

IDENTIFICAÇÃO INDIRETA DO COEFICIENTE COMPLEXO DE POISSON DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS EMPREGANDO MODELO DE WIECHERT

Tiago Lima de Sousa, tiago.sousa.eng@gmail.com¹

Ana Paula Delowski Ciniello, ana.delowski@ifpr.edu.br²

Jucélio Tomás Pereira, jucelio.tomas@ufpr.br¹

¹Universidade Federal do Paraná UFPR, PR, Brasil.

²Instituto Federal do Paraná IFPR, PR, Brasil.

Resumo: Materiais viscoelásticos (MVE) são vastamente empregados nos diversos setores da engenharia e do cotidiano em geral, seja como mitigadores de vibrações e ruídos, absorvedores acústicos ou como parte de componentes estruturais. Assim sendo, em projetos de engenharia é de suma importância o conhecimento de suas propriedades mecânicas. Ademais, em todas as aplicações, o comportamento destes materiais pode ser predito por meio dos módulos complexos de Young, volumétrico, de cisalhamento ou do coeficiente complexo de Poisson. Nesse contexto, várias metodologias são apresentadas, no intuito de caracterizar os módulos complexos de Young e de cisalhamento. Por outro lado, ao longo das últimas décadas, a identificação do módulo complexo do coeficiente de Poisson de modo indireto tem se mostrado pouco explorada. Dessa forma, este trabalho discute duas metodologias computacionais, aqui denominadas como tradicional e integrada, para a identificação indireta do módulo complexo do coeficiente de Poisson. As metodologias partem da utilização de um conjunto de pontos experimentais relativos aos módulos complexos de Young e de cisalhamento, no domínio da frequência, considerando a influência da temperatura. A partir destes pontos, aplica-se uma técnica híbrida de otimização (algoritmos genéticos e programação não linear) para obtenção dos parâmetros dos modelos constitutivos para o MVE em análise. Por fim, infere-se que a metodologia integrada se mostra promissora e com grande potencial de aplicação. Além disso, os parâmetros identificados podem, facilmente, ser utilizados em futuras propostas de trabalhos envolvendo controles de vibrações em estruturas.

Palavras-chave: módulo complexo de Poisson, viscoelasticidade linear, modelo de Wiechert, otimização

1. INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, tem sido crescente o emprego de materiais viscoelásticos (MVEs) em diversos setores da engenharia, tais como construção civil, indústrias automotivas e as aeroespaciais, energia eólica, meios de transporte de pessoas, biomédica etc.. Como exemplos práticos de MVEs, podem-se citar as misturas asfálticas, coxins, para-choques, tubulações para transporte de água, brinquedos em geral, embalagens, utensílios domésticos, sondas gastrointestinais, seringas etc.. Para se estimar o comportamento mecânico desses materiais é preciso caracterizá-los, o que pode ser feito no domínio da frequência ou do tempo

(Lakes (2004), Ward e Sweeney (2004) e Lakes (2009)). No domínio da frequência, o comportamento é descrito por meio dos módulos complexos de Young, de cisalhamento, volumétrico ou do coeficiente de Poisson. Em contrapartida, no domínio do tempo, o comportamento é descrito através dos módulos de Young ou de cisalhamento (em relaxação ou fluência). Devido extensão que cada domínio abrange, este artigo se limita a identificação apenas no domínio da frequência.

Para o domínio da frequência, podem-se citar: He (2005), Chailleux et al. (2006), Barruetabeña et al. (2011), Guedes (2011), Rouleau (2015) e Gergesova, Saprunov e Emri (2016), entre outros. Esses trabalhos realizam ensaios experimentais isotérmicos, obtendo várias curvas para os módulos de armazenamento e de perda e, utilizando o princípio da superposição tempo-temperatura, modelam o comportamento mecânico de MVEs.

Por outro lado, em relação a identificação do coeficiente complexo de Poisson, há uma quantidade menor de trabalhos desenvolvidos. Tal identificação pode ser feita de maneira direta ou indireta. Na forma direta, o coeficiente pode ser obtido a partir de medições aferidas diretamente na estrutura. Já na forma indireta, a obtenção é por meio de funções viscoelásticas obtidas previamente, como os módulos complexos de Young, volumétrico ou de cisalhamento. Devido à extensão de cada metodologia, este trabalho dedica atenção ao método indireto. Além disso, o método indireto de identificação, em frequência, se mostra pouco explorado pelos pesquisadores ao longo das últimas décadas (Philippoff e Brodnyan 1955; Koppelman 1959; Thomson 1966; Waterman 1977; Pritz 1998; Pritz 2007; Chen et al.

2017). Analisando os trabalhos citados, nota-se que algumas metodologias possuem erros de medição. Enquanto outras demonstram dificuldades para identificar modelos viscoelásticos do coeficiente complexo de Poisson, pois sugerem que o coeficiente seja obtido por meio do módulo volumétrico, o que requer custos altíssimos e aparatos complexos. Outras metodologias sugerem que o módulo volumétrico seja constante, o que na prática se mostra variável. Frise-se que todas as metodologias citadas buscam identificar MVEs com comportamentos lineares e termorreologicamente simples.

Portanto, o objetivo deste trabalho é desenvolver e aplicar uma metodologia numérica e integrada para caracterizar indiretamente o coeficiente de Poisson de MVEs lineares e termorreologicamente simples. Tal metodologia é baseada na leitura de um conjunto de pontos experimentais dos módulos complexos, exclusivamente, de Young e cisalhante no domínio da frequência, além de considerar a influência da temperatura. A partir destes pontos é aplicada uma técnica híbrida de otimização, a qual emprega Algoritmos Genéticos (AG) e Programação Não Linear (PNL), para obtenção dos parâmetros dos modelos constitutivos para o MVE em análise.

2. REVISÃO CONCEITUAL

De acordo com Ferry (1980), Nashif (1985) e Brinson e Brinson (2008), MVEs apresentam, simultaneamente, comportamentos elástico e viscoso. Nesse sentido, objetivando descrever o comportamento mecânico dos VEMs, Tschoegl (1989) discute um modelo físico clássico denominado modelo de Wiechert (ou modelo de Maxwell generalizado). Este consiste em uma combinação de uma mola e "NT" elementos de Maxwell associados em paralelo (Figura 1).

