

UM MÉTODO DE REGULARIZAÇÃO DE VIAGEM NO TEMPO PARA PROBLEMAS INVERSOS TRIDIMENSIONAIS EM CONDUÇÃO DE CALOR

Rodrigo Gustavo Dourado da Silva, rodrigodourado@hotmail.com

Elisan dos Santos Magalhães, elisan@unifei.edu.br

Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva, metrevel@unifei.edu.br

Laboratório de Transferência de Calor – LabTC, Instituto de Engenharia Mecânica – IEM, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Campus Prof. José Rodrigues Seabra, Av. BPS, 1303, 37500-903, Itajubá, MG, Brasil.

Resumo: A Regularização de Viagem no Tempo (Time Travelling Regularization - TTR) é uma metodologia de regularização para resolver problemas inversos. A TTR deve ser acoplada a uma técnica de otimização, neste caso, o método da Seção Áurea. Uma das grandes vantagens do uso desta metodologia é a diminuição dos ruídos dos resultados de saída nos modelos de problemas inversos em condução de calor. Neste trabalho, é proposta uma metodologia para estimar o fluxo de calor em problemas tridimensionais de transferência térmica por condução. A metodologia foi baseada no método da Seção Áurea utilizado em conjunto com a TTR. Para validar o método, foram realizados experimentos em uma amostra de aço AISI 304. O modelo direto tridimensional foi resolvido utilizando o método dos elementos finitos implementado computacionalmente. O fluxo de calor foi estimado utilizando as técnicas TTR e o Método da Função Especificada Sequencial (SFSM). Ambos os métodos apresentaram resultados similares com pouca variação entre os fluxos e calor estimados. A similaridade entre os resultados obtidos e os valores de fluxo de calor gerados pelo aquecedor resistivo, bem como os baixos resíduos entre as temperaturas calculadas, validam a metodologia proposta.

Palavras-chave: Time Traveling Regularization, problemas inversos, otimização, transferência de calor, método da função especificada.

1. INTRODUÇÃO

Devido à necessidade de aplicações na indústria e na ciência em geral, o campo dos problemas inversos obteve um grande crescimento nas últimas décadas. Tais problemas são usualmente aplicados em processos de tomografia computadorizada, o que é de extrema importância na área médica e em testes não destrutivos. Outra aplicação ocorre em problemas de reconstrução e otimização de forma, de tal modo que deseja-se construir algum objeto cujo formato alcance um efeito desejado. Na área da transferência de calor, por exemplo, problemas inversos podem ser utilizados em processos de fabricação para determinar o fluxo de calor recebido por uma ferramenta durante a usinagem, ou mesmo para estimar o fluxo de calor aplicado em uma chapa durante um processo de soldagem, entre outras aplicações.

De maneira simples, problemas inversos são problemas de causa e efeito, nos quais a formulação de um envolve a solução do outro. Os resultados do problema direto são os efeitos (distribuição de temperatura) gerados por uma causa particular (fluxo de calor). Já o problema inverso em transferência de calor é aquele no qual as temperaturas monitoradas ao longo do tempo são utilizadas para estimar algum parâmetro desconhecido, por exemplo, o fluxo de calor nas regiões de contorno, coeficientes de troca de calor ou propriedades térmicas de materiais. Assim, problemas inversos em transferência de calor são indispensáveis em situações industriais em que seja difícil ou até mesmo impossível a medição direta dos parâmetros.

Um dos pioneiros nos estudos de problemas inversos em transferência de calor foi Stolz (1960), que propôs um método para determinar o fluxo de calor na superfície de esferas durante o processo de têmpera. O método de Stolz é de fácil implementação, mas muito sensível aos ruídos nos dados de temperatura, causando grandes erros no valor do fluxo de calor estimado.

A fim de minimizar esse problema, Beck *et al.* (1985) aprimorou o método de Stolz utilizando dados de temperatura de tempos futuros para estimar o fluxo de calor do passo de tempo atual (Método da Função Especificada). Além disso, os autores aprimoraram o método usando múltiplos sensores de temperatura, o que aumenta a precisão da solução, gerando resultados mais estáveis.

Desde Stolz (1960), algumas técnicas foram utilizadas para solucionar problemas inversos lineares e não-lineares: método do gradiente conjugado com equação adjunta (Alifanov, 1974); BFGS (Avriel, 1976); regularização de Tikhonov (Tikhonov e Arsenin, 1977); método da seção áurea (Vanderplaats, 2005).

