

Análise de tensões de um laminado com furo submetido a carregamento de tração e compressão

A.O. Souza, Adeilson_souza@live.com¹
A.M.S. Dias, avelino009@yahoo.com.br¹
A.S. Silva, andressasantos1996@outlook.com¹

¹Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Avenida Hermes da Fonseca- s/n Museu camara CA, RN, 59084-100

Resumo: Este trabalho tem como objetivo simular o comportamento mecânico de um compósito laminado com furo central submetido a carregamento axial de tração e de compressão utilizando uma metodologia baseada na mecânica da fratura finita. Esse modelo foi desenvolvido com a intenção de se evitar ensaios experimentais onerosos para estimar o valor da resistência residual do compósito com furo. Por ser um modelo mais simples e rápido quando comparado a outros métodos numéricos, se mostra indicado para estudos prévios na análise de tensões. Foram avaliados diferentes compósitos laminados com diferentes configurações de sua camada (lay-up). Os resultados encontrados foram comparados com resultados experimentais encontrados na literatura, indicando que o modelo apresentado pode ser utilizado em análises prévias de concentração de tensão em compósitos laminados. (

Palavras-chave: Compósitos Laminados, Concentração de tensão, Análise de tensão

1. INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico a busca por materiais com propriedades bem específicas aumentou. Por exemplo na indústria aeronáutica são necessários, em muitos componentes, materiais com boa resistência, baixa densidade, que apresentem resistência a abrasão e ao desgaste e que ainda não sejam facilmente corroídos. Os compósitos foram a solução para esse tipo de aplicação. Aplicações onde materiais isoladamente teriam dificuldade para exercer a função, os compósitos conseguem responder bem devido a combinações de propriedades de um ou mais materiais.

Os materiais compósitos são combinações de dois ou mais materiais, em escala macroscópica, onde a performance mecânica e propriedades são projetadas para serem superiores aos dos materiais constituintes de maneira isolada (Daniel, 2006 p.1).

Os materiais compósitos mais comumente utilizados atualmente são aqueles que apresentam matriz polimérica contendo fibras (vidro, carbono, aramida, etc) como material de reforço (compósitos poliméricos). Há uma gama de aplicações desse tipo de material, como na indústria aeroespacial e em fabricação de peças com diferentes aplicações. Sua grande aplicabilidade se dá pelas boas propriedades mecânicas, físicas e térmicas aliada a um baixo peso. Muitas vezes esses materiais são produzidos em formatos de laminas empilhadas, sendo chamados de compósitos laminados.

Devido sua grande importância e aplicabilidade, avaliar e prever mecanismos de perda de resistência desse tipo de material é de suma importância. Um mecanismo que pode acarretar uma perda de resistência do compósito seria a presença de concentradores de tensões na forma de furos ou entalhes. Estas descontinuidades internas de dimensões macroscópicas, podem gerar uma perda na resistência do material (Callister, 2011). Para prever o comportamento dos materiais compósitos laminados são utilizados diferentes métodos experimentais, analíticos e numéricos. Destes, os modelos numéricos de elementos finitos não lineares apesar de serem precisos em um grande gama de aplicações tendem a não serem rápidos no quesito processamento, diminuindo sua aplicabilidade nas etapas iniciais do dimensionamento mecânico. Para este dimensionamento prévio de compósitos laminados com concentradores de tensão, modelos analíticos têm sido muito utilizados, como o modelo da tensão pontual e o modelo da tensão média, ambos propostos por Whitney e Nuismer (1974).

O modelo da tensão pontual assume que a falha ocorre quando a tensão a uma dada distância do limite do entalhe, denominado de comprimento característico, atinge o valor da resistência do material sem entalhe. Já o modelo de tensão média, assume que ocorre a falha quando a tensão média sobre uma outra distância característica assume o valor da resistência do laminado não entalhado. Ambos os modelos se mostram rápidos e precisos, mas há uma dificuldade adicional na determinação do comprimento característico, que se apresenta como uma propriedade mecânica do material e como uma propriedade da geometria do componente estudado. Para determinar esse comprimento característico há a necessidade da realização de ensaios experimentais, tornando essas análises onerosas e demoradas (Camanho *et al.* 2012).