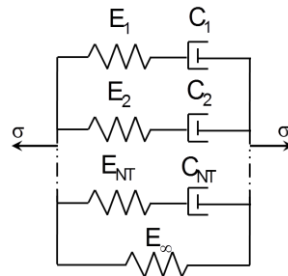


Figura 1. Ilustração do modelo de Wiechert.

Conforme Park e Schapery (1999) e Barruetabeña et al. (2011), o modelo matemático deste sistema físico resulta em uma expressão para o módulo de complexo de Young, no domínio da frequência e considerando a influência da temperatura, o qual pode ser posto na forma

$$E^*(T, \Omega) = \bar{E}_0 + \sum_{m=1}^{NT} \left(\frac{i\Omega_R \tau_m E_m}{i\Omega_R \tau_m + 1} \right). \quad (1)$$

onde $\bar{E}_0$ representa o módulo de equilíbrio, E_m e τ_m são o espectro de relaxação e o tempo de relaxação, respectivamente, associados ao m -ésimo elemento de Maxwell. Além disso, $\Omega_R = \Omega \alpha_T (T, T_0)$ é definida como frequência reduzida. Adicionalmente, α_T é uma constante, definida como fator de deslocamento, o qual descreve a dependência dos tempos de relaxação em relação a temperatura e, no presente trabalho, segue a equação de Williams-Landel-Ferry (Williams et al., 1955) dada por

$$\log_{10} \alpha_T = - \frac{C_1^T (T - T_0)}{C_1^T + T - T_0} \quad (2)$$

onde C_1^T e C_2^T são constantes a serem determinadas, as quais estão relacionadas com as propriedades do material (Ferry, 1980; Ward e Sweeney, 2004; Brinson e Brinson, 2008).

Note-se que a Eq. (1) é escrita em termos do módulo uniaxial. Tal equação tem uma forma corresponde considerando ensaio de relaxação em cisalhamento. Neste caso, o módulo complexo de cisalhamento, no domínio da frequência levando em consideração a influência da temperatura, pode ser posta na forma

$$G^*(T, \Omega) = G_\infty + \sum_{m=1}^{NT} \left(\frac{i\Omega_R \tau_m G_m}{i\Omega_R \tau_m + 1} \right) \quad (3)$$

onde os tempos de relaxação são os mesmos adotados para o módulo uniaxial conforme sugerem Park e Schapery (1999a) e Jerabek et al (2010).

Dessa forma, o coeficiente de Poisson pode ser obtido ponto a ponto, indiretamente relacionando as Eqs. (1) e (3), ou seja

$$\nu^*(\Omega, T) = \frac{E^*(\Omega, T)}{2^* G^*(\Omega, T)} - 1. \quad (4)$$

A Eq. (4) possui uma parcela real, $\nu'(\Omega, T)$, definida como módulo dinâmico de Poisson, e uma parcela imaginária, $\nu''(\Omega, T)$, definida como módulo de perda de Poisson. Portanto, de acordo com Pritz (1998), o módulo complexo de Poisson, Eq. (4), pode ser posto segundo

$$\nu^*(\Omega, T) = \nu'(\Omega, T) - i\nu''(\Omega, T) \quad (5)$$

Ademais, segundo Tschoegl (1989) and Pritz (1998), a relação da perda pelo armazenamento resulta no fator de perda do coeficiente complexo de Poisson, o qual pode ser posto como

$$\eta_\nu(\Omega) = \nu''(\Omega)/\nu'(\Omega). \quad (6)$$

As funções viscoelásticas apresentadas nesta seção compõem uma base, a partir da qual pode-se prever os comportamentos apresentados pelos VEMs. Além disso, por meio de interconversões podem ser obtidas as funções viscoelásticas correspondentes e definidas no domínio do tempo.

3. REVISÃO CONCEITUAL

3.1. Dados Experimentais

Os dados experimentais utilizados neste trabalho são obtidos a partir de Jones (1992), o qual apresenta vários dados experimentais para o material EAR®-C1002 relativos a um conjunto de amostras. Uma apresentação gráfica dos dados experimentais é visualizada na Figura 2 e na Figura 3.

A partir dos experimentos disponíveis e considerando que o material satisfaz a teoria da viscoelasticidade linear (Ferry, 1980; Tschoegl, 1989; Mainardi 2010), é possível realizar a identificação do mesmo utilizando o modelo de Wiechert, seja pelo método tradicional ou pelo método aqui proposto, isto é, o método integrado. Estes são descritos a seguir.

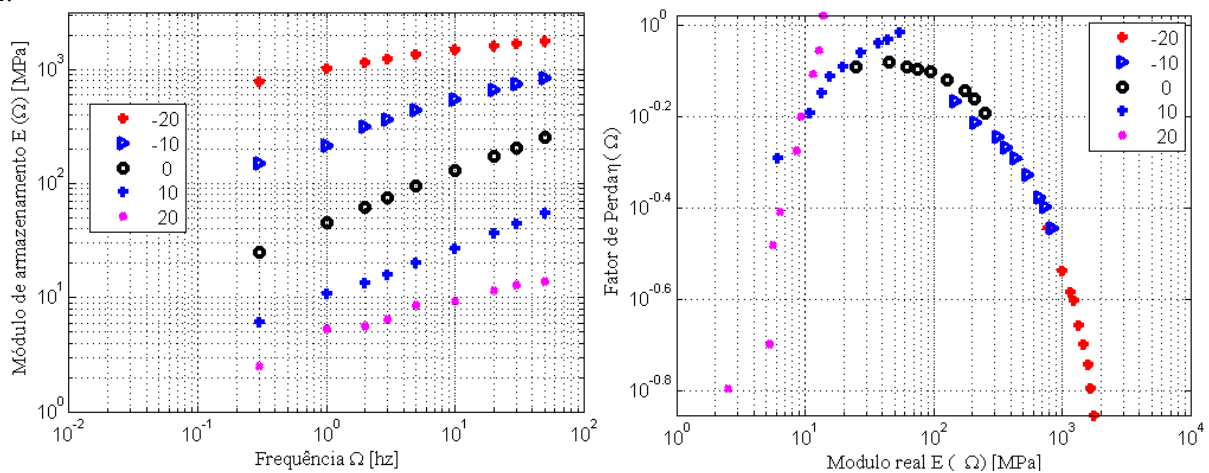


Figura 2. Dados experimentais para o módulo complexo de Young. Módulo dinâmico de Young (esquerda) e wicket plot (direita).