Gaikawad and Deshmukh (2004) estudaram problemas inversos termoelásticos em uma placa submetida a um fluxo de calor em uma de suas superfícies. Para resolver o problema, os autores propuseram uma solução analítica para o coeficiente de transferência de calor do metal durante o processo de têmpera de acordo com a curva de temperatura obtida experimentalmente.

Yang *et al.* (2011) usaram o método do Gradiente Conjugado para estimar a geração de calor desconhecida na interface de barras cilíndricas sujeitas ao processo de soldagem por fricção.

Magalhães *et al.* (2016) estimaram o fluxo de calor durante um processo de soldagem em chapas de alumínio 6061 T5 utilizando o método de otimização BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno). Dos resultados obtidos, o autor correlacionou as microestruturas encontradas na ZTA (zona termicamente afetada) com a taxa de resfriamento do processo.

Para estimar o coeficiente de transferência de calor na fronteira de uma haste com sua extremidade em contato com um meio líquido, Wang *et al.* (2016) utilizaram o campo de temperaturas não-linear medido experimentalmente e aplicaram um esquema de regularização ao minimizar o problema de otimização não-quadrática.

Esse trabalho propõe uma nova metodologia para resolver problemas inversos de condução de calor. A Time Traveling Regularization (TTR) é um método de regularização que utiliza o método da Seção Áurea (Vanderplaats, 2005) como otimização. Ela corrige o problema de ruídos causados devidos aos erros inerentes nas medições de temperatura. A TTR analisa múltiplas informações de temperaturas à frente no tempo para estimar o fluxo de calor no tempo atual.

Neste trabalho, foi realizada a validação do método TTR para estimativas do fluxo de calor em modelos 3D. Desse modo, foi executado um experimento em uma amostra de aço AISI 304 no laboratório de transferência de calor (LabTC) da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI). Os resultados obtidos com a técnica TTR foram comparados com os valores de fluxo teórico fornecidos pelo aquecedor resistivo e com o método da Função Especificada proposto por Beck (1985).

2. METODOLOGIA

2.1. Modelo Direto

O modelo direto do problema de condução estudado é mostrado na Fig. 1. Uma chapa plana de aço inoxidável AISI 304 é submetida a um fluxo de calor em função do tempo $q(t)$. O fluxo de calor é gerado por um aquecedor resistivo plano localizado na face superior da chapa e todas as superfícies são isoladas de modo a evitar perdas de calor para o ambiente. Assumindo que o material tenha condutividade térmica k , massa específica ρ , calor específico à pressão constante c_p e esteja inicialmente a temperatura T_0 , o problema pode ser modelado pelas Eqs. (1):

$$k \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) = \rho c_p \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (1a)$$

$$-k \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial n} \Big|_{S1} = q(t) \quad (1b)$$

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial n} \Big|_{S2} = 0 \quad (1c)$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad (1d)$$

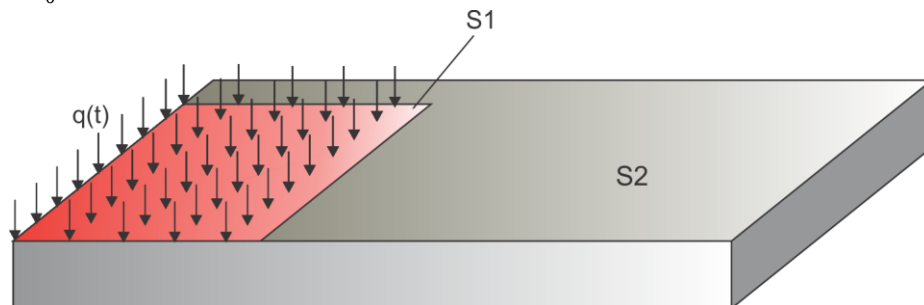


Figura 1 – Chapa de aço AISI 304 submetida a um fluxo de calor $q(t)$.

sendo $S1$ a região da superfície submetida ao fluxo de calor, $S2$ toda a superfície restante que possui isolamento e $\mathbf{n}$ o vetor normal à superfície.

2.2. Método da Função Especificada

O Método da Função Especificada é utilizado nesse artigo para resolver o problema inverso de estimação de fluxo de calor. Através dessa metodologia, é possível estimar o fluxo de calor submetido na fronteira da amostra utilizando as temperaturas medidas pelo sensor de temperatura ao longo do tempo.

Para solucionar o problema inverso, é utilizada uma função objetiva que minimiza as diferenças entre as temperaturas medidas (Y_i) e as temperaturas calculadas (T_i) através de um fluxo de calor arbitrário (q_i) no instante de tempo i , como é mostrado pela Eq. (2):

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1})^2 \quad (2)$$

sendo r o número de total de passos futuros no tempo.

