



SIMULAÇÃO DA DINÂMICA VERTICAL DA SUSPENSÃO DE UM VEÍCULO BAJA

Christian Pereira Gref, christiangref12@gmail.com¹
Rodrigo Borges Santos, rodrigobsantos@ufgd.edu.br¹
Sanderson Manoel da Conceição, sandersonconceicao@ufgd.edu.br¹
Douglas Leite Kojima, douglas_kojima@hotmail.com¹

¹Universidade Federal da Grande Dourados, Rodovia Dourados/Itahum, km 12 – Unidade II, CEP: 79804-970

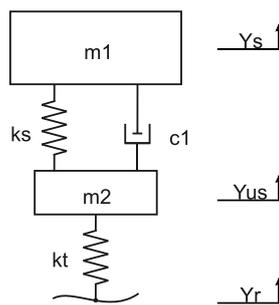
Resumo. O presente trabalho tem como objetivo analisar o comportamento da dinâmica vertical da suspensão do veículo baja da equipe Guaicurus-UFGD. A análise é realizada no domínio do tempo e da frequência. A modelagem do sistema é baseada no modelo simplificado de um quarto de suspensão. As equações dinâmicas são obtidas aplicando a segunda lei de Newton. A análise no domínio da frequência é feita fazendo o uso da transformada de Laplace. Já no domínio do tempo, o estudo é realizado utilizando a modelagem em Espaço de Estados. Simulações são realizadas fazendo o uso do Software livre Scilab, e então, são obtidas as frequências naturais do sistema e as respostas temporais devido a excitações do tipo degrau e função lombada. Os resultados obtidos são considerados satisfatórios e ponto de partida para entendimento da dinâmica vertical do veículo.

Palavras chave: Simulação dinâmica. Um quarto de suspensão veicular. Função degrau e lombada.

1. INTRODUÇÃO

A determinação do modelo de um quarto de veículo (*quarter-car*) consiste em isolar um quarto do veículo e estudar ela separadamente. Geralmente, os modelos de um quarto de veículo têm apenas 2 graus de liberdade, sendo o deslocamento vertical da massa suspensa e da massa não suspensa (Tusset, 2008). Esse modelo simplificado possibilita também encontrar as frequências naturais e os modos de vibração deste sistema como uma aproximação da dinâmica real (Sabka, 2017). Um esquema do modelo pode ser visto na Fig. 1.

Figura 1. Modelo de um quarto de veículo (Adaptado Sabka, 2017)



Sendo Y_s o deslocamento da massa suspensa m_1 , Y_{us} o deslocamento da massa não suspensa m_2 , Y_r o deslocamento do solo ou piso, k_s a rigidez da mola principal, k_t a rigidez do pneu e c_1 o coeficiente de amortecimento do amortecedor.

2. METODOLOGIA

Este trabalho é dividido em duas partes. A primeira parte estuda a dinâmica no domínio da frequência e a segunda no domínio do tempo. Assim, pode-se observar o comportamento dinâmico da suspensão do veículo de maneiras distintas. No domínio da frequência são obtidas as frequências naturais do sistema e, no domínio do tempo são obtidas as respostas do sistema para dois tipos de entradas, um degrau e uma função lombada.

2.1 Modelagem no domínio da frequência

A análise da dinâmica no domínio da frequência consiste em obter as respostas do sistema a partir das funções de transferência do sistema e, para isso, deve-se primeiramente obter as equações de movimento do sistema. Aplicando a segunda lei de Newton para a massa suspensa e não suspensa (ver Fig. 1), as equações de movimento são dadas por (Gillespie, 1992),

$$m_1 \ddot{Y}_s + c_1 (\dot{Y}_s - \dot{Y}_{us}) + k_s (Y_s - Y_{us}) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{Y}_{us} + c_1 (\dot{Y}_{us} - \dot{Y}_s) + k_s (Y_{us} - Y_s) + k_t (Y_{us} - Y_r) = 0 \quad (2)$$