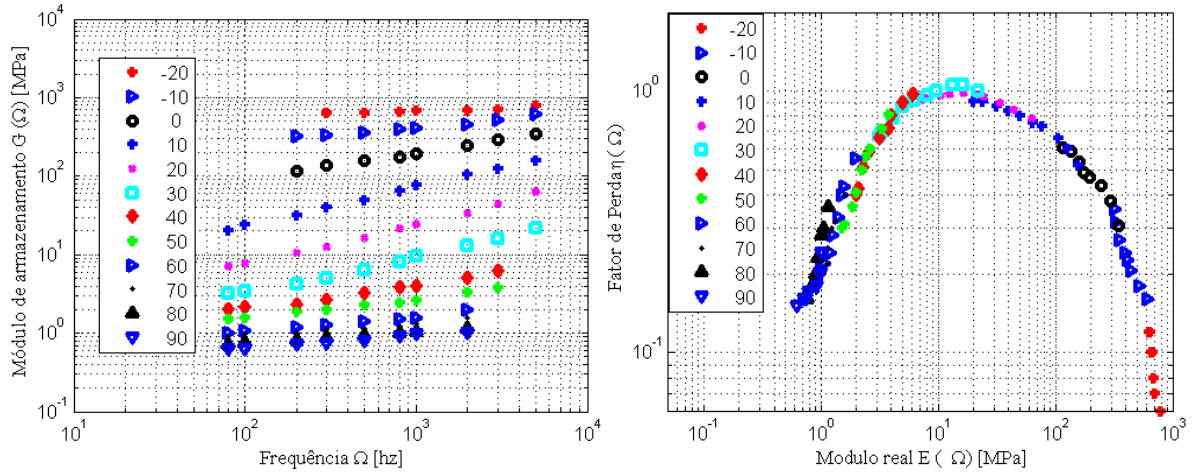


Figura 3. Dados experimentais para o módulo complexo de cisalhamento. Módulo dinâmico de cisalhamento (esquerda) e wicket plot (direita).

4. METODOLOGIA

A partir da leitura do conjunto de pontos experimentais, constrói-se um problema padrão de otimização com vista a minimizar uma função que meça a distância relativa entre as curvas experimentais e suas respectivas curvas teóricas, variando os parâmetros característicos do modelo constitutivo viscoelástico, a saber, modelo de Wiechert. O objetivo é identificar a função viscoelásticas de Poisson indiretamente por meio dos módulos complexos de Young e de cisalhamento.

Em ensaios dinâmicos uniaxiais, dado o modelo do material, o problema padrão de otimização é resolvido a partir das diferenças quadráticas correspondentes entre as curvas do módulo complexo de Young, $E_{\text{exp}}^*(\Omega_k, T_j)$, na j -ésima temperatura $1 \leq j \leq nT$, na k -ésima frequência $1 \leq k \leq nF_j$, onde nF_j é o número de frequências na j -ésima temperatura, e sendo nT a quantidade de curvas avaliadas nas diferentes temperaturas. Assim, a kj -ésima componente do erro para o domínio da frequência, $\text{erro}E\Omega_{kj}$, associada a cada ponto experimental, pode ser posta como

$$(\text{erro}E\Omega_{ki})^2 = \left(\frac{(E_{\text{exp}}^*(\Omega_k, T_j) - E^*(\Omega_k, T_j))}{E_{\text{exp}}^*(\Omega_k, T_j)} \right)^2. \quad (7)$$

Em consequência, o erro para ensaios, $\text{erro}E\Omega_{\text{tot}}$, que contabiliza todos os pontos e curvas de temperaturas, pode ser posto como

$$(\text{erro}E\Omega_{\text{tot}})^2 = \frac{1}{nT} \frac{1}{nF_j} \sum_{j=1}^{nT} \sum_{k=1}^{nF_j} (\text{erro}E\Omega_{ki})^2. \quad (8)$$

De modo similar, em ensaios dinâmicos de cisalhamento no domínio da frequência, a ki -ésima componente do erro associada a cada ponto experimental, pode ser formulada conforme

$$(\text{erro}G\Omega_{ki})^2 = \left(\frac{(G_{\text{exp}}^*(\Omega_k, T_j) - G^*(\Omega_k, T_j))}{G_{\text{exp}}^*(\Omega_k, T_j)} \right)^2. \quad (9)$$

Como resultado, o erro que contabiliza todos os pontos e curvas de temperaturas, pode ser posto como

$$(\text{erro}G\Omega_{\text{tot}})^2 = \frac{1}{nT} \frac{1}{nF_j} \sum_{j=1}^{nT} \sum_{k=1}^{nF_j} [(\text{erro}G\Omega_{ki})^2]. \quad (10)$$

Nesse contexto, o problema padrão de otimização, para a identificação dos parâmetros constitutivos viscoelásticos, pode ser formulado através de duas metodologias distintas, a saber, método tradicional e método integrado.

4.1. Metodologia Tradicional

Neste primeiro método, cada função viscoelástica complexa é identificada individualmente. A partir destas funções e empregando a Eq. (9), é obtida a função complexa de Poisson. Assim, inicialmente, considerando o módulo complexo de Young, o problema padrão de otimização, posto através do modelo constitutivo de Wiechert, pode ser escrito como

$$P_E : \begin{cases} \text{minimizar} & (\text{erro}E\Omega_{\text{tot}})^2(x) : \mathbb{R}^{NT+3} \rightarrow \mathbb{R}, \\ \text{onde} & x = (\bar{E}_i, \bar{E}_0, C_{E,1}^T, C_{E,2}^T), \text{ com } i = 1, \dots, NT \\ \text{Restrições:} & x^{\text{inf}} \leq x \leq x^{\text{sup}}, \end{cases} \quad (11)$$

onde os sobrescritos inf e sup indicam, respectivamente, o vetor de valores inferiores e superiores para o vetor de variáveis de projeto. Ademais, $C_{E,1}^T$ e $C_{E,2}^T$ são as constantes do modelo WLF, considerando o módulo complexo de Young.