Para determinar o fluxo de calor é utilizado o método sequencial proposto por Beck *et al.* (1985), o qual admite uma forma funcional constante do fluxo de calor. Assim, o valor do fluxo é considerado constante desde o tempo atual M até r tempos futuros, como é mostrado na Eq. (3):

$$q_M = q_{M+1} = q_{M+2} = \dots = q_{M+r-1} \quad (3)$$

Utilizando uma aproximação numérica do teorema de Duhamel e a forma funcional constante da Eq. (3), as temperaturas de uma determinada coordenada podem ser calculadas apenas conhecendo a temperatura, o fluxo de calor no instante de tempo anterior e os coeficientes de sensibilidade térmica (X) do ponto. As temperaturas futuras T_{m+i-1} são calculadas através da Eq. (4):

$$T_{M+i-1} = T_M + q_M \sum_{i=1}^r X_{M+i-1} \quad (4)$$

Os coeficientes de sensibilidade térmica são definidos pela Eq. (5):

$$X_i = \frac{\partial T_i}{\partial q_i} \quad (5)$$

Substituindo a Eq. (4) na Eq. (1) e otimizando o fluxo de calor, resulta:

$$q_M = \frac{\sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1}) X_i}{\sum_{i=1}^r X_i^2} \quad (6)$$

A Eq. (6) apresenta uma expressão direta para a estimativa do fluxo de calor para cada passo de tempo. Observa-se que quanto maior é o número de passos de tempo (r), melhor é a estabilidade do algoritmo proposto pela Eq. (6).

Para problemas tridimensionais lineares, cujas condições de contorno são apenas de fluxo prescrito e isolamento, os coeficientes de sensibilidade térmica, dados pela Eq. (5), podem ser determinados resolvendo-se a própria equação da difusão do calor que modela o problema direto. Derivando as Eqs. (1) em relação ao fluxo de calor, obtém-se:

$$k \nabla^2 X(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial X(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (7a)$$

$$-k \frac{\partial X(x, y, z, t)}{\partial n} \Big|_{S1} = 1 \quad (7b)$$

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial n} \Big|_{S2} = 0 \quad (7c)$$

$$X(x, y, z, 0) = 0 \quad (7d)$$

2.3. Método de Regularização Viagem no Tempo (TTR)

A técnica proposta nesse artigo consiste em analisar uma linha do tempo hipotética para cada chute proposto pela técnica de otimização. Em seguida, ela compara o parâmetro a ser minimizado, a temperatura, em um tempo futuro. Em outras palavras, o método analisa como a resposta de cada chute dado pelo método de otimização afetará a resposta na temperatura numérica em um tempo futuro. Para a aplicação da TTR, escolheu-se a técnica de otimização da Seção Áurea (Vanderplaats, 2005). Essa técnica foi escolhida pela simplicidade em sua formulação e por não necessitar do cálculo de derivadas.

A Fig. 1 apresenta um diagrama do algoritmo da TTR. O método de otimização requer um chute inicial para a variável a ser minimizada. A partir desse valor, a variável é considerada constante no intervalo de tempo jj até $jj+r$. A Função Objetivo é comparada levando em consideração os valores presentes e futuros calculados. Se o valor do chute inicial não é suficiente para minimizar o método, a técnica de otimização definirá o próximo valor e reiniciará o modelo a partir do passo de tempo jj . O programa permanece no loop iterativo até que o critério de parada seja satisfeito.

