



## INFLUÊNCIA DO MODELO DE TURBULÊNCIA NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO ESCOAMENTO EM TORNO DE UM CILINDRO

Carlos Henrique Diedrich, chd145@hotmail.com<sup>1</sup>  
Douglas Pereira Vasconcellos, douglasvasconcellos@yahoo.com.br<sup>1</sup>  
Luiz Eduardo Melo Lima, lelima@utfpr.edu.br<sup>1</sup>  
Gerson Henrique dos Santos, gsantos@utfpr.edu.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Ponta Grossa, Avenida Monteiro Lobato, km 4, Jardim Carvalho, 84016-210, Ponta Grossa, Paraná, Brasil

**Resumo.** A turbulência é um fenômeno que nos afeta diariamente em nossos meios de transporte como carros, aviões, navios, etc., assim como em muitos outros aspectos. Portanto, é de grande importância que este fenômeno seja entendido para que possamos compreender seus efeitos e estudá-los com maior precisão. Existem vários modelos que se propõem a prever seu comportamento, mas nenhum conseguiu até o momento fazê-lo de forma geral. Este trabalho tem como objetivo investigar numericamente três modelos de turbulência do tipo  $k - \epsilon$  (padrão, realizável e RNG), por meio da simulação computacional do escoamento externo em torno de um cilindro, utilizando o programa comercial ANSYS Fluent, para Dinâmica dos Fluidos Computacional. E por meio da comparação dos resultados destes modelos com os resultados disponíveis na literatura, é verificada a influência da escolha do modelo de turbulência na predição do comportamento do escoamento. O modelo de turbulência que apresentou resultados mais satisfatórios foi o padrão, embora todos os modelos analisados tenham atingido resultados bem similares para os contornos de velocidade.

**Palavras chave:** Escoamento externo. Cilindro. Modelo de turbulência. Simulação.

### 1. INTRODUÇÃO

O escoamento de qualquer fluido por um obstáculo produz geralmente turbulência nas camadas limite e pode resultar em uma esteira turbulenta, que aumenta o arrasto exercido pelo fluido sobre o obstáculo, sendo esta uma consequência que deve ser reduzida ou evitada para que se obtenha um melhor desempenho em veículos e aeronaves. Facilmente encontrados no dia a dia, escoamentos turbulentos então presentes em quase todas as interações de fluidos com seus respectivos meios, dificultando assim a análise de fenômenos de transporte e escoamentos de fluidos. Uma das várias definições de turbulência existentes é a do escoamento de fluido em que as partículas se misturam de forma não linear e caótica, sendo caracterizado por flutuações instantâneas na velocidade e na temperatura, que tem grande influência no transporte de massa e de calor.

Existem muitas teorias que tentam descrever a turbulência, mas nenhuma conseguiu descrever de forma geral este fenômeno, de tal forma, que atualmente é preciso trabalhar com modelos simplificados e/ou específicos para cada área. Na prática, é muito importante e vantajoso conseguir simplificar o modelo de turbulência para um problema, pois vai trazer benefícios do ponto de vista físico, matemático e numérico. Para Kundu e Cohen (2002), a grande complexidade existente nos escoamentos turbulentos não permite uma abordagem somente analítica, então é de grande importância o estudo e o desenvolvimento de novos modelos de turbulência. Os escoamentos turbulentos possuem grande habilidade para transportar propriedades com taxas elevadas, quando comparadas as da difusão molecular, e são sempre dissipativos, onde é preciso alimentação constante para suprir as perdas viscosas (Tenekes e Lumley, 1972).

As formas circulares e cilíndricas estão presentes em quase tudo ao nosso redor como em aviões, carros e navios, e com isso, tem-se que é de grande importância o estudo de escoamentos ao redor de superfícies nestes formatos. O estudo ao redor de superfícies circulares veio recebendo mais atenção nos últimos anos devido a sua grande relevância em aplicações de projetos de engenharia, por exemplo, as aplicações para plataformas de petróleo (Van Hinsberg, 2015). Para Stringer *et al.* (2014) os escoamentos ao redor de superfícies circulares são um grande desafio, pois possuem grande complexidade e demandam maior poder de processamento dos equipamentos de simulação, mas nos últimos anos com a grande evolução no poder de processamento dos computadores, esta barreira vem sendo superada.