Por outro lado, para a identificação do módulo complexo cisalhante, o problema padrão de otimização é posto segundo

$$P_G : \begin{cases} \text{minimizar} & (\text{erro}G\Omega_{\text{tot}})^2(x) : \mathbb{R}^{NT+3} \rightarrow \mathbb{R}, \\ \text{onde} & x = (G_i, \bar{G}_0, C_{G,1}^T, C_{G,2}^T), \text{ com } NT = 1, \dots, NT \\ \text{Restrições:} & x^{\text{inf}} \leq x \leq x^{\text{sup}}. \end{cases} \quad (12)$$

em que, $C_{G,1}^T$ e $C_{G,2}^T$ são as constantes do modelo WLF, considerando o módulo complexo de Young.

4.2. Metodologia Integrada

Esta metodologia consiste em agrupar parâmetros comuns dos módulos complexos de Young e de cisalhamento no processo híbrido de otimização. Para tal, de acordo com Ernst et al. (2003), Lakes and Wineman (2006), O'Brien et al. (2007) and Chen et al. (2017), considera-se que a influência da temperatura e as ordens de diferenciação são as mesmas para os módulos complexos de Young e de cisalhamento. Além disso, conforme posto por Waterman (1977), Tschoegl (1989) and Pritz (1998), o coeficiente de Poisson de um material borrachoso só possui significados físicos quando sua parcela real flutua entre 0 e 0.5, sendo este monotonicamente decrescente, ao longo da frequência. Outra característica importante é que sua parcela imaginária é negativa.

Dessa forma, o erro quadrático total que contabiliza ensaios uniaxial e cisalhante, no domínio da frequência, pode ser posto como

$$(\text{erro}E\Omega_{\text{tot}})^2 = \frac{(\text{erro}E\Omega_{\text{tot}})^2 + (\text{erro}G\Omega_{\text{tot}})^2}{2}. \quad (13)$$

Dessa forma, o problema padrão de otimização é definido como

$$P_G : \begin{cases} \text{minimizar} & (\text{erro}G\Omega_{\text{tot}})^2(x) : \mathbb{R}^{NT+3} \rightarrow \mathbb{R}, \\ \text{onde} & x = (G_i, \bar{G}_0, C_{G,1}^T, C_{G,2}^T), \text{ com } NT = 1, \dots, NT \\ \text{Restrições:} & x^{\text{inf}} \leq x \leq x^{\text{sup}}. \end{cases} \quad (14)$$

A solução numérica do problema, Eq. **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, através de um método híbrido de otimização permite a completa especificação dos parâmetros do VEM.

4.3. Implementação computacional

A implementação computacional é realizada em ambiente MATLAB® conforme o algoritmo apresentado na Table 1. O processo de caracterização do VEM é fundamentado na solução numérica de um problema de otimização através de uma técnica de otimização híbrida. Nesta técnica, inicialmente, os parâmetros materiais ótimos, próximos do ótimo

global, são obtidos GA. Em seguida, tendo como ponto de partida o vetor de variáveis de projeto encontrado via GAs, um algoritmo determinístico de NLP é aplicado de modo a determinar os parâmetros materiais com uma maior precisão. Como cada processo de otimização por GA é randômico e diferentes vetores ótimos podem ser obtidos, este trabalho realiza 10 processos de otimização GA seguidos de NLP. Adicionalmente, em todos os processos de otimização por GA, é empregada a sub-rotina *ga.m* com uma população de 1000 indivíduos, 2000 gerações e taxa de mutação de 9.0%. Ademais, em NLP, é utilizada a sub-rotina *fmincon.m* com número máximo de iterações igual a 1000, número máximo de avaliação da função objetivo de 10000 e critério de parada (*TolFun*) de $1.0E-11$.

Implementação computacional:

Passo 1. Definição do material;

Passo 2. Definição do números de variáveis de projeto;

Passo 3. Em cada processo de otimização i ($i = 1, \dots, \text{NPO}$, onde NPO é o número de processos de otimização), faça

Passo 3.1. Aproxime o projeto ótimo global por meio de AG.

a) Definição dos parâmetros a serem usados por AG no MatLab®.

b) Otimização por GA.

c) Aproximação do ótimo global por AG, XAG.

Passo 3.2. Refino da aproximação do ponto ótimo global por PNL no MatLAB®.

a) Definição dos parâmetros a serem utilizados em PNL no MatLab®.

b) Otimização por PNL e obtenção do XPNL(i) (Ponto inicial: XGA).

Passo 4. Definição como projeto ótimo o melhor vetor projeto de XNLP(i).

Passo 5. Apresentação dos resultados.

Figura 4. Algoritmo implementado em ambiente MatLab®.

Para o processo de otimização, os limites simples para os parâmetros relacionados ao modelo de Wichert e as constantes relativas ao modelo WLF, para o fator de deslocamento, estão listados na **Erro! Fonte de referência não encontrada..** Estes limites foram baseados em experimentos numéricos, de modo que os limites superiores e/ou inferiores não fossem atingidos no ponto de ótimo.

Tabela 1. Limites superiores e inferiores das propriedades do material utilizados no processo de otimização.

Modelo	Variável	Nomenclatura	Limites
WLF	Constante material WLF 1	C_1^T	$[0; 1E3]$
	Constante material WLF 2	$C_2^T [^{\circ}\text{C}]$	$[0; 2E3]$
Wiechert	Módulo de equilíbrio	$\bar{E}_0; \bar{G}_0 [\text{Pa}]$	$[0; 1E4]$
	Constantes de Prony	$E_i; G_i (i = 1 \text{ a } \text{NT}) [\text{MPa}]$	$[0; 1E9]$

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir dos dados experimentais, identificam-se os módulos complexos de Young e de cisalhamento através das metodologias tradicional e integrada. Para cada situação, os resultados são apresentados em formato de tabelas e de forma gráfica. Além disso, com base nos modelos identificados, obtém-se indiretamente o módulo complexo do coeficiente de Poisson, considerando uma temperatura de referência de 50 C (Figura 6 e Figura 8). Como, em cada caso, distintos resultados são obtidos, cada método é discutido com mais detalhes a seguir.

