

APLICAÇÃO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL NA IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO DE UM VEÍCULO DE DUAS RODAS DO TIPO PÊNDULO INVERTIDO COM ZONA MORTA

B. L. Pereira, brunolp.meca@gmail.com

L. C. Lima, lima.c.lorena@gmail.com

G. Diniz, gustavodiniz@ymail.com

L. Sanches, lsanches@ufu.br

Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia – UFU, Av. João Naves de Ávila, 2121 - Santa Mônica, Uberlândia - MG, 38400-902

Resumo: Este trabalho tem por objetivo apresentar a modelagem matemática de um veículo de duas rodas do tipo pêndulo invertido, considerando a zona morta de seus atuadores. Vislumbrando o projeto de um controlador para esse sistema, uma modelagem matemática fiel ao comportamento do veículo, torna-se imprescindível. Sendo assim, para a otimização dos parâmetros do modelo utiliza-se a evolução diferencial devido à sua relativa simplicidade de implementação, rapidez e maior facilidade em se alcançar o valor ótimo global em relação aos métodos clássicos e aos demais métodos evolutivos. Esse método, mostrou-se eficaz na minimização do erro médio quadrático associado ao processo, obtendo uma taxa de ajuste do modelo aos dados experimentais de 93%.

Palavras-chave: zona morta, evolução diferencial, otimização

1. INTRODUÇÃO

Uma vez que as aplicações práticas demandam, cada vez mais, ações de controle capazes de atender a diversos requisitos de desempenho com maior eficácia, o estudo de veículos que apresentam o princípio de funcionamento do pêndulo invertido torna-se de grande interesse. Devido sua dinâmica não-linear, esse sistema permite a análise e a validação de metodologias de controle e modelagem em uma planta com características semelhantes à de um ambiente real. (Pereira et al., 2016).

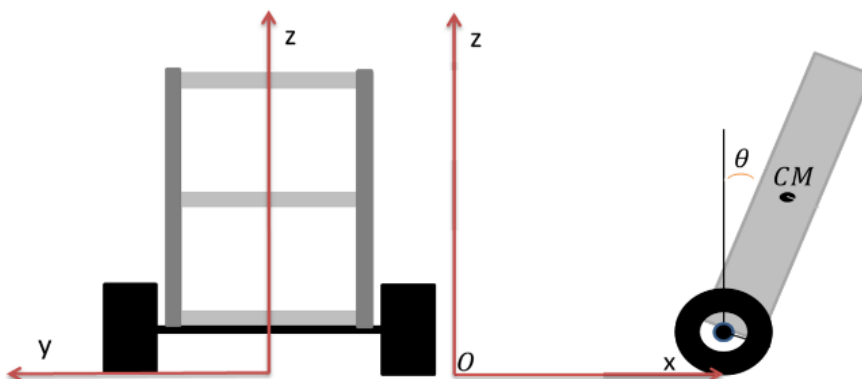


Figura 1: Ilustração de um veículo de duas rodas do tipo pêndulo invertido.

Os sistemas reais estão sujeitos à existência de não-linearidades em sua malha de controle, tais como saturação, folga e zona morta. Dentre essas características a zona morta exerce forte influência no comportamento dinâmico dos mesmos, no que se refere à sua estabilização e no aumento de sua amplitude de oscilação (Peng e Dubay, 2011). Essa particularidade, é caracterizada por ser o intervalo em que a variação da entrada não exerce influência na resposta do sistema. Sendo assim, ao considerá-lo na modelagem final da planta, tem-se um modelo capaz de representar com maior proximidade um sistema real.

A evolução diferencial, algoritmo desenvolvido por Storn e Price (Storn e Price, 1996), é um método de minimização de funções, podendo ser até não lineares e não diferenciáveis, que se mostra capaz de chegar ao valor ótimo global até mais facilmente e rapidamente que outros métodos clássicos e heurísticos. Sua implementação é relativamente simples, requer poucas variáveis de controle e ainda é robusto (Storn e Price, 1996)

2. MODELAGEM MATEMÁTICA DO VEÍCULO

Como referência para a modelagem matemática do veículo de duas rodas do tipo pêndulo invertido, utiliza-se (Bonafilia et al., 2014). Sendo assim, segue abaixo a representação esquemática dos componentes do sistema, dada pela Fig. 2a, a qual indica a posição de componentes, como o microprocessador, o acelerômetro, o giroscópio, as rodas, os motores e os encoders. A Fig. 2b refere-se ao circuito elétrico de seus motores, sendo R , L e u_e respectivamente a resistência, a indutância e a força contraeletromotriz associadas a cada um dos motores.