É possível resolver os problemas de escoamento de duas formas: experimental e teórica. Na teórica, as equações são resolvidas analiticamente ou numericamente, fornecendo valores exatos ou aproximados para os problemas estudados. Este trabalho tem por objetivo verificar a capacidade de simulação três modelos de turbulência do tipo  $k - \epsilon$  (padrão, realizável e RNG) em prever as características do escoamento ao redor de um cilindro.

## 2. METODOLOGIA

Nesta seção, são apresentadas informações a respeito das equações governantes, dos modelos de turbulência e do procedimento numérico.

### 2.1. Equações governantes

O modelo numérico é baseado na solução das equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds (RANS – *Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) para escoamentos compressíveis usando Método dos Volumes Finitos (Patankar, 1980) em uma grade não uniforme e não estruturada. Sendo que o termo das tensões turbulentas pode ser resolvido utilizando um modelo de turbulência de duas equações do tipo  $k - \varepsilon$ , por exemplo.

As equações RANS são obtidas por meio de processos de média temporal, que são aplicados à velocidade instantânea, sendo decomposta em valor médio e uma flutuação. Para um fluido newtoniano compressível as equações da continuidade e *momentum* podem ser expressas pelas Eqs. (1) e (2):

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \check{u}_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \check{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \check{u}_j \check{u}_i + \bar{p} \delta_{ij} - \check{\tau}_{ji}^{tot}) = 0 \quad (2)$$

Onde:

$$\check{\tau}_{ji}^{tot} \equiv \check{\tau}_{ij}^{lam} + \check{\tau}_{ij}^{turb} \quad (3)$$

$$\check{\tau}_{ij}^{lam} \equiv \tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial \check{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \check{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \check{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

$$\check{\tau}_{ij}^{turb} \equiv -\overline{\rho u_i' u_j'} \approx \mu_t \left( \frac{\partial \check{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \check{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \check{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (5)$$

Onde  $\rho$  é a massa específica,  $t$  é o tempo,  $u$  é o vetor velocidade,  $x$  representa a coordenada espacial,  $p$  é a pressão modificada,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker,  $\tau$  representa as tensões (total, laminar ou turbulenta),  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta. Os termos da Eq. (2) representam: a variação temporal devido ao regime transiente, a convecção no escoamento médio, o gradiente de pressão (modificada) média e as tensões totais devido às tensões viscosas (laminares) e tensões viscosas aparentes (turbulentas).

### 2.2. Modelos de turbulência $k - \varepsilon$

Nesta seção, são apresentadas as equações dos três modelos de turbulência do tipo  $k - \varepsilon$ : padrão, realizável e RNG.

#### 2.2.1. Padrão (Launder e Spalding, 1974)

É um modelo semi-empírico baseado em duas equações de transporte para a modelagem da turbulência: a da energia cinética turbulenta ( $k$ ) e da sua taxa de dissipação ( $\varepsilon$ ). Segundo Warsi (2006), as tensões de Reynolds (turbulentas) são descritas em termos da viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ), que por sua vez é expressa em função de  $k$  e  $\varepsilon$ , conforme a Eq. (6):

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

Onde  $C_\mu$  é uma constante e as equações de transporte para  $k$  e  $\varepsilon$  são dadas pelas Eqs. (7) e (8), respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (8)$$

Onde  $S_{ij}$  é o tensor taxa de deformação e as constantes nas Eqs. (6), (7) e (8) possuem os seguintes valores padrão obtidos a partir de dados experimentais de escoamentos:  $C_\mu = 0,09$ ;  $\sigma_k = 1,0$ ;  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ ;  $C_{1\varepsilon} = 1,44$ ;  $C_{2\varepsilon} = 1,92$ .