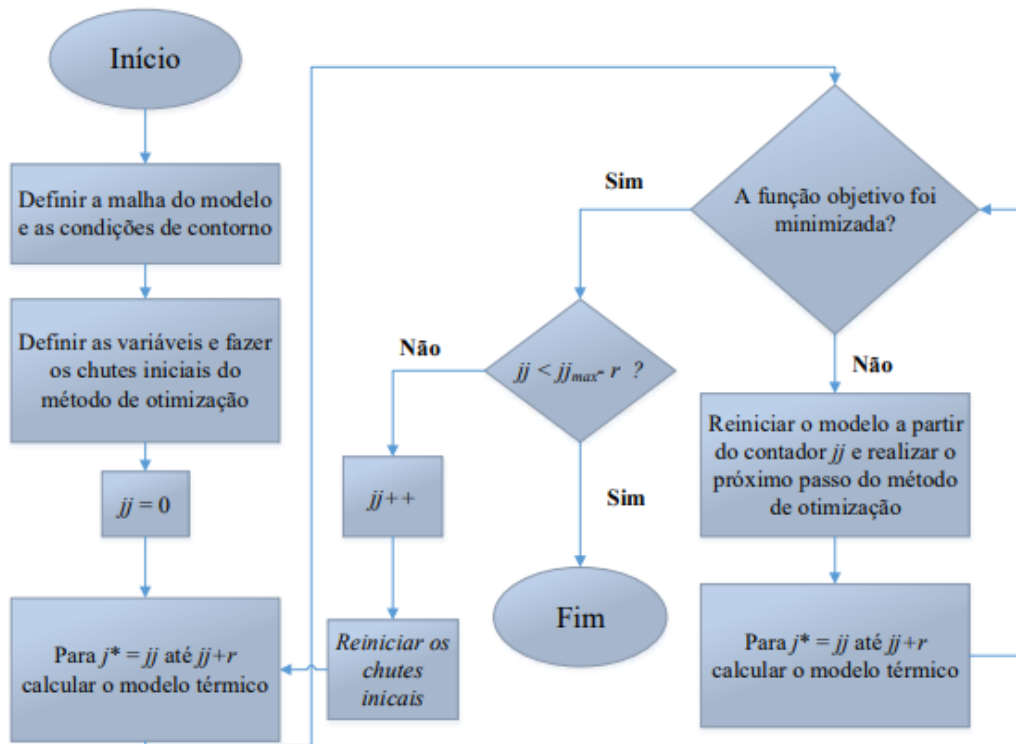


Figura 1 – Algoritmo da metodologia TTR.

A função objetivo a ser minimizada é dada pela Eq. (8). Nessa equação, a introdução da análise temporal através da TTR reduz significativamente os ruídos nos parâmetros estimados. Quando o valor de r aumenta, o ruído diminui. Logo, a função objetiva é modificada para comparar as temperaturas de vários passos de tempo à frente, resultando na Eq. (9).

$$F_{obj}^{jj} = (Y^{jj} - T^{jj})^2 \quad (8)$$

$$F_{obj}^{jj} = \sum_{i=0}^{jj+r} (Y^{jj+i} - T^{jj+i})^2 \quad (9)$$

3. METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Com a finalidade de validar a metodologia proposta nesse trabalho, foram realizados experimentos de condução de calor tridimensionais em amostras de aço inoxidável AISI 304 no Laboratório de Transferência de Calor (LabTC) da Universidade Federal de Itajubá. Os equipamentos utilizados na bancada experimental são mostrados na Fig. 2.

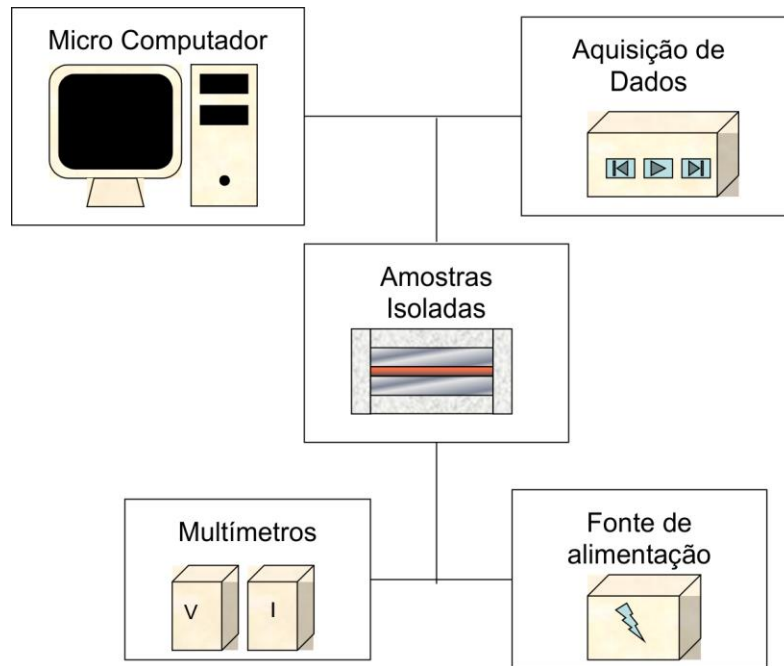


Figura 2 – Equipamentos da bancada experimental.

A Fig. 3 representa as dimensões da amostra de aço AISI 304 utilizada no experimento. As dimensões do aquecedor resistivo, utilizado para fornecer o fluxo de calor na face superior da amostra, encontram-se na Fig. 4. Observa-se que a tridimensionalidade do problema é garantida, uma vez que o aquecedor se restringe em apenas uma pequena área da face superior