Aplicando a transformada de Laplace nas Eqs. (1) e (2), e escrevendo o resultado na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} (m_1 s^2 + c_1 s + k_s) & -(c_1 s + k_s) \\ -\left(\frac{c_1 s}{k_s} + \frac{k_s}{k_t}\right) & \left(\frac{m_1 s^2}{k_t} + \frac{c_1 s}{k_t} + \frac{(k_s + k_t)}{k_t}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_s(s) \\ \ddot{Y}_{us}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{Y}_r(s) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Aplicando a regra de Cramer na Eq. (3), e considerando o operador Laplace $s = j\omega$, sendo j o operador complexo e ω a frequência, após realizada as devidas manipulações matemáticas obtém-se as seguintes funções de transferência para o sistema, (Gillespie, 1992),

$$\frac{\ddot{Y}_s(\omega)}{\ddot{Y}_r(\omega)} = \frac{K_{1m1} K_{2m1} + j[K_{1m1} C_{m1} \omega]}{\left(M_1 \omega^4 - (K_{2m1} \omega^2) - (K_{1m1} \omega^2) - (M_1 K_{2m1} \omega^2) + K_{1m1} K_{2m1}\right) + j\left((K_{1m1} C_{m1} \omega) - (C_{m1} \omega^3) - (M_1 C_{m1} \omega^3)\right)} \quad (4)$$

$$\frac{\ddot{Y}_{us}(\omega)}{\ddot{Y}_r(\omega)} = \frac{K_{1m2} K_{2m2} - (K_{1m2} M_2 \omega^2) + j[K_2 C_{m2} \omega]}{\left(M_2 \omega^4 - (M_2 K_{1m2} \omega^2) - (M_2 K_{2m2} \omega^2) - (K_{2m2} \omega^2) + K_{1m2} K_{2m2}\right) + j\left((K_{1m2} C_{m2} \omega) - (C_{m2} \omega^3) - (M_2 C_{m2} \omega^3)\right)} \quad (5)$$

sendo:

$$\begin{aligned} K_{1m1} &= \frac{k_t}{m_1} & K_{2m1} &= \frac{k_s}{m_1} & C_{m1} &= \frac{c_1}{m_1} & M_1 &= \frac{m_2}{m_1} \\ K_{1m2} &= \frac{k_t}{m_2} & K_{2m2} &= \frac{k_s}{m_2} & C_{m2} &= \frac{c_1}{m_2} & M_2 &= \frac{m_1}{m_2} \end{aligned}$$

2.2. Modelagem no domínio do tempo

Já as respostas do sistema no domínio do tempo podem ser obtidas a partir das equações de movimento escritas na forma de Espaço de Estados (Ogata, 2010),

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ \dot{y}(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (6)$$

Sendo $A(t)$ a matriz de estados, $x(t)$ o vetor de estados, $B(t)$ a matriz de entradas, $u(t)$ vetor de entradas, $y(t)$ o vetor de saídas, $C(t)$ a matriz de saídas e $D(t)$ a matriz de transmissão direta. Para as equações de movimentos (1) e (2), obtém-se as seguintes matrizes e vetores para o sistema,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k_s}{m_1} & \frac{-c_1}{m_1} & \frac{k_s}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_t}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{(k_s + k_t)}{m_2} & -\frac{c_1}{m_2} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_2} \end{bmatrix} \text{ e } x(t) = [Y_s \quad \dot{Y}_s \quad Y_{us} \quad \dot{Y}_{us}] \quad (7)$$

A matriz C é definida de acordo com a variável de estado a ser observada e D é uma matriz de zeros.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nessa seção são realizadas simulações via software *Scilab 6.0.1* de forma obter respostas do sistema no domínio da frequência e do tempo.

Neste trabalho são adotados os valores de rigidez e amortecimento apresentados no trabalho da equipe baja CEFET/RJ (Duarte, *et. al.*, 2016). Observou-se que esta equipe utiliza os mesmos amortecedores da equipe baja Guaicurus-UFGD. Já os valores da massa suspensa e não-suspensa representam valores reais, visto que, foram realizadas medidas no veículo. Os valores desses parâmetros são apresentados na Tab. 1.

Tabela 1. Parâmetros utilizados nas simulações

massa 1 (suspensa) [kg]	32,33
massa 2 (não suspensa) [kg]	15,22
k_s [N/m]	31600
k_t [N/m]	48500
c_I [Ns/m]	500

3.1 Resultados em função da frequência

As figuras (2) e (3) mostram as respostas em frequências para as funções de transferências definidas pelas Eqs (4) e (5), respectivamente. Note que a frequência natural correspondente ao grau de liberdade da massa suspensa é de 3,77 Hz e, da massa-não suspensa é de 11 Hz.