Visando o desenvolvimento de um modelo analítico rápido, confiável e que não necessitasse da determinação experimental deste comprimento característico, Camanho *et al* (2012) desenvolveram um modelo baseado na mecânica da fratura finita a ser aplicado no estudo de materiais compósitos laminados com características quase-isotrópicos. Este modelo, baseado na teoria FFM (*Finite Fracture Mechanics*), se baseou em duas condições concomitantes. Primeiro, o valor da tensão média a uma distância característica assume o valor da resistência do laminado sem o entalhe e, segundo, a energia disponível para propagar a trinca a partir de uma distância finita deve ser igual a um valor da tenacidade à fratura do laminado.

Esse trabalho tem por objetivo estudar o comportamento de compósitos laminados com presença de furo central submetidos a carregamento de tração e compressão a partir do modelo FFM. Neste trabalho, utilizou-se a metodologia apresentada por Camanho *et al* (2012), incorporando ao modelo a possibilidade de estudar compósitos laminados ortotrópicos.

2. PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

Considerando um compósito laminado com furo central de diâmetro d e largura w sendo tracionado na direção vertical, conforme mostrado na Fig 1. Para esse tipo de carregamento e geometria, a propagação de uma trinca que pode levar a fratura frágil tende a ocorrer na direção horizontal.

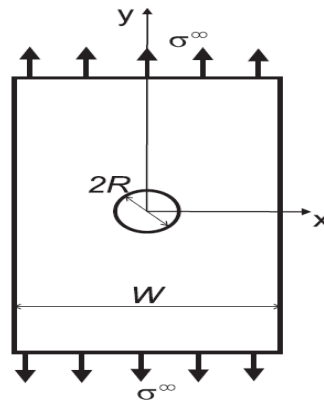


Figura 1. Laminado com furo central sobre carregamento de tração(Camanho *et al*. 2012)

Utilizando o mecanismo de nucleação e propagação de trincas proposto por Cornetti *et al* (2006) para um laminado com furo central circular, a fratura ocorre quando o sistema as Eq. (1) e Eq. (2) são satisfeitas.

$$\frac{1}{l} \int_R^{R+l} \sigma_{yy}(x, 0) dx = X_T^l \quad (1)$$

$$\frac{1}{l} \int_R^{R+l} \kappa_l^2(x, 0) dx = \kappa_{lc} \quad (2)$$

Nestas, X_T^l é o módulo de resistência a tração do laminado sem entalhe, κ_{lc} é o fator de intensificação crítico (ou tenacidade à fratura do laminado) e l é o comprimento da micro trinca até o início propagação da fratura. A Eq. (1) corresponde ao modelo da tensão média proposto por Whitney e Nuismer (1974). A Eq. (2) corresponde a um balanço de energia que deve ser satisfeito para propagação instável da trinca (Andersons *et al*, 2010). Estas duas expressões apresentam duas incógnitas, a saber, a tensão aplicada longe do entalhe e o comprimento da micro trinca l . Sendo assim, as duas expressões foram suficientes para prever tanto o valor da tensão necessária para falha, quanto o valor da distância característica l , evitando a realização de experimentos para medir esse comprimento característico.