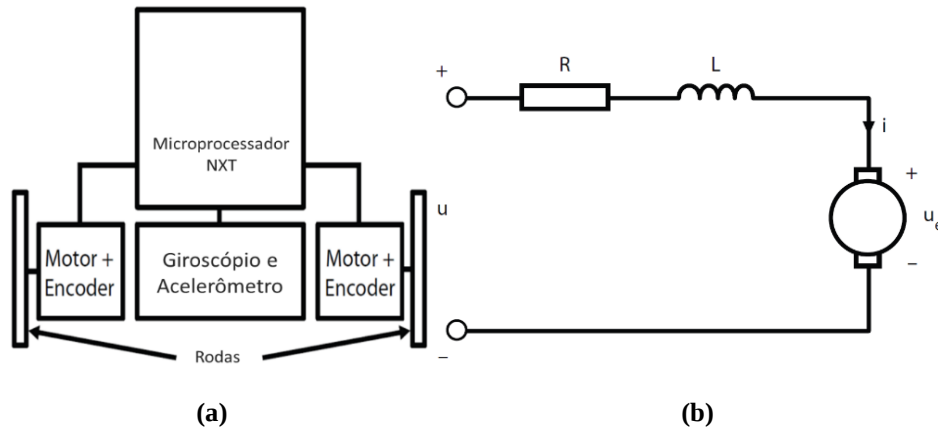


Figura 2: (a) Veículo de duas rodas e (b) circuito elétrico dos motores (Bonafilia et al., 2014).

As Figs. 3a e 3b referem-se respectivamente aos diagramas de corpo livre (DCLs) da estrutura do veículo e de suas rodas, cujos parâmetros e variáveis serão descritos pela Tab. 1 e pelos enunciados das equações que se seguem.

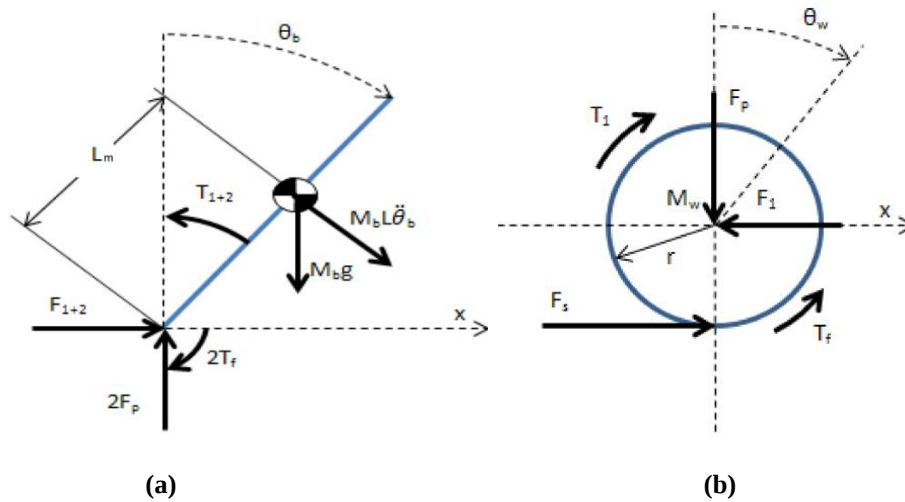


Figura 3: Diagramas de corpo livre (a) da estrutura do veículo, e (b) das rodas (Bonafilia et al., 2014).

Segue, na Tab.1, a descrição dos parâmetros envolvidos no sistema dinâmico.

Tabela 1: Parâmetros do sistema.

Parâmetro	Descrição
M_b	Massa da estrutura do veículo
M_w	Massa das rodas do veículo
J_b	Momento de inércia da estrutura do veículo em relação ao seu centro de massa
J_w	Momento de Inércia da roda em relação ao seu centro de massa
R	Raio das rodas
L_m	Distância do eixo das rodas ao centro de massa do veículo
K_e	Razão entre a força contraeletromotriz gerada pelo motor e sua velocidade
K_m	Razão entre o torque gerado pelo motor e sua corrente de armadura
R	Resistência elétrica dos motores
B	Constante relacionada ao atrito viscoso dos motores
G	Aceleração da gravidade

A modelagem do sistema dinâmico é subdividida em 6 partes, sendo elas o subsistema elétrico, as rodas, a estrutura do veículo, a ligação entre a estrutura e a roda, a linearização do sistema resultante e a discretização do modelo.