Figura 2. Ganho em Aceleração $\frac{\ddot{Y}_s(\omega)}{\ddot{Y}_r(\omega)}$ (Autor, 2019)

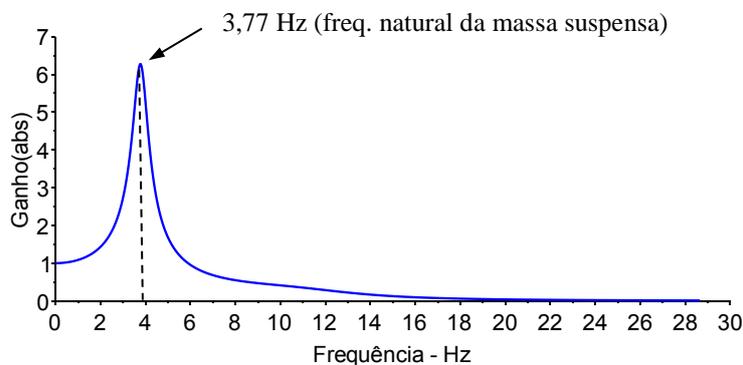
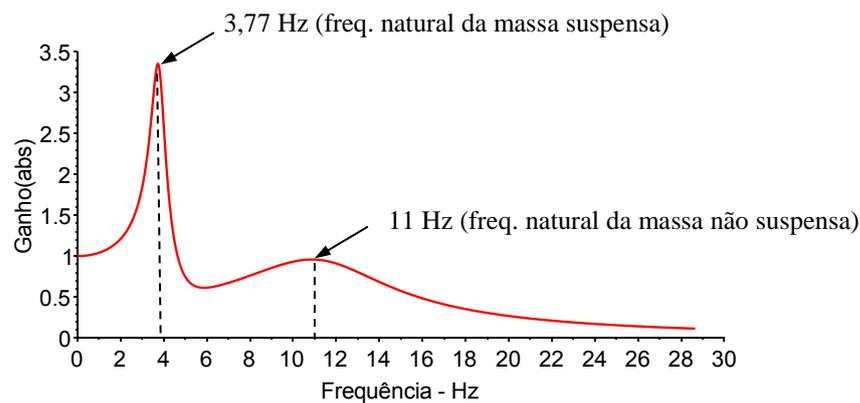


Figura 3. Ganho em Aceleração $\frac{\ddot{Y}_{us}(\omega)}{\ddot{Y}_r(\omega)}$ (Autor, 2019)



Observa-se nas Figs. 2 e 3 que os ganhos (transmissibilidade de vibrações) tem maiores amplitudes em regiões próximas as frequências naturais. Sendo que, o ganho mais elevado ocorre em relação a massa suspensa. Portanto, para pavimentos que excitam o veículo em frequências próximas às frequências naturais espera-se que o piloto experimente maiores amplitudes de vibrações e, assim, aumentando a sensação de desconforto. E ainda, sabendo que as amplitudes das acelerações impostas pelos pisos ao veículo aumentam com a frequência a melhor forma de isolamento se dá projetando um sistema de suspensão de tal forma que a frequência natural da massa suspensa seja a menor possível. Para isso, pode-se por exemplo utilizar molas de rigidez mais baixas (Gillespie, 1992).

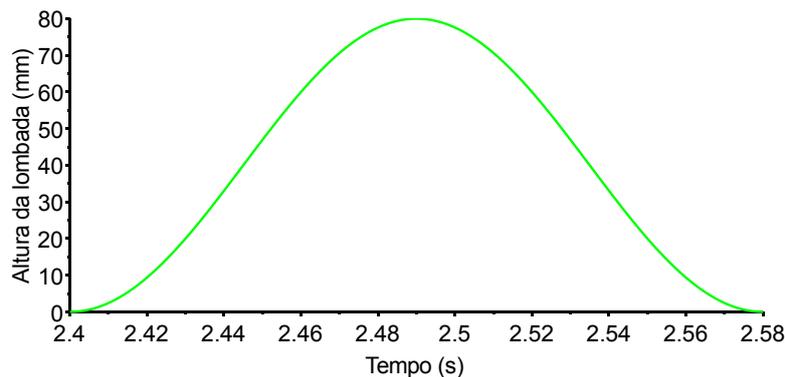
3.2 Resultados em função do tempo

Para avaliar as respostas temporais para a massa suspensa e não suspensa foi utilizada como entrada do sistema uma função lombada. Essa função representa o traçado da lombada que o veículo percorrerá e, é dada pela Eq. (8) e encontrada em Ruthes (2016),

$$y(t) = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi v}{l} \left(t - \frac{d}{v} \right) \right) \right) \quad (8)$$