A Equação (3) mostra a distribuição de tensão ao longo da direção horizontal (x) a partir da borda do furo central.

$$\sigma_{yy}(x, 0) = R_k \frac{\sigma^\infty}{2} (2 + \zeta^2 + 3\zeta^4 - (K_T^\infty - 3)(5\zeta^6 - 7\zeta^8)) ; \quad \zeta = \frac{R}{x} \quad (3)$$

Onde, σ^∞ é a tensão aplicada ao laminado, K_T^∞ é o concentrador de tensão para uma placa infinita, R_k é o fator de correção do concentrador para uma placa finita. Esses parâmetros foram definidos a por Tan(2004), conforme Eq. (4) e Eq. (5).

$$K_T^\infty = 1 + \sqrt{\frac{2}{A_{22}} \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} - A_{12} + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{66}} \right)} \quad (4)$$

$$R_k = \frac{K_T}{K_T^\infty} = \left\{ \frac{3(1-2R/W)}{2+(1-2R/W)^3} + \frac{1}{2} \left(\frac{2RM}{W} \right)^6 (K_T^\infty - 3) \left[1 - \left(\frac{2RM}{W} \right)^2 \right] \right\}^{-1} \quad (5)$$

Onde os parâmetros A_{ij} foram definidos a partir de Tsai *et al.* (2008). O parâmetro M está definido na Eq. (6).

$$M = \sqrt{\frac{1-8\left[\frac{3(1-2R/W)}{2+(1-2R/W)^3}-1\right]-1}{2(2R/W)^2}} \quad (6)$$

O fator intensificador de tensão κ_l , mostrado na Eq. (7), foi definido de acordo com Newman (1983).

$$\kappa_l = \sigma^\infty F_h F_w \sqrt{\pi a} \quad (7)$$

Onde,

$$F_h = \sqrt{1 - \frac{R}{a}} f_n \quad (8)$$

$$f_n = 1 + 0,358\lambda + 1,425\lambda^2 - 1,578\lambda^3 + 2,156\lambda^4, \quad \lambda = R/a \quad (9)$$

$$F_w = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi R}{W}\right) \sec\left(\frac{\pi a}{W}\right)} \quad (10)$$

Reagrupando todas as equações em (1) foi possível obter uma equação que resulta apenas em uma incógnita, o comprimento característico l :

$$\frac{4l\pi \int_R^{R+l} (F_h F_w)^2 da}{R_k^2 \left\{ \int_R^{R+l} [2 + \zeta^2 + 3\zeta^4 - (K_T^\infty - 3)(5\zeta^6 - 7\zeta^8)] dx \right\}^2} = \left(\frac{\kappa_{lc}}{X_T^l} \right)^2 \quad (11)$$

A solução dessa equação não linear é a distância característica l . Uma vez com conhecimento de tal valor, pode-se calcular a tensão máxima suportada pelo compósito σ^∞ utilizando a Eq. (1).

3. CRITÉRIO DA MÁXIMA TENSÃO (MSC)

O Critério da tensão máxima assume que o compósito falha quando a tensão no material ultrapassa a tensão admissível. O MSC é um modelo de dano com um parâmetro (d/W), cujo o efeito da geometria é significativo para matérias frágeis (sensíveis ao entalhe) e pequeno para materiais dúcteis (insensíveis ao furo) (Khashaba e Khdaier, 2017). A Equação (12) descreve o comportamento dos materiais insensíveis ao furo. Já a Equação (13) descreve o comportamento dos materiais sensíveis ao furo em função de d/W . A Figura 2 mostra o comportamento dos materiais sensíveis e insensíveis ao entalhe. A área entre as curvas representa um comportamento entre sensível e insensível ao entalhe.

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_0} = 1 - \frac{D}{W} \quad (12)$$

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_0} = \frac{(1 - d/W)}{[2 + (1 - d/W)^3]} \quad (13)$$