O subsistema elétrico tem sua modelagem iniciada a partir da Eq. (1), que descreve a força contraeletromotriz (u_e) em função da velocidade angular da roda ($\dot{\theta}_w$) e da estrutura do veículo ($\dot{\theta}_b$):

$$u_e = K_e(\dot{\theta}_w - \dot{\theta}_b). \quad (1)$$

O torque (T_1) gerado pela passagem de corrente (i) na armadura do motor 1 é modelado através da Eq. (2):

$$T_1 = K_m i. \quad (2)$$

Relaciona-se a tensão (u) imposta aos terminais do motor à corrente (i) que passa pelo circuito através da Eq. (3):

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + u_e. \quad (3)$$

A partir das Eqs. (1, 2 e 3) e através da manipulação matemática indicada pela Eq. (4), encerra-se a modelagem do subsistema elétrico após a determinação de uma nova expressão para o torque T_1 , Eq. (5):

$$i = \frac{u - u_e}{R} = \frac{u}{R} - \frac{K_e}{R}(\dot{\theta}_w - \dot{\theta}_b) \quad (4)$$

$$T_1 = \frac{K_m}{R}u - \frac{K_e K_m}{R}(\dot{\theta}_w - \dot{\theta}_b) \quad (5)$$

As equações do movimento das rodas são determinadas utilizando-se da Segunda Lei de Newton-Euler. J_w é o momento de inércia da roda/eixo/motor, $\ddot{x}_w$ é a aceleração tangencial das rodas, F_s é a força de atrito estático superfície/roda, T_f é o torque de fricção, em função da velocidade angular da roda, e F_1 é a força na direção horizontal exercida pela estrutura à roda 1:

$$J_w \ddot{\theta}_w = T_1 - rF_s - T_f \quad (6)$$

$$M_w \ddot{x}_w = F_s - F_1 \quad (7)$$

$$\ddot{x}_w = \ddot{\theta}_w r \quad (8)$$

As equações para a estrutura do veículo são obtidas a partir da decomposição das forças envolvidas na movimentação do corpo do pêndulo, dessa forma, a Eq. (9) é a representação matemática do movimento da estrutura do veículo na direção horizontal, sendo $\ddot{x}_b$ a aceleração horizontal da estrutura do veículo; a Eq. (10) descreve o movimento em torno do centro de massa, sendo F_b a força de reação na direção vertical exercida pelas rodas; e a Eq. (11) modela o movimento perpendicular ao pêndulo.

$$M_b \ddot{x}_b = (F_1 + F_2) - M_b L_m \ddot{\theta}_b \cos \theta_b \quad (9)$$

$$J_b \ddot{\theta}_b = -(F_1 + F_2) L_m \cos \theta_b - (T_1 + T_2) + 2F_p L_m \sin \theta_b + 2T_f \quad (10)$$

$$M_b \ddot{x}_b \cos \theta_b = (F_1 + F_2) \cos \theta_b - M_b L_m \ddot{\theta}_b - 2F_p \sin \theta_b + M_b g \sin \theta_b \quad (11)$$

A ligação matemática entre a estrutura do veículo e as rodas é dada a partir da retirada da dependência das variáveis F_1 e F_2 , Eq. (2.43); e substituição da Eq. (2.41) na Eq. (2.42), gerando a Eq. (2.44), em que T_1 e T_2 são obtidos através da Eq. (2.36) e $T_f = b(\dot{\theta}_w - \frac{\dot{x}_w}{r})$:

$$M_b \ddot{x}_b + M_b L_m \ddot{\theta}_b \cos \theta_b = -2 \left(M_w + \frac{J_w}{r^2} \right) \ddot{x}_w - \frac{2K_s K_m}{r^2 R} \dot{x}_w + \frac{2K_s K_m}{r R} \dot{\theta}_b + \frac{2K_m}{r R} u - \frac{2T_f}{r} \quad (12)$$

$$(J_b + M_b L_m^2) \ddot{\theta}_b = M_b g L_m \sin \theta_b - M_b \ddot{x}_b L_m \cos \theta_b + 2T_f - (T_1 + T_2) \quad (13)$$