Considerando uma lombada com 1,5m de comprimento (l), 0,08m de altura (h), uma velocidade (v) de 30 km/h e a distância percorrida pelo veículo até a lombada (d) de 20m obtêm-se o gráfico da altura da lombada em função do tempo como mostra a Fig. 4. Isso representa o tempo percorrido do veículo até a travessia do obstáculo (Sabka, 2017).

Figura 4. Lombada de entrada (Sabka, 2017)



Utilizando como entrada do sistema o sinal representado pela Fig. 4, obtemos as seguintes respostas temporais para a massa suspensa e não suspensa, respectivamente,

Figura 5. Deslocamento da massa suspensa (*bounce*) (Autor, 2019)

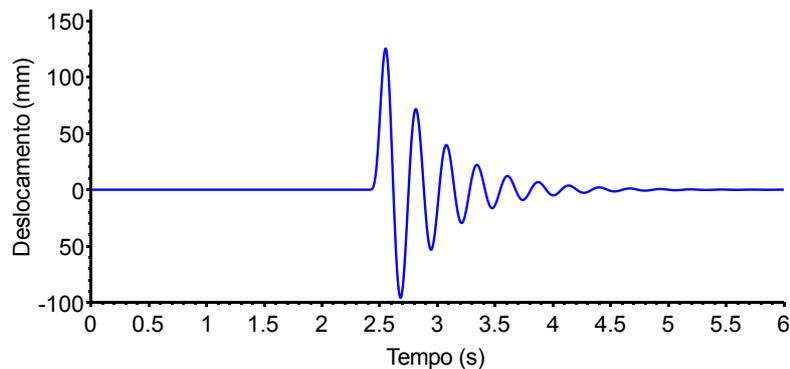
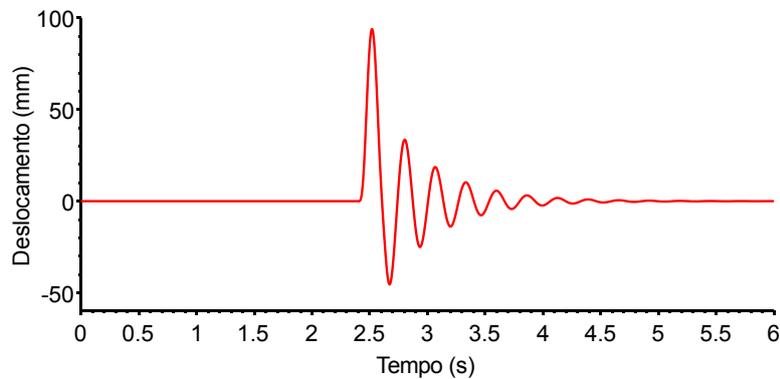


Figura 6. Deslocamento da massa não suspensa (*bounce*) (Autor, 2019)



Observa-se na Fig. 5 que a massa suspensa atinge amplitudes de deslocamento na ordem de 125 mm e a resposta possui um tempo de acomodação de 2,6 s. Por outro lado, a massa não suspensa atinge uma amplitude de 94 mm e a resposta tem um tempo de acomodação de 2,5 s, conforme mostra a Fig. 6. Assim, essas altas amplitudes confirmam os resultados e discussões apresentados na análise no domínio da frequência. Note que, na primeira oscilação ($\sim 2,5$ s) as massas tem um deslocamento significativo, que indicam um sistema sub amortecido. O movimento descrito como *bounce* representa o movimento vertical sofrido pelo veículo.

Os resultados apresentados a seguir são as respostas temporais para o sistema considerando uma entrada do tipo degrau com amplitude de 100 mm.