As principais vantagens deste modelo de turbulência são:

- Modelo simples, onde somente duas equações de transporte adicionais são necessárias para solução.
- Para muitos dos escoamentos encontrados na indústria, apresenta um satisfatório desempenho.
- Modelo de duas equações mais validado/verificado.

### 2.2.2. Realizável (Shih *et al.*, 1995)

Modelo mais recente, que possui como principais diferenças em relação ao modelo padrão a equação de transporte da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta ( $\varepsilon$ ) e a formulação da viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ). A equação de transporte da energia cinética turbulenta ( $k$ ) é semelhante a do modelo padrão, conforme a Eq. (9), e a equação de transporte da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta ( $\varepsilon$ ) é dada pela Eq. (10):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_{1\varepsilon} S \varepsilon - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \quad (10)$$

Onde  $C_1 = \max[0,43; \eta/(\eta + 5)]$ , com  $\eta = S k/\varepsilon$  e  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ , e as constantes apresentam os seguintes valores:  $C_{1\varepsilon} = 1,44$ ;  $C_2 = 1,9$ ;  $\sigma_k = 1,0$ ;  $\sigma_\varepsilon = 1,2$ .

A viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ) é calculada pela Eq. (6), com a constante  $C_\mu$  sendo dada pela Eq. (11):

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (11)$$

Onde:

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad (12)$$

E:

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk} \omega_k \quad (13)$$

Onde  $\bar{\Omega}_{ij}$  é o valor médio do tensor taxa de rotação, visualizado em referencial de rotação com velocidade angular  $\omega_k$ ,  $\varepsilon_{ijk}$  é o tensor Levi-Civita, que corresponde à transformação de coordenadas, e as constantes da Eq. (11) são dadas por:  $A_0 = 4,04$  e  $A_s = \sqrt{\cos \theta}$ .

### 2.2.3. RNG (Yakhot *et al.*, 1992)

Desenvolvido utilizando técnicas estatísticas, pelo método de Grupo de Renormalização (RNG – *Re-Normalisation Group*), que foi usado para gerar um modelo de turbulência semelhante ao padrão, mas apresenta uma equação modificada para  $\varepsilon$ , que tenta desenvolver diferentes escalas de movimento alterando o termo de produção.

É uma teoria precisa e confiável que serve para uma ampla classe de escoamentos quando comparada ao modelo padrão. Suas equações são semelhantes com a do modelo padrão e são dadas pelas Eqs. (14) e (15):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (15)$$

Onde:

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{c_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + \beta \eta^2} \quad (16)$$

Onde  $\eta = S k / \varepsilon$ ,  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ , a viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ) é calculada pela Eq. (6) e os valores das constantes são:  $C_{1\varepsilon} = 1,42$ ;  $C_{1\varepsilon} = 1,68$ ;  $C_\mu = 0,0845$ ;  $\sigma_k = 0,7194$ ;  $\sigma_\varepsilon = 0,7194$ ;  $n_0 = 4,38$ ;  $\beta = 0,012$ . A principal diferença do modelo RNG para o padrão é um termo extra, que corresponde ao segundo termo do lado direito da Eq. (16).