5.1. Método tradicional

Em relação ao método tradicional, observam-se ajustes adequados para o módulo complexo de Young e de cisalhamento (Figura 3 e Figura 4). Em contrapartida, analisando os gráficos do coeficiente de Poisson (Figura 5), percebe-se que seu módulo dinâmico não é monotonicamente decrescente, além de ultrapassar o valor de 0.5, e o seu fator de perda apresenta valores negativos. Estes resultados não possuem significado físico de acordo com a teoria apresentada por Tschoegl (1989), Pritz (1998), Tschoegl (2002) e Pritz (2007). Tais resultados sugerem que a modelagem do coeficiente de Poisson, por este método, não possui boa acurácia. Consequentemente, um procedimento de pós-processamento mais robusto é necessário para deduzir um conjunto consistente de funções, para o material viscoelástico, que atendam aos requisitos físicos básicos.

Além disso, analisando os fatores de deslocamento obtidos para os módulos complexos de Young e de cisalhamento (Figura 6), nota-se que a influência da temperatura é praticamente a mesma para ambos os módulos complexos, no intervalo comum de temperatura de -20oC a 20oC, pois o módulo de Young possui experimentos apenas nesse intervalo.

Dessa forma, partindo da premissa que a temperatura influencia igualmente no comportamento mecânico dos módulos complexos de Young e de cisalhamento (Ernst et al., 2003; Lakes e Wineman, 2006; Chiu et al., 2015), este trabalho sugere que resultados, mais precisos e acurados, são obtidos por um método integrado, o qual envolve experimentos para ambos os módulos complexos.

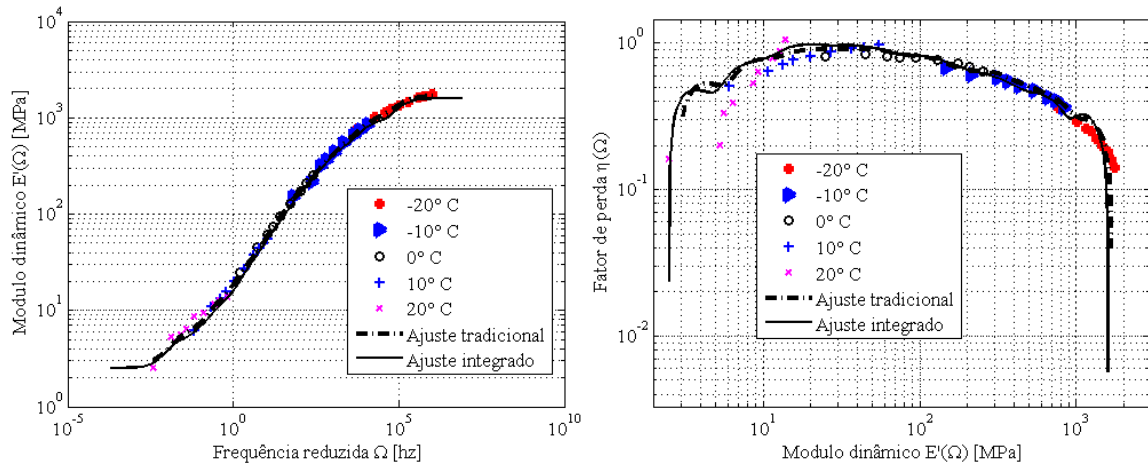


Figura 5. Dados experimentais e ajustados para o módulo de Young. Módulo dinâmico de Young (esquerda) e Wicket plot (direita).

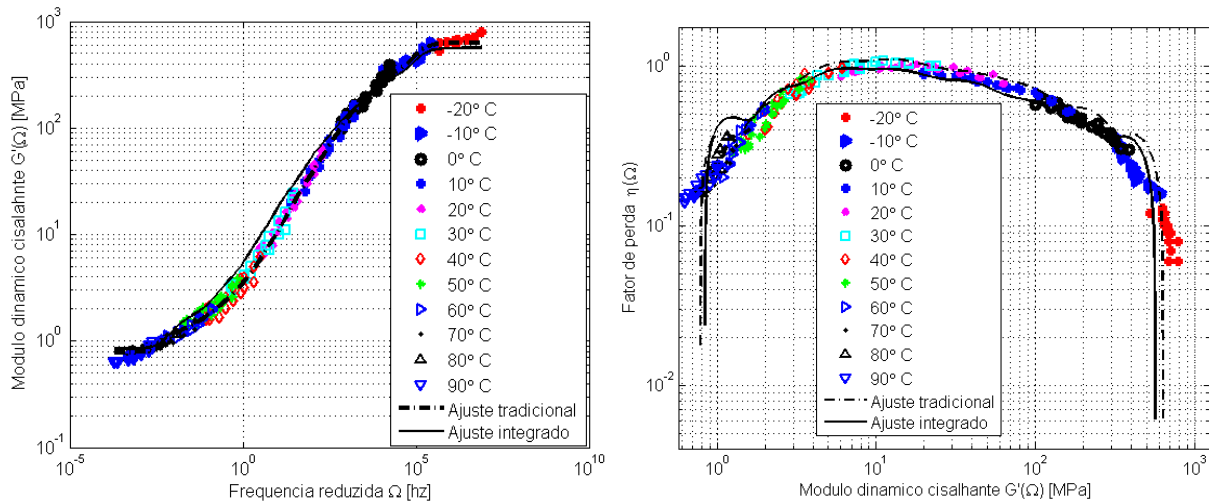


Figura 6. Dados experimentais e ajustados para o módulo complexo cisalhante. Módulo dinâmico de cisalhamento (esquerda) e Wicket plot (direita).