Ao se impor $\ddot{x}_w = \ddot{x}_b$ e sendo $\theta = \theta_b$ e $x = x_w$, onde x é a posição do veículo, $\dot{x}$ é sua velocidade de translação, θ é o ângulo de elevação, $\dot{\theta}$ é a variação do ângulo de elevação no tempo, e u é a tensão de alimentação dos dois motores DC, obtém-se o modelo linearizado do veículo de duas rodas do tipo pêndulo invertido:

$$\dot{\xi} = A\xi + Bu \quad (14)$$

em que:

$$\xi = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_M & \beta_M & -r\alpha_M \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \gamma_M & \delta_M & -r\gamma_M \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \quad \alpha_M \varepsilon_M \quad 0 \quad \gamma_M \varepsilon_M]^T$$

sendo:

$$\alpha_M = \frac{2(Rb - K_s K_m)(M_b L_m^2 + M_b r L_m + J_b)}{R(2(J_b J_w + J_w L_m^2 M_b + J_b M_w r^2 + L_m^2 M_b M_w r^2) + J_b M_b r^2)}$$

$$\beta_M = \frac{-L_m^2 M_b^2 g r^2}{J_b(2J_w + M_b r^2 + 2M_w r^2) + 2J_w L_m^2 M_b + 2L_m^2 M_b M_w r^2}$$

$$\gamma_M = \frac{-2(Rb - K_s K_m)(2J_w + M_b r^2 + 2M_w r^2 + L_m M_b r)}{Rr(2(J_b J_w + J_w L_m^2 M_b + J_b M_w r^2 + L_m^2 M_b M_w r^2) + J_b M_b r^2)}$$

$$\delta_M = \frac{L_m M_b g(2J_w + M_b r^2 + 2M_w r^2)}{2J_b J_w + 2J_w L_m^2 M_b + J_b M_b r^2 + 2J_b M_w r^2 + 2L_m^2 M_b M_w r^2}$$

$$\varepsilon_M = \frac{K_m r}{Rb - K_a K_m}$$

Para que o modelo dinâmico possa ser utilizado em simulações do funcionamento do mecanismo, a Eq. (14) é discretizada considerando um segurador de ordem zero, da forma descrita a seguir:

$$\xi_{k+1} = G\xi_k + Hu_k. \quad (15)$$

As matrizes G e H são determinadas pela expressão:

$$G = e^{AT_s}$$

$$H = A^{-1}(e^{AT_s} - I)B$$

em que T_s é o tempo de amostragem e I é a matriz identidade.

2.1. Zona Morta

De acordo com Peng e Dubay (2011), modela-se um atuador dotado de zona morta a partir da Eq. (16):

$$y = \begin{cases} f_n(u), & u \leq \delta_n \\ 0, & \delta_n < u < \delta_p \\ f_p(u), & u \geq \delta_p \end{cases} \quad (16)$$

Em que u é a ação de controle aplicada ao sistema, y é a saída, $f_n(u)$ e $f_p(u)$ são funções que relacionam a ação de controle à saída do sistema e os parâmetros δ_n e δ_p determinam a amplitude da zona morta.

Os motores DC de um veículo de duas rodas estão submetidos ao efeito da zona morta, e no intuito de se adicionar o efeito dessa não-linearidade na modelagem dinâmica apresentada na Eq. (15), realiza-se uma simplificação do modelo da Eq. (16). Dessa forma, a ação de controle percebida pela dinâmica do sistema e utilizada como sinal de entrada na Eq. (15), u_k , é modelada a partir da Eq. (17):

$$u_k = \begin{cases} u_k^0, & u_k^0 \leq -\delta \\ 0, & -\delta < u_k^0 < +\delta \\ u_k^0, & u_k^0 \geq +\delta \end{cases} \quad (17)$$

em que u_k^0 é a ação de controle de fato aplicada nos motores do veículo e δ é a amplitude da zona morta do mecanismo.

3. APLICAÇÃO DO MÉTODO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL NA IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DINÂMICO

Após determinar as equações que regem o modelo dinâmico, é necessário obter os parâmetros relacionados ao mesmo, os quais se resumem aos especificados na Tab. 1, além da amplitude da zona morta δ . A obtenção dos parâmetros é dada em duas etapas, sendo que a primeira consiste em estimar previamente os parâmetros mecânicos do veículo, e na segunda é realizado um refinamento dos mesmos e a estimativa dos parâmetros elétricos, ambos a partir da evolução diferencial.