### 2.3. Procedimento numérico

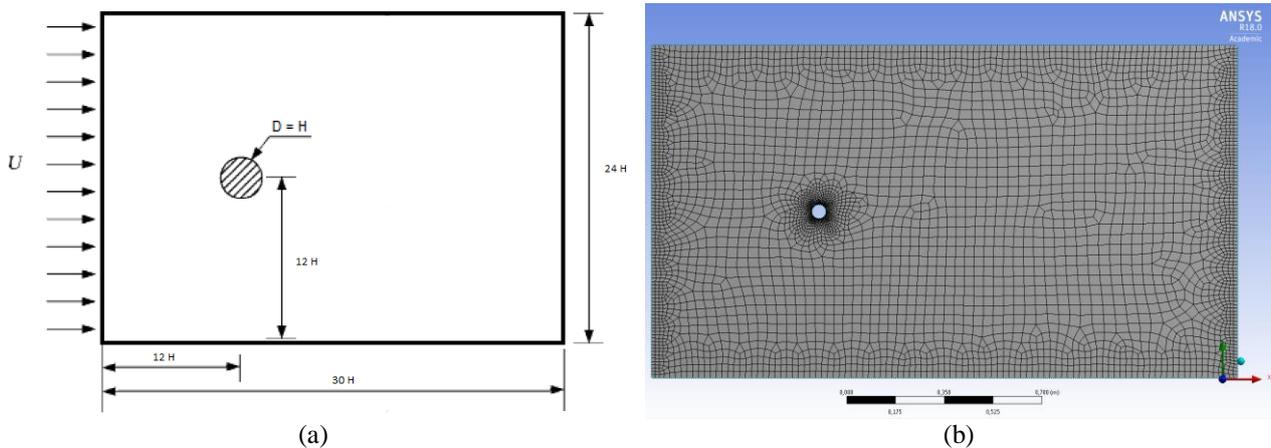
Para realização deste trabalho, foi realizada uma análise numérica utilizando o programa comercial de CFD ANSYS Fluent® Versão 18.0, que utiliza técnicas de elementos finitos nas quais o domínio é dividido em inúmeros volumes de controle infinitesimais e dentro de cada volume são resolvidas as equações governantes (ANSYS, 2013). O computador utilizado para as simulações possui sistema operacional Microsoft Windows® 7 de 64 bits, processador Intel® Core™ i7-3700 de 3,4 GHz e memória RAM de 16 GB.

O diâmetro do cilindro simulado é de 0,05 m, conforme apresentado na Fig. 1a. A malha computacional utilizada, denominada malha “fina”, foi gerada de forma automática pelo próprio programa, contendo 4823 nós e 4582 elementos, conforme Fig. 1b. A solução do acoplamento pressão-velocidade foi realizada pelo Método Semi-Implícito para Equações Acopladas à Pressão (SIMPLE – *Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) (Patankar, 1980). As simulações foram realizadas para os três modelos de turbulência  $k - \varepsilon$ : padrão, realizável e RNG. Foram consideradas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- Escoamento em regime permanente.
- Não interferência das paredes do volume de controle no escoamento do ar.

Figura 1. Configurações das simulações:

(a) dimensões do domínio de cálculo (Younis e Przulj, 2006; Pereira, 2010) e (b) malha computacional



### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos foram calculados para um número de Reynolds de 27400, a fim de comparar com os valores médios de coeficiente de arrasto  $\bar{C}_D$  obtidos nos trabalhos de Younis e Przulj (2006) e de Pereira (2010), onde ambos utilizaram somente o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  RNG. Os resultados obtidos no presente trabalho e dos outros da literatura são mostrados na Tab. 1.

Tabela 1. Resultados dos valores médios de coeficiente de arrasto  $\bar{C}_D$  para um cilindro circular em um escoamento com número de Reynolds de 27400