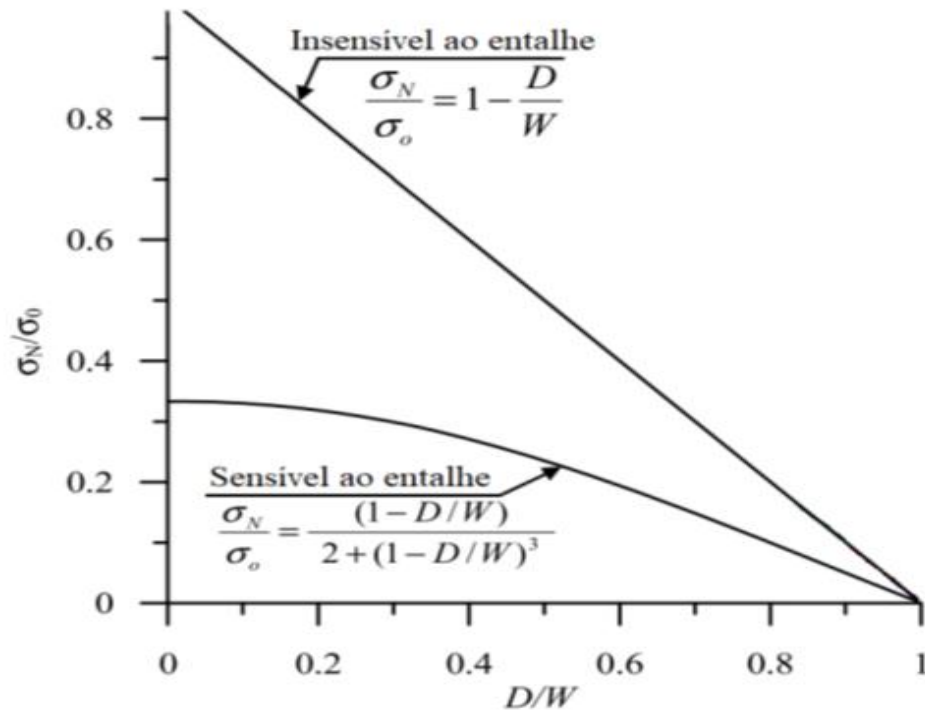


Figura 2. Variação da relação entre tensão ao redor do entalhe e nominal em função de d/W (Khashaba e Khdaire, 2017)

4. SELEÇÃO DE MATERIAIS

O material usado para análise foi o compósito laminado NCF C-PLY™ T700/AR-2527 fibra de carbono em matriz epóxi. Foi utilizado um *lay-up* assimétrico, sendo a composição das laminas $[(0/-45)/(90/45)]_{6T}$, totalizando 24 laminas. O laminado possui espessura total de 2 mm. As propriedades do material estão listadas na Tabela 1 (Arteiro *et al*, 2013).

Para análise computacional foram utilizados diâmetros de 1 até 30 mm, com razão $w/d = 4$, tanto para tração como para compressão, afim de analisar a influência do diâmetro do furo na concentração de tensão. Para critérios de validação do modelo foram utilizados dados experimentais retirados de Arteiro *et al* (2013) que realizou ensaios para diâmetros de 3, 6 e 10 mm para tração e 5 e 7 mm para compressão, com relação $w/d = 4$.

Tabela 1. Principais propriedades NCF C-PLY™ T700/AR-2527 carbono-epóxi (Arteiro *et al*, 2013)

Propriedade	Valor médio	Désvio Padrão
E_1 (GPa)	110,0	2,38
E_2 (GPa)	7,4	0,09
G_{12} (GPa)	4,2	0,13
ν_{12}	0,3	-
X_T (MPa)	800,2	19
X_C (MPa)	540,2	11,7
κ_{IT} (MPa $\sqrt{m}$)	38,2	0,5
κ_{IC} (MPa $\sqrt{m}$)	22,7	0,3

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 2 mostra a comparação entre os valores de tensão máxima preditos pelo método FFM e os resultados experimentais retirados de Arteiro et al. (2013). Os valores indicam erro em relação ao valor médio experimental entre 4,38% e 15,31% para tração e para compressão em torno de 14%.