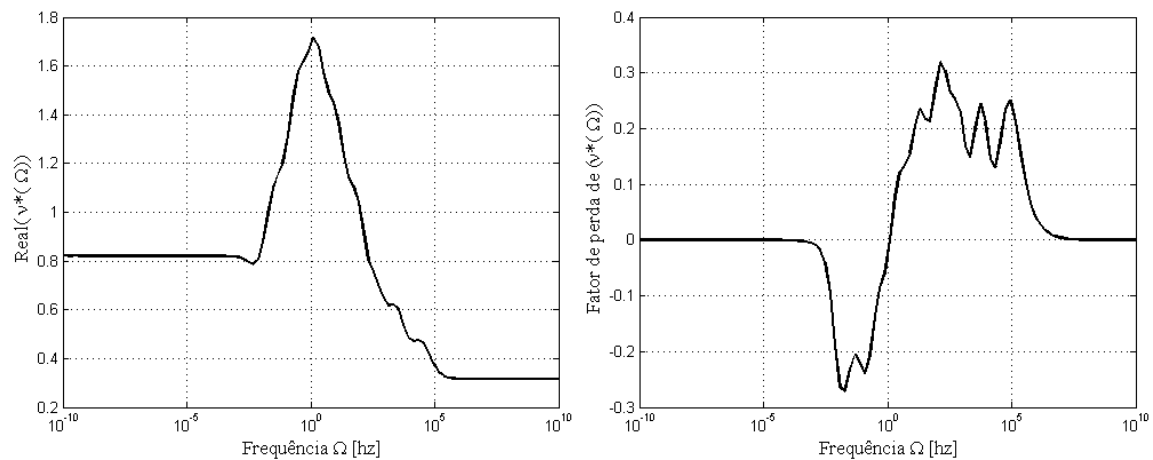


Figura 7. Coeficiente complexo de Poisson obtido por meio do método tradicional. Módulo dinâmico (esquerda) e fator de perda (direita).

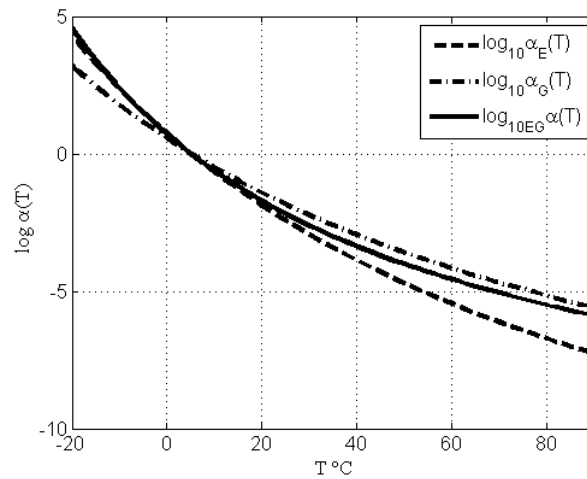


Figura 8. Fator de deslocamento em função da temperatura. As linhas pontilhadas são obtidas por meio do método tradicional e a linha contínua é obtida por meio do método integrado.

Tabela 2. Propriedades identificadas por meio do método tradicional.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
E_i [Pa]	6.12E+08	1.00E+01	1.00E+01	7.04E+07	1.51E+08	1.57E+08	6.06E+07	1.27E+08
G_i [Pa]	2.98E+08	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	1.76E+08	1.00E+01	1.00E+01
i	9	10	11	12	13	14	15	16
E_i [Pa]	5.95E+07	3.81E+07	1.34E+08	5.15E+07	1.00E+01	1.71E+07	9.16E+07	6.95E+06
G_i [Pa]	1.00E+01	8.26E+07	9.14E+06	1.00E+01	2.93E+07	8.89E+06	1.00E+01	7.15E+06
i	17	18	19	20	21	22	23	24
E_i [Pa]	1.00E+01	4.26E+07	1.00E+01	1.56E+07	1.00E+01	8.88E+06	6.76E+06	1.00E+01
G_i [Pa]	1.18E+07	1.00E+01	1.00E+01	3.92E+06	1.70E+06	1.00E+01	1.00E+01	1.45E+06
i	25	26	27	28	29	30	31	32
E_i [Pa]	1.00E+01	5.78E+06	1.05E+06	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	2.62E+06	5.86E+05
G_i [Pa]	1.00E+01	1.00E+01	5.38E+05	2.42E+05	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	5.98E+05
$\bar{E}_0$ [Pa]	$C_{E,1}^T$	$C_{E,2}^T$ [°C]	$\bar{G}_0$ [Pa]	$C_{G,1}^T$	$C_{G,2}^T$ [°C]			
	2.87E+06	1.88E+01	1.35E+02	7.88E+05	1.50E+01	1.42E+02		

5.2. Método integrado

Considerando o processo de identificação integrado, também são observados bons ajustes, os quais estão próximos daqueles obtidos utilizando a metodologia tradicional, conforme ilustra a Figura 3 e a Figura 4. Em relação ao coeficiente complexo de Poisson, (Figura 7), observa-se que seu módulo dinâmico é uma curva monotônica decrescente. Em relação ao seu fator de perda, obtém-se uma curva com um ponto de máximo. Portanto, os resultados obtidos estão de acordo a teoria apresentada por Tschoegl (1989), Pritz (1998) and Tschoegl et al. (2002).

Ademais, na Figura 7, é apresentado o gráfico do fator de deslocamento em função da temperatura. Verifica-se que o fator de deslocamento obtido pelo método integrado praticamente se sobrepõe à curva obtida pelo método tradicional para o módulo complexo cisalhante. Isso é explicado, pois os experimentos para o módulo complexo de Young são realizados num intervalo menor de temperatura (-20°C a 20°C) e, com isso, a tendência é a curva do fator de deslocamento, encontrada pela metodologia integrada, seguir a influência de temperatura para o módulo complexo em cisalhamento, pois abrange um intervalo mais amplo de temperaturas. Tal fato, viabiliza a aplicação da metodologia de modo confiável.

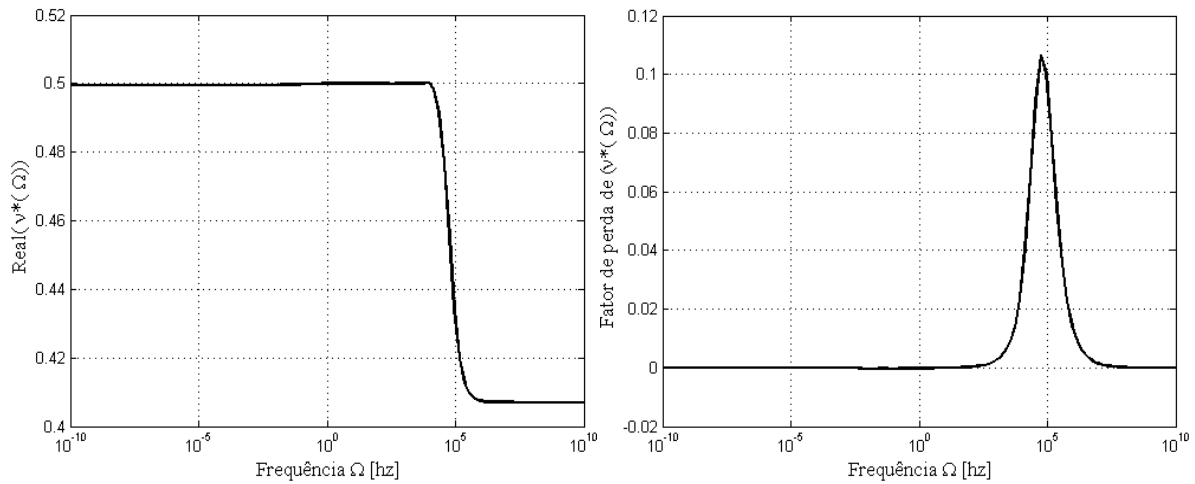


Figura 9. Método integrado. Coeficiente complexo de Poisson: módulo dinâmico (esquerda) e fator de perda (direita).