Na primeira etapa, os parâmetros M_b e M_w são estimados por meio de uma balança, r é obtido a partir de uma régua, L_m - relacionado ao centro de massa da estrutura - é calculado pela equação $L_m = \frac{\sum CM_i M_i}{M_b}$ - em que M_i e CM_i referem-se, respectivamente, à massa e posição do centro de massa de cada um dos elementos que compõem o veículo com exceção das rodas -, J_w é estimado pela equação $J_w = \frac{1}{2} M_w (r_{int}^2 + r^2)$ - sendo r_{int} o raio interno das rodas -, e J_b é calculado de forma análoga à L_m , sendo estimado através da equação $J_b = \sum M_i (CM_i - L_m)^2$.

Na segunda etapa, utiliza-se o algoritmo de evolução diferencial com 80 indivíduos, número máximo de iterações igual a 100, fator de perturbação igual a 0,4 e taxa de cruzamento unitária. A função objetivo adotada como critério de minimização é o erro médio quadrático MSE , Eq. (18):

$$MSE = \frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} (\hat{\theta}_k - \theta_{\exp k})^2}{k_{\max}} \quad (18)$$

em que $\hat{\theta}_k$ é o ângulo de inclinação estimado pelo modelo e $\theta_{\exp k}$ é o valor do ângulo obtido experimentalmente, sendo $k_{\max}$ o número total de observações.

No intuito de se estabilizar o veículo de duas rodas, maximizar a sua amplitude de oscilação e consequentemente permitir uma melhor estimação do modelo da planta, adota-se um controlador proporcional com ganho crítico, o qual é definido como sendo o ganho necessário para levar o sistema à iminência da instabilidade. O valor do ganho crítico é obtido empiricamente através do aumento gradativo do valor do ganho até que o sistema se torne marginalmente estável.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Fig. 5a ilustra os dados utilizados para a obtenção dos parâmetros (dados de trabalho) e na Fig. 5b são apresentados os dados de validação do modelo, sendo que em ambas as figuras a curva obtida através do modelo está representada em azul, e em vermelho a curva relativa aos dados experimentais.

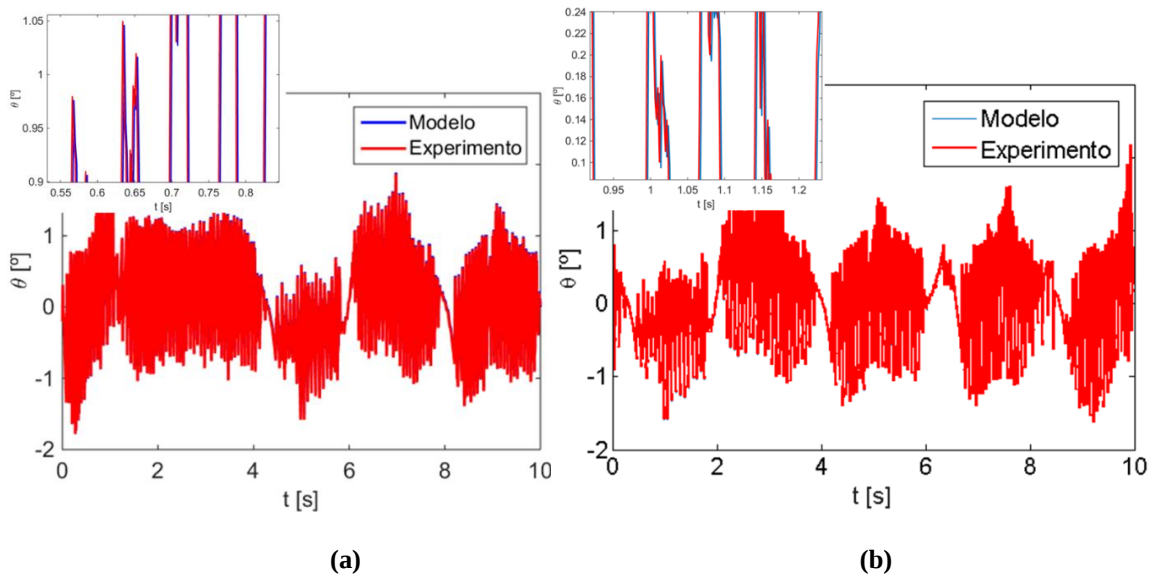


Figura 5: (a) Dados de obtenção e (b) validação do modelo.

A Fig. 6 apresenta a evolução de MSE com o passar das iterações e a Tab. 2 mostra o valor dos parâmetros que foram obtidos no processo de identificação da planta. Ressalta-se que o processo de otimização obteve taxa de ajuste do modelo aos dados experimentais de 93%.