Tabela 2. Comparação entre valores preditos por FFM e valores experimentais (Arteiro et al, 2013)

Propriedade	d(mm)	Valor predito por FFM (MPa)	Valor médio experimental (MPa)	Desvio padrão experimental	Erro em relação à média
σ_T^∞	3	412,19	431,8	16,1	4,38%
σ_T^∞	6	346,14	384,9	14,6	10,07%
σ_T^∞	10	310,62	366,8	9,7	15,31%
σ_C^∞	5	229,75	267,8	3,2	14,20%
σ_C^∞	7	213,80	247,1	10,8	13,48%

A Figura 3 mostra a variação da tensão normalizada, razão entre a tensão com a presença do concentrador de tensão e sem o concentrador de tensão, com a variação do diâmetro do furo, tanto para o carregamento de tração, quanto para o de compressão.

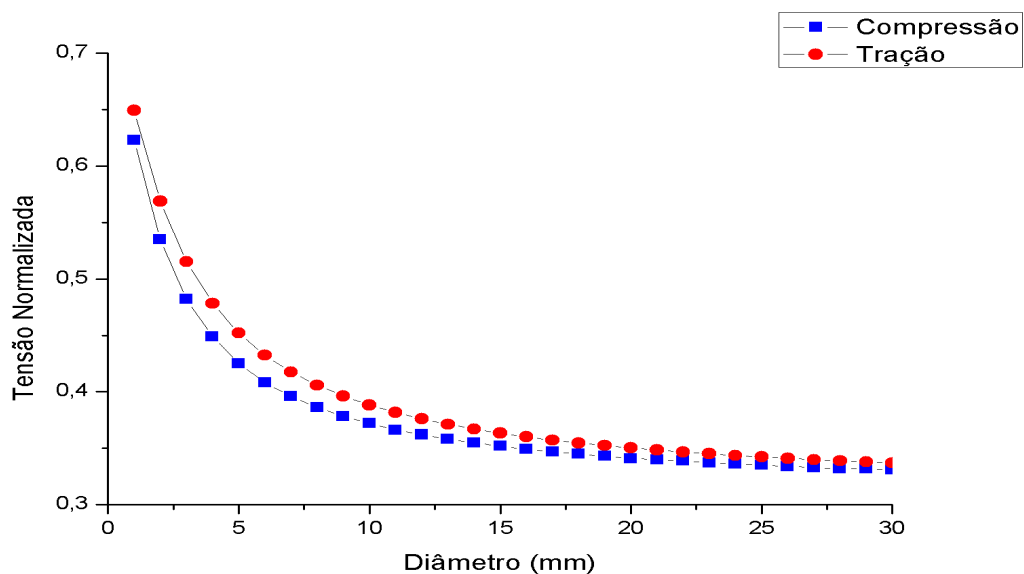


Figura 3. Variação da tensão normalizada com o diâmetro do Furo

Percebe-se uma diminuição da capacidade de resistir ao carregamento com o aumento do diâmetro do furo. Além disso, o compósito responde de maneira bem similar aos carregamentos de tração e compressão, tendo perda de resistência bem próxima.

As Figuras 4 e 5 mostram a análise do comportamento no que diz respeito à sensibilidade ao entalhe, pelo critério máxima tensão. Analisando os dados, pode-se perceber que o material se apresenta mais sensível ao entalhe quando há um aumento do diâmetro do furo, tanto para estado de compressão, quanto tração, sendo o aumento na sensibilidade menor para diâmetros maiores.

