é linear em todo o modelo e o valor do tamanho de elemento é exatamente o mesmo. Os elementos da malha do tipo viga, não possuem dimensão por apresentarem uma única dimensão.

Tabela 2. Detalhes das malhas utilizadas na simulação do perfil tubular.

Tipo de Malha	Tamanho do elemento	Número de nós	Número de elementos
Padrão	45	16052	8012
Curvatura Padrão	45	18168	9110
Curvatura Fina	22,5	72331	36318
Elemento Viga		113	111

Analisando as duas primeiras linhas da Tab. 2 nota-se que o número de elementos cresce cerca de 13% sem alterar o tamanho dos elementos, isso ocorre devido ao gerador automático de malha reconhecer a curvatura do perfil e aumentar o numero de elementos em regiões com maior curvatura como pode ser notado na Fig. 3. Fica evidente ao olhar para a segunda e terceira linha como a redução do tamanho do elemento elevava muito o número de nós e elementos da malha aumentando consideravelmente a quantidade de equações matemáticas e o poder de processamento para esta malha. Por fim o elemento viga que possui apenas 1,3% do número de elementos da malha sólida com curvatura e refino padrão.

3.2. Comparativo de tempo para completar a simulação.

A tabela a seguir apresenta o tempo que cada simulação levou para ser executada mantendo as restrições e aplicação de carga e variando apenas os parâmetros de malha.

Tabela 3. Comparativo de tempo gasto (Em segundos) para executar a simulação em cada tipo de malha para cada condição de contorno.

	Malha Padrão	Curvatura Padrão	Curvatura Fina	Elemento Viga
Biarticulado	4	6	25	1
Engastado Livre	5	5	23	1
Engastado Articulado	5	5	18	1
Bi Engastado	5	5	36	1

A Tab. 3 deixa evidente que a melhora da qualidade da malha torna a simulação mais complexa e demorada, mesmo para um modelo de geometria simples, o aumento do tempo foi de cerca de 60% de uma malha padrão em comparação com a fina e que a simulação do elemento viga foi praticamente instantânea.

3.3. Fator de Carga Crítica de Flambagem

Para o método analítico foi utilizado a Eq. 3 para calcular o fator de carga crítica de flambagem e os valores de área de seção, módulo elástico e momento de inércia foram retirados da ferramenta de propriedade de seção e da biblioteca de materiais do próprio SolidWorks. Os valores da carga crítica de flambagem para cada condição de contorno estão na Tab. 4 a seguir.

Tabela 4. Resultados de carga crítica pelo método analítico de Euler

	Biarticulado	Engastado livre	Engastado Articulado	Bi Engastado	Unid.
E	2,00E+11	2,00E+11	2,00E+11	2,00E+11	Pa
A	3,60E-03	3,60E-03	3,60E-03	3,60E-03	m ²
Lef	5	10	3,535	2,5	m
I	1,17E-05	1,17E-05	1,17E-05	1,17E-05	m ⁴
Pcr	924,14	231,03	1848,84	3696,56	kN

Os resultados das simulações para as quatro condições de contorno e para as quatro malhas utilizados está nas quatro primeiras colunas da Tab. 5 e a quinta coluna é o valor analítico calculado na Tab. 4 que é o fator base para comparar cada resultado obtido variando o tipo de malha para uma mesma condição de contorno

Tabela 5. Comparativo dos resultados numéricos e analíticos para as quatro condições de contorno. Valores em kN.

	Malha Padrão	Curvatura Padrão	Curvatura Fina	Elemento Viga	Valor Analítico
Biarticulado	1026,4	945,8	932,81	919,14	924,14
Engastado Livre	259,15	236,52	235,1	230,89	231,03
Engastado Articulado	2088,3	1907,2	1895,2	1865,4	1848,84
Bi Engastado	3903,4	3645,3	3603,4	3606,7	3696,55

É possível ver que os valores numéricos vão se aproximando dos valores analíticos à medida que a malha se torna mais fina, mas é a malha em elemento viga que mais se assemelha ao valor calculado pela equação de Euler em quase todas as condições, isso fica mais evidente na Tab. 6 a seguir que imprime a diferença entre o valor numérico e analítico em porcentagem.

Segundo AZEVEDO (2003), alguns autores mais conservadores afirmam que uma diferença de 5% no resultado do método numérico e analítico é aceitável, alguns mais exigente consideram esse número de 3 a 2%. Analisando a Tab. 6 nota-se que a única malha que possui a diferença acima de 5% é a malha padrão sem curvatura.

Tabela 6. Diferença entre o valor numérico e analítico em porcentagem para cada condição e malha.

	Malha Padrão	Curvatura Padrão	Curvatura Fina	Elemento Viga
Biarticulado	11,07%	2,34%	0,94%	0,54%
Engastado Livre	12,17%	2,38%	1,76%	0,06%
Engastado Articulado	12,95%	3,16%	2,51%	0,90%
Bi Engastado	5,60%	1,39%	2,52%	2,43%

4. CONCLUSÃO

Após obter todos os danos de cada condição, e ter sido feito o tratamento devido e analisar os fatores que influenciam na simulação numérica, foi observado que a malha de melhor qualidade e com maior número de elementos e nós para representar o comportamento físico da peça não trouxe o melhor resultado e se tratando de eficiência, perde muito por questão do tempo necessário para completar a simulação. Enquanto que a malha do tipo viga que possui menos de 1% do número de elementos da malha com curvatura fina apresentou resultados mais próximos do teórico realizando a simulação instantaneamente.

Pode-se concluir que no ramo dos elementos finitos nem sempre aumentar o nível de complexidade da simulação vai resultar em valores melhores. A geração da malha é talvez o fator mais importante em uma simulação e entender o seu comportamento vai trazer uma grande economia de tempo e confiabilidade nos dados obtidos. Note que esta foi uma simulação simples, e mesmo assim a malha fina demorou cerca de 25 vezes mais tempo para simular do que uma malha do tipo viga.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Laboratório de Projetos Mecânicos e Tribologia da UESC e à ICB pelo apoio na pesquisa.

6. REFERÊNCIAS

AZEVEDO, A. F. M.. Método dos Elementos Finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. 2003.
HIBBELER, R. C.: Resistência dos Materiais. 7º Edição. Pearson Education do Brasil, 2010.
MELCONIAN, Sarkis. Mecânica Técnica e Resistência dos Materiais. 10ª edição. São Paulo: Editora Érica, 2000.
NORTON, R. L.: Projetos de Máquinas: Uma Abordagem Integrada. 4º Edição. Bookman, 2013.
PROVENZA, Francesco; Projetista de Máquinas, pro-tec. São Paulo: F Provenza

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.