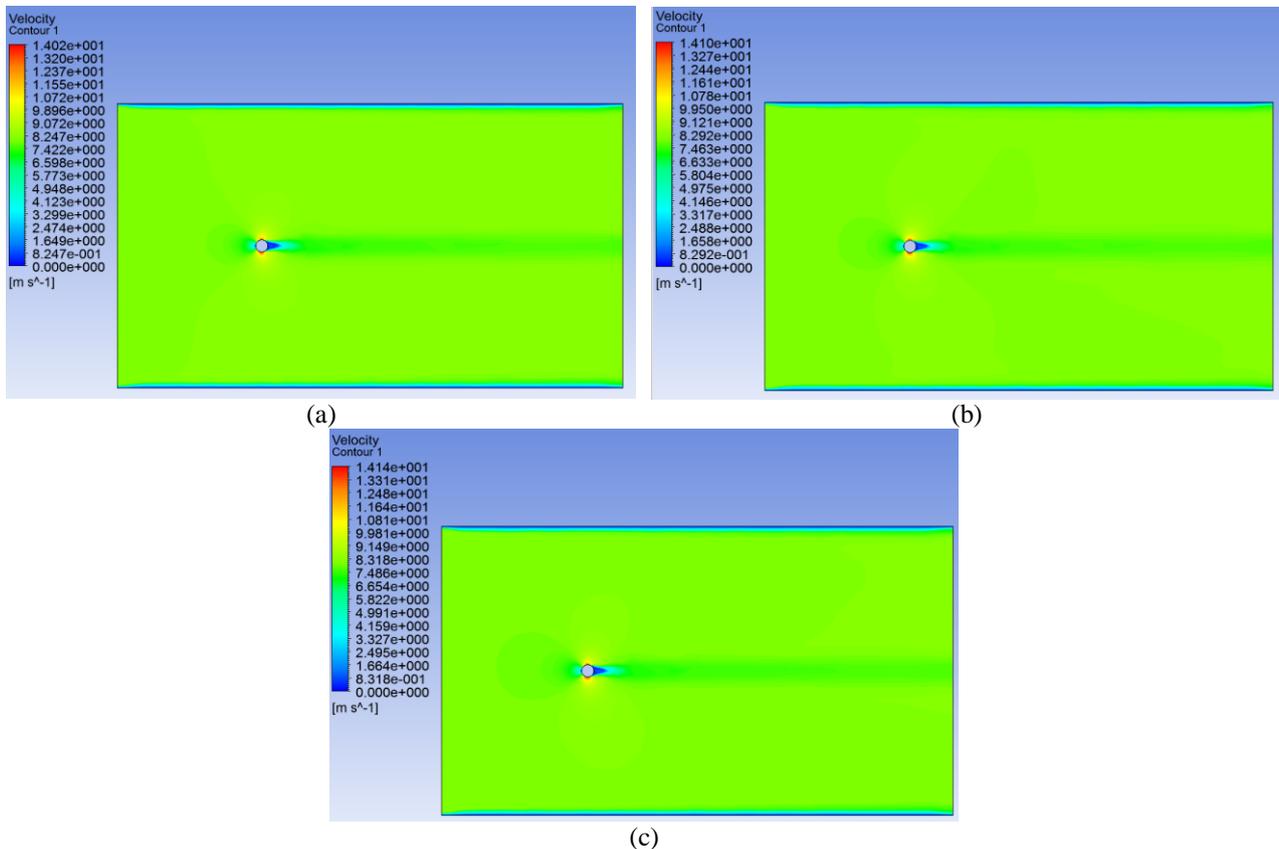
Modelo $k - \varepsilon$	Este trabalho	Younis e Przulj (2006)	Pereira (2010)
Padrão	0,88	-	-
Realizável	0,80	-	-
RNG	0,82	0,987	0,459

Na Tabela 1, todos os modelos de turbulência  $k - \varepsilon$  (padrão, realizável e RNG) utilizados no presente estudo apresentaram resultados satisfatórios para os valores médios de coeficiente de arrasto  $\bar{C}_D$ , quando comparados ao obtido

por Younis e Przulj (2006), e ainda foram mais próximos do que o obtido por Pereira (2010), entretanto, as diferenças no refinamento da malha computacional podem exercer grande influência nos resultados obtidos.

A Figura 3 apresenta os campos de velocidades para os modelos de turbulência simulados no presente trabalho. Não sendo possível observar diferenças significativas por meio da visualização dos campos de velocidades (Fig. 3), os resultados mensuráveis para comparação ficam evidentes.

Figura 3. Campos de velocidades obtidos pelos modelos de turbulência  $k - \varepsilon$ : (a) padrão; (b) realizável e (c) RNG



#### 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizadas simulações numéricas para um escoamento externo ao redor de um cilindro de 50 mm de diâmetro utilizando o programa computacional de CFD ANSYS Fluent®. O objetivo foi de realizar uma avaliação da capacidade de três modelos de turbulência  $k - \varepsilon$  (padrão, realizável e RNG) em prever o comportamento deste tipo de escoamento.

O resultado obtido com o modelo padrão apresenta um valor médio do coeficiente de arrasto mais próximo ao obtido por Younis e Przulj (2006), no entanto, isto não o valida como o melhor modelo de turbulência dentre os analisados, pois as diferenças entre os modelos apresentaram pequenas variações, sendo a maior delas de 10%.