i	1	2	3	4	5	6	7	8
E_i [Pa]	6.79E+08	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	3.71E+08	2.09E+07	9.20E+06
G_i [Pa]	2.64E+08	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	1.00E+01	1.19E+08	1.18E+07	1.00E+01
i	9	10	11	12	13	14	15	16
E_i [Pa]	1.13E+08	1.00E+01	1.71E+08	1.06E+07	2.22E+05	5.85E+07	7.15E+07	1.91E+05
G_i [Pa]	3.89E+07	1.00E+01	5.65E+07	3.93E+06	1.00E+01	1.94E+07	2.40E+07	1.00E+01
i	17	18	19	20	21	22	23	24
E_i [Pa]	1.00E+01	2.90E+07	2.35E+07	1.00E+01	1.00E+01	1.56E+07	1.58E+06	1.00E+01
G_i [Pa]	1.00E+01	9.68E+06	7.84E+06	1.00E+01	1.00E+01	5.18E+06	5.29E+05	1.00E+01
i	25	26	27	28	29	30	31	32
E_i [Pa]	1.00E+01	5.10E+06	3.59E+05	6.35E+05	3.95E+05	1.00E+01	1.87E+04	2.45E+06
G_i [Pa]	1.00E+01	1.70E+06	1.29E+05	1.98E+05	1.42E+05	1.00E+01	1.00E+01	8.20E+05
$\bar{E}_0$ [Pa]	$\bar{G}_0$ [Pa]	$C_{EG,1}^T$	$C_{EG,2}^T$ [°C]					
2.52E+06	8.41E+05	12.34	92.36					

Tabela 3. Propriedades identificadas por meio do método integrado.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho discute duas metodologias de identificação de propriedades mecânicas de MVEs, aqui denominadas, de método tradicional e método integrado. Ambas as metodologias utilizam técnicas híbridas de otimização, onde, inicialmente, obtém-se por algoritmos genéticos o vetor projeto mais próximo do ótimo global. Na sequência, esse vetor é utilizado como ponto inicial em programação não linear para obter o ponto de mínimo global.

Utilizando a metodologia tradicional, observa-se que resultados adequados são obtidos nos ajustes dos modelos analíticos aos dados experimentais. No entanto, a curva do módulo dinâmico e do fator de perda do coeficiente de Poisson apresentam comportamentos inadequados. Tais resultados não possuem significado físico e divergem da teoria. Consequentemente, infere-se que um procedimento mais robusto é necessário a fim de obter um conjunto consistente de funções viscoelásticas, as quais atendam aos requisitos físicos básicos.

Nesse contexto, implementa-se uma metodologia, aqui denominada de integrada. Esta metodologia é baseada na premissa que a temperatura influencia igualmente os comportamentos mecânico dos módulos complexos de Young e de cisalhamento e, além disso. Ademais, no processo de otimização, são impostas algumas restrições para a função viscoelástica módulo complexo de Poisson. Como resultados, são obtidos ajustes adequados dos modelos analíticos aos dados experimentais. Além disso, o módulo dinâmico, do coeficiente complexo de Poisson, se mostra monotonicamente decrescente e o seu fator de perda possui um ponto de máximo. Ademais, partindo dos modelos identificados para os módulos complexos de Young e cisalhamento, obtém-se o módulo complexo volumétrico. Nota-se que a curva apresentada é monotonicamente crescente, ao longo da frequência, e está localizada acima dos módulos complexos de Young e de cisalhamento. Estes resultados estão coerentes com a teoria, pois tanto o coeficiente complexo de Poisson como o módulo complexo volumétrico possuem significado físico.

Portanto, considerando, os experimentos aqui apresentados, este artigo apresenta uma metodologia robusta e eficiente para caracterização híbrida do coeficiente de Poisson para VEMs lineares e termorreologicamente simples.

Dessa forma, conclui-se que um MVE pode ser identificado através das duas metodologias apresentadas. Este artigo encontra melhores resultados utilizando o método integrado, o qual se mostra mais preciso e acurado.

7. AGRADECIMENTOS

Tiago Lima de Sousa agradece a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado do Amazonas, FAPEAM, pelo suporte financeiro concedido em forma de bolsa de estudo, em nível de doutorado, sem a qual não teria sido possível o desenvolvimento deste trabalho.