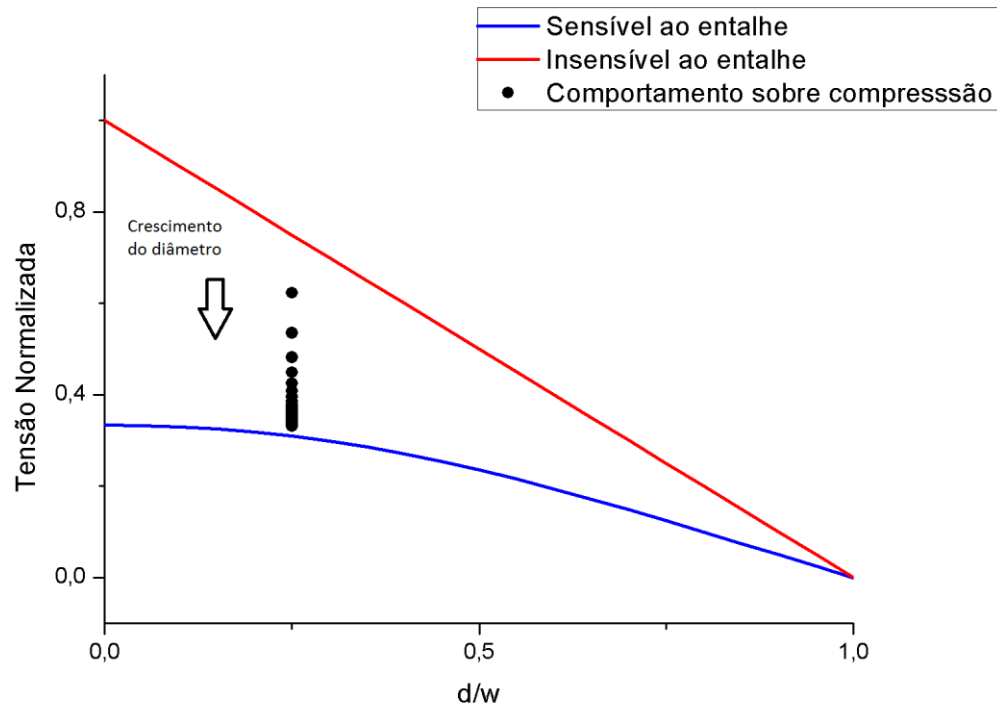


Figura 4. Análise da sensibilidade ao entalhe para carregamento de compressão

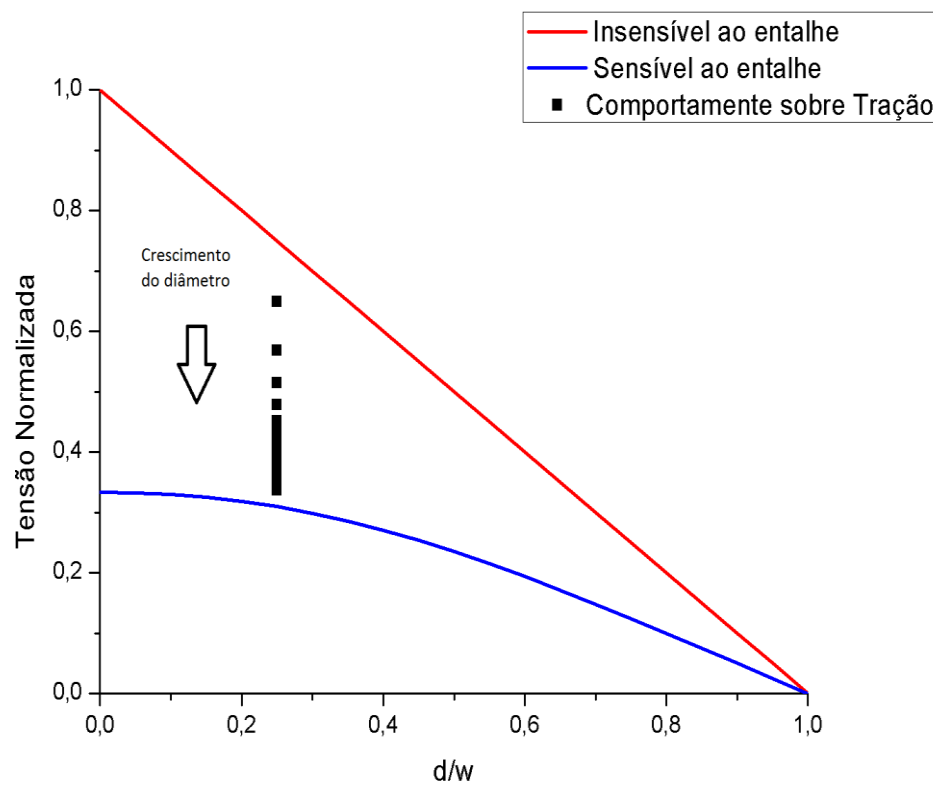


Figura 5. Análise da sensibilidade ao entalhe para carregamento de Tração

6. CONCLUSÃO

A partir dos resultados mostrados, podemos concluir que para o material NCF C-PLY™ T700/AR-2527 com *lay-up* [(0/-45)/(90/45)]_{6T} apresentou um erro aceitável se for levado em conta que esse modelo é mais aplicável para análises prévias, onde se estuda na média o comportamento do material submetido a concentração de tensão. Resultados para diâmetros de 1 até 30 com razão de $w/d=4$ mostraram uma diminuição da tensão de máxima mais brusca com o aumento de diâmetro até 10mm, apresentando uma queda mais suave a partir desse valor. O material mostrou resposta similar tanto para o carregamento de tração, quanto para o carregamento de compressão no que diz respeito a perda de resistência com presença do concentrador de tensão. A análise de sensibilidade a entalhe mostrou um comportamento também similar para ambos os tipos de carregamento, apresentando comportamento mais sensível com diâmetros de furos maiores. Além de apresentar menor variação da sensibilidade ao entalhe com a variação do diâmetro para grandes diâmetros dos furos.

7. REFERÊNCIAS

- [1] A. Arteiro, G. Catalanotti, J. Xavier, and P. P. Camanho, "Notched response of non-crimp fabric thin-ply laminates: Analysis methods," *Compos. Sci. Technol.*, vol. 88, pp. 165–171, 2013.
- [2] Andersons J, Tarasovs S, Sparnins E. Finite fracture mechanics analysis of crack onset at a stress concentration in a UD glass/epoxy composite in off-axis tension. *Compos Sci Technol* 2010;70:1380–5
- [3] CALLISTER, William D.; RETHWISCH, David G. Materials science and engineering. NY: John Wiley & Sons, 2011.