Figura 7. Deslocamento da massa suspensa, resposta ao degrau de 100 mm (Autor, 2019)

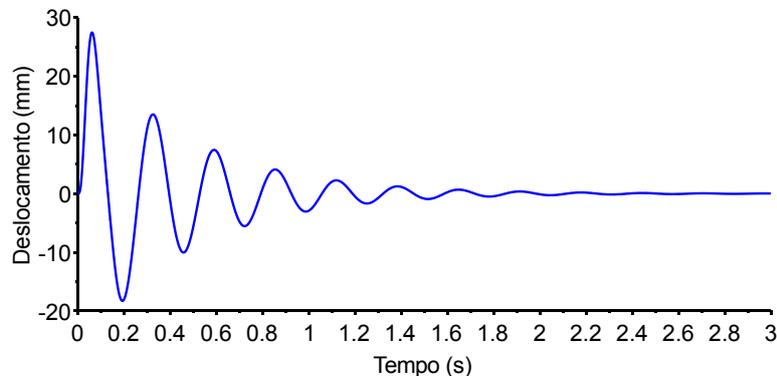
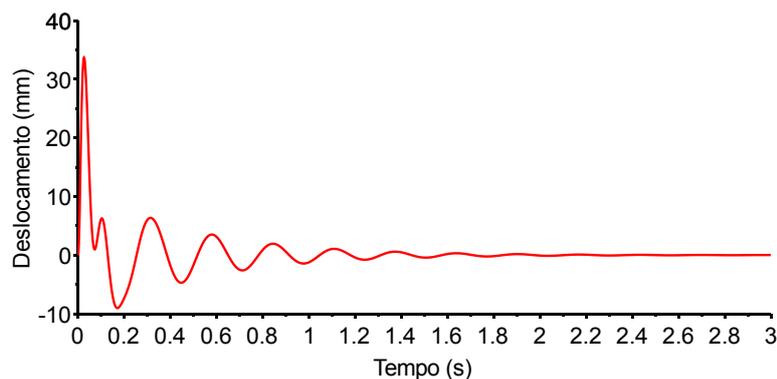


Figura 8. Deslocamento da massa não suspensa, resposta ao degrau de 100 mm (Autor, 2019)



Nota-se que a resposta para o deslocamento da massa suspensa possui amplitude máxima de 27 mm e tempo de acomodação de 2,3 s enquanto que a massa não-suspensa tem uma amplitude máxima de 34 mm e tempo de acomodação de 2,1 s. Portanto, o tempo de acomodação da massa suspensa é maior para os dois tipos de entradas utilizados e, assim, o piloto ainda perceberá oscilações durante um curto intervalo de tempo depois da estabilização da massa não-suspensa.

4. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho simulações foram realizadas para entendimento do comportamento dinâmico do modelo simplificado de um quarto de veículo. A análise foi realizada utilizando o Software livre *Scilab 6.0.1*. Foram obtidas as respostas no domínio da frequência e, então, as frequências naturais do sistema foram determinadas. Além disso, foram obtidas respostas temporais para excitações do tipo degrau e função lombada. Os resultados obtidos mostram que a frequência natural da massa suspensa para os parâmetros de rigidez e amortecimentos utilizados é de 3,77 Hz e, portanto, neste caso o sistema de suspensão deve ser projetado de forma que esta frequência seja a menor possível, visto que, é recomendado que fique entre 1 e 1,5 Hz conforme Gillespie (1992). Para isso, pode-se por exemplo utilizar molas com menor rigidez. Vale a pena ressaltar que para continuação desse estudo testes experimentais estão sendo realizados para estimar os parâmetros de rigidez e amortecimento da suspensão do veículo baja Guaicurus/UFGD e, assim, possibilitar o ajuste do modelo desenvolvido neste trabalho.

5. REFERÊNCIAS

- Duarte, B. T. et al, 2016. "Análise de Dinâmica Veicular do Protótipo Baja SAE". 28 Jun. 2019 <<https://docplayer.com.br/27792570-Analise-de-dinamica-veicular-do-prototipo-baja-sae.html>>.
- Gillispie, T. D., 1992. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers, Warrendale.
- Ogata, K., 2010. *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 5ª edição.
- Ruthes, J. P., 2016. "Análise de Sensibilidade de Suspensão Veicular". 7 Abr. 2019 <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/165266>>.
- Sabka, M. R. R., 2017. "Análise Computacional de um Controlador PID Aplicado a uma Suspensão Ativa Veicular". 6 Abr. 2019 <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/182028>>.
- Tusset, Â. M., 2008. Controle Ótimo Aplicado Em Modelo De Suspensão Veicular Não-Linear Controlada Através De Amortecedor Magneto-Reológico. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 7 Abr. 2019 <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/15395>>.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.