8. REFERÊNCIAS

- Barruetabeña, J. G., Cortés, F., Abete, J. M., Fernandez, P., Lamena, M. L., Canteli, A. F. , 2011. Experimental characterization and modelization of the relaxation and complex moduli of a flexible adhesive. *Materials and Design*, vol. 32, pp. 2783-2796.
- Brinson, H.F., Brinson, L.C., 2008. *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity: An Introduction*. New York: Ed. Springer.
- Chailleux, E., Ramond, G., Such, C., Roche, C. L., 2006. A mathematical-based master-curve construction method applied to complex modulus of bituminous materials. *Road Materials and Pavement Design*, EATA, vol. 7, n. 18, pp. 75-92.
- Chen, D. L., Chiu, T. C. C., Yang, P. F., Jiam, S. R., 2017. Interconversions between linear viscoelastic functions with a time-dependent bulk modulus. *Mathematics and Mechanics of Solids* March: 1-17.
- Chiu, T. C., Huang, D. Y., Lee, B. S., Chen, D. L., Yang, P. F., Kao, C. L., 2015. Development of a Consistent Multiaxial Viscoelastic Model for Package Warpage Simulation. *Electronic Components & Technology Conference*.
- Ernst, L. J., Zhang, G. Q., Bressers, H. J. L.. Time and temperature dependent thermo-mechanical modeling of a packaging molding compound and its effect on packaging process stresses. *Journal of Electronic Packaging*, vol. 125, p. 539-548, 2003.
- Ferry, J. D., 1980. *Viscoelastic Properties of Polymers*. New York: Ed. A John Wiley & Sons.
- Gergesova, M., Saprunov, I., Emri, I., 2016. Closed-form solution for horizontal and vertical shifting of viscoelastic material functions in frequency domain. *Journal Rheologica Acta*, vol. 55, p. 351-364.
- Guedes, R. M., 2011. A viscoelastic model for a biomedical ultra-high molecular weight polyethylene using the time-temperature superposition principle. *Polymer Testing*, vol. 30, p. 294 - 302.
- He, Y., 2005. Thermomechanical and viscoelastic behavior of a no-flow underfill material for flip-chip applications. *Thermochimica Acta*, vol. 439, n. 8, pp. 127-134.
- Jerabek, M., Tscharnuter, D., Major, Z., Chandar, K. R., LANG, E. W., 2010. Relaxation behavior of neat and particulate filled polypropylene in uniaxial and multiaxial compression. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, vol. 14, pp. 47-68.
- Jones, D., 1992. Results of a round-robin test program: Complex modulus properties of a polymeric damping material, USAF Report WL-TR-92-3104.
- Koppelman, V. J., 1959. Über den dynamischen elastizitätsmodul von polymethacrylsäuremethylester bei sehr tiefen frequenzen. *Colloid and Polymer Science*, vol. 164, pp. 31-34.
- Lakes, R., 2004. Viscoelastic measurement techniques. *Review of Scientific Instruments*, vol. 75, n. 4, p. 797-810.
- Lakes, R. S., Winemam, A., 2006. On poisson's ratio in linearly viscoelastic solids. *Journal of Elasticity*, vol. 85, p. 45 - 63.
- Lakes, R., 2009. *Viscoelastic Materials*. New York: Cambridge University press.
- Mainardi, F., 2010. *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity – An Introduction to Mathematical Models*. London: Imperial College Press.
- Nashif, A. D., Jones, D. I. G., Henderson, J., P., 1985. *Vibration Damping*. New-York: A John Wiley & Sons.
- O'Brien, D. J.; Sottos, N. R.; White, S. R., 2007. Cure-dependent Viscoelastic Poisson's Ratio of Epoxy. *Experimental Mechanics*, vol. 47, pp. 237-249.
- Park, S. W.; Schapery, R. A., 1999. Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I - A numerical method based on Prony series. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 36, pp. 1653 - 1675.
- Philippoff, W., Brodnyan, J., 1955. Preliminary results in measuring dynamic compressibilities. *Journal of Applied Physics*, vol. 26, p. 846-849.
- Pritz, T., 1998. Frequency dependences of complex moduli and complex poisson's ratio of real solid materials. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 214, pp. 83-104.
- Pritz, T., 2007. The Poisson's loss factor of solid viscoelastic materials. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 306, p. 790 – 802.

- Rouleau, L., Pirk, R., Pluymers, B., Desmet, W. , 2015. Characterization and modeling of the viscoelastic behavior of a self-adhesive rubber using dynamic mechanical analysis tests. *Journal of Aerospace Technology and Management*, vol. 7, p. 200-208.
- Tschoegl, N. W., 1989. *The Phenomenological Theory of Linear Viscoelastic Behavior: An Introduction*. New York: Springer.
- Tschoegl, N. W., Knauss, W. G., Emri, I., 2002. The effect of temperature and pressure on the mechanical properties of thermo - and/or piezorheologically simple polymeric materials in thermodynamic equilibrium – A critical review. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, vol. 6, pp. 53-99.
- Thonson, K. C., 1966. On the complex Poisson's ratio of a urethane rubber compound. *Journal of Applied and Polymer Science*, vol. 10, p. 1133-1136.
- Ward, I. M., Sweeney, J., 2004. *An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers*. 2th ed.. Chichester: John Wiley & Sons.
- Waterman, H. A., 1977. Relations between loss angles in isotropic linear viscoelastic materials. *Rheologica Acta*, vol. 16, pp. 31-42.
- Williams, M. L., Landel, R. F., Ferry, J. D., 1955. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical Society*, vol. 77, pp. 3701-3707.

9. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores Sousa, T. L., Ciniello, A. P. D. e Pereira, J. T. são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

INDIRECT IDENTIFICATION OF THE COMPLEX POISSON'S RATIO OF VISCOELASTIC MATERIALS EMPLOYING WIECHERT MODEL

Tiago Lima de Sousa, tiago.sousa.eng@gmail.com¹
Ana Paula Delowski Ciniello, ana.delowski@ifpr.edu.br²
Jucélio Tomás Pereira, jucelio.tomas@ufpr.br¹

¹Parana Federal University (UFPR), PR, Brasil.

²Parana Federal Institute (IFPR), PR, Brasil.

Abstract. *Viscoelastic materials (VMEs) are widely used in engineering and everyday life in general, either as vibration and noise mitigators, acoustic absorbers or as part of structural components. Therefore, in engineering projects, the knowledge of its mechanical properties is extremely important. Furthermore, in all applications, the behavior of these materials can be predicted by the complex moduli (Young, volumetric, shear) or complex Poisson modulus modules. In this context, several methodologies are presented in order to characterize the complex moduli (Young's and shear). On the other hand, in the last decades, the identification of the complex module of the Poisson coefficient indirectly has been little explored. Thus, this work discusses two computational methodologies, here denominated as traditional and integrated method, for the indirect identification of the complex module of the Poisson coefficient. The methodologies are based on the use of a set of experimental points related to the complex moduli (Young and shear), in frequency domain, considering the influence of temperature. From these points, a hybrid optimization technique (genetic algorithms and non-linear programming) is applied to obtain the parameters of the constitutive models for the LVM under analysis. Finally, it is inferred that the integrated methodology is promising and with great application potential. In addition, the identified parameters can easily be used in future work proposals involving vibration control in structures.*

Keywords: *complex Poisson's ratio, linear viscoelasticity, Wiechert model, optimization*