- [4] Cornetti P, Pugno N, Carpinteri A, Taylor D. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion. *Eng Fract Mech* 2006;73:2021–33.
- [5] KHASHABA, U.A.; KHDAR, A.I., "Open hole compressive elastic and analysis of CFRE composites for aerospace applications", Elsevier, aerospace science and technology 60. 96- 107 p., 2017
- [6] P. P. Camanho, G. H. Erçin, G. Catalanotti, S. Mahdi, and P. Linde, "A finite fracture mechanics model for the prediction of the open-hole strength of composite laminates," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 43, no. 8, pp. 1219–1225, 2012.
- [7] Whitney JM, Nuismer RJ. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. *J Compos Mater* 1974;8:253–65.

THE ANALYSIS OF STRAINS OF A LAMINATE WITH HOLE SUBJECTED TO TENSILE LOADING AND COMPRESSION

A.O. Souza, Adeilson_souza@live.com¹
 A.M.S. Dias, avelino009@yahoo.com.br¹
 A.S. Silva, andressasantos1996@outlook.com¹

¹Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Avenida Hermes da Fonseca- s/n Museu camara CA, RN, 59084-100

Abstract. This work aims to simulate the mechanical behavior of a laminated composite with central hole subjected to axial tensile loading and compression using a methodology based on finite fracture mechanics. This model was developed with the intention of avoiding costly experiments to estimate the value of residual resistance of the composite with hole. Because it is a simpler and faster model when compared to other numerical methods, it is indicated for previous studies in the analysis of stresses. Different laminated composites with different lay-up configurations were evaluated. The results were compared with experimental results found in the literature, indicating that the presented model can be used in previous analyzes of stress concentration in laminated composites.

Keywords: Laminates, stress concentration, stress analysis 3