Existem diversos fatores que podem influenciar nos resultados das simulações computacionais como: propriedades, superfícies dos materiais, características do escoamento e refinamento da malha. Isto demonstra a grande importância do correto modelamento do problema estudado e os diversos modelos disponíveis não se aplicam a qualquer caso sem um critério previamente estabelecido.

Para os campos de velocidades, todos os modelos de turbulência  $k - \varepsilon$  analisados apresentaram valores próximos, variando somente em algumas regiões do escoamento a depender do modelo.

Outro fator que pode ser considerado para definir melhores modelos é a quantidade de iteração de cada um que são diretamente proporcionais ao tempo computacional do processo de simulação. Para problemas de alta complexidade o tempo de simulação é de grande importância podendo tornar até mesmo inviável o processo de simulação. Neste contexto, pode-se observar que os melhores resultados foram obtidos pelo modelo  $k - \varepsilon$  realizável, que também possuiu a maior quantidade de iterações necessárias para convergir, no entanto o modelo  $k - \varepsilon$  padrão apresentou resultados bem próximos e convergiu com menos da metade do número de iterações, sendo assim uma opção com bom custo-benefício para problemas de alta complexidade.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Tecnológica Federal do Paraná pelo apoio recebido para o desenvolvimento deste trabalho e para a participação neste evento.

## 6. REFERÊNCIAS

- ANSYS, 2013. *ANSYS CFX-Solver Theory Guide*. Release 14.5. Canonsburg, PA, USA: ANSYS, Inc.
- Kundu, P.K. & Cohen, I.M., 2002. *Fluid Mechanics*. 2<sup>nd</sup> ed. San Diego, CA, USA: Academic Press, Inc. ISBN: 978-0121782511.
- Launder B.E. & Spalding D.B., 1974. "The numerical computation of turbulent flows". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, No. 2, p. 269-289. DOI: 10.1016/0045-7825(74)90029-2.
- Patankar, S., 1980. "Numerical heat transfer and fluid flow". In: *Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences*. Washington, DC, USA: Hemisphere Pub. Corp. / New York, NY, USA: McGraw-Hill. Series in computational methods in mechanics and thermal sciences. ISBN: 978-0070487406.
- Pereira, I.A.B.B., 2010. *Escoamento turbulento em torno de um cilindro a baixo número de Reynolds: Comparação entre modelos de turbulência*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, Portugal. Disponível em: <<https://hdl.handle.net/10216/59120>>.
- Shih, T.-H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z. & Zhu, J., 1995. "A new  $k-\epsilon$  eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows". *Computers & Fluids*, Vol. 24, No. 3, p. 227-238. DOI: 10.1016/0045-7930(94)00032-T.
- Stringer, R.M., Zang, J. & Hillis, A.J., 2014. "Unsteady RANS computations of flow around a circular cylinder for a wide range of Reynolds numbers". *Ocean Engineering*, Vol. 87, p. 1-9. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2014.04.017.
- Tenekes, H. & Lumley, J.L., 1972. *A First Course in Turbulence*. Cambridge, MA, USA: MIT Press. ISBN: 978-0262200196.
- Van Hinsberg, N.P., 2015. "The Reynolds number dependency of the steady and unsteady loading on a slightly rough circular cylinder: From subcritical up to high transcritical flow state". *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 55, p. 526-539. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2015.04.002.
- Warsi, Z.U.A., 2006. *Fluid Dynamics: Theoretical and Computational Approaches*. 3<sup>rd</sup> ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press. ISBN: 978-1420057881.
- Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B. & Speziale, C.G., 1992. "Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique". *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 4, No. 7, p. 1510-1520. DOI: 10.1063/1.858424.
- Younis, B.A. & Przulj, V.P., 2006. "Computation of turbulent vortex shedding". *Computational Mechanics*, Vol. 37, No. 5, p. 408-425. DOI: 10.1007/s00466-005-0713-2.

## 7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.