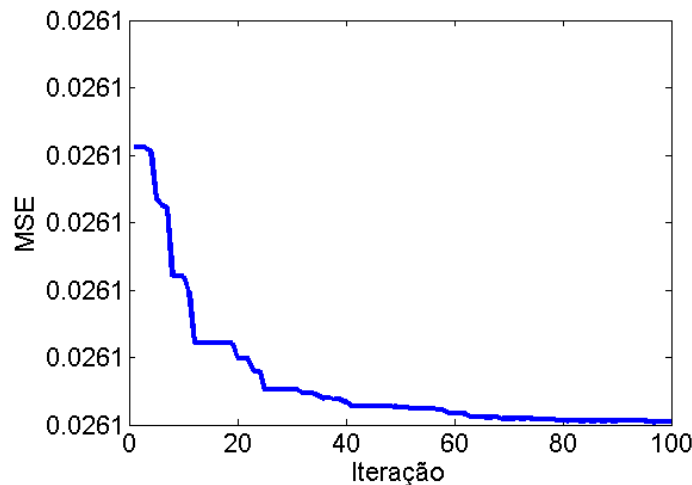


Figura 6: Evolução do erro médio quadrático no tempo.

Tabela 2: Valor dos Parâmetros do Processo.

Parâmetro	Valor
M_b	1,304 kg
M_w	0,031 kg
J_b	0,00480 kgm ²
J_w	0,00003 kgm ²
R	0,032 m
L_m	0,0748 m
K_e	0,3400 Vs/rad
K_m	0,3373 Nm/A
R	0,93 Ω
B	0,0001 Nms/rad
δ	0,12 V

5. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados através das Figs. 5 e 6, além do valor obtido para a taxa de ajuste do modelo dinâmico aos dados experimentais de 93%, indicam a eficácia do método da evolução diferencial em minimizar o erro médio quadrático *MSE* associado ao processo de obtenção do modelo. Os resultados também sugerem que o modelo dinâmico linearizado, analisado próximo ao ponto de equilíbrio $\theta = 0^\circ$, é um bom estimador do comportamento da dinâmica da planta.

6. TRABALHOS FUTUROS

Uma vez que, tem-se o modelo do sistema bem definido, este pode ser utilizado para aplicação de diferentes técnicas de controle, visando identificar as mais adequadas e eficazes.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem as agências de fomento à pesquisa: CNPq, FAPEMIG e CAPES pelo apoio financeiro ao desenvolvimento desse trabalho.

8. REFERÊNCIAS

- A. A. Saifizul et al., Intelligent Control for Self-Erecting Inverted Pendulum Via Adaptive Neuro-fuzzy Inference System, American Journal of Applied Sciences, Malaysia, vol. 3, 2006, pp. 1795-1802.
- B. Bonafilia et al., Self-balancing two-wheeled robot, 2014, pp. 1-11.
- B. L. Pereira et al. Two-wheeled vehicle control using neural network and differential evolution. Postgraduate Symposium Mechanical Engineering (POSMEC), Brazil, 2016, pp. 1-7.
- J. Peng, & R. Dubay. Identification and adaptive neural network control of a DC motor system with dead zone characteristics. ISA transactions, 50 (4), 2011, pp. 588-598.
- R. Storn, & K. Price. Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. Journal of global optimization, 11 (4), 1996, pp. 341-359.

9. RESPONSABILIDADE AUTURAL

“Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

DIFFERENTIAL EVOLUTION APPLICATION IN THE IDENTIFICATION OF THE TWO-WHEELED INVERTED PENDULUM VEHICLE WITH DEAD ZONE

B. L. Pereira, brunolp.meca@gmail.com

L. C. Lima, lima.c.lorena@gmail.com

G. Diniz, gustavodiniz@ymail.com

L. Sanches, lsanches@ufu.br

Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia – UFU, Av. João Naves de Ávila, 2121 - Santa Mônica, Uberlândia - MG, 38400-902

Abstract. *This paper aims to present the mathematical modeling of a two-wheeled inverted pendulum vehicle, considering its actuators dead zone. Glimpsing the system controller project, this modeling should be faithful to the behavior of the vehicle. Therefore, the differential evolution was used for the model parameters optimization due to its relative simplicity of implementation, speed and greater ease in reaching the global optimum value in relation to the classic methods and other evolutionary methods. This method proved to be efficient in minimizing the mean squared error associated with the process, obtaining a goodness of fit of 93%.*

Keywords: *dead zone, differential evolution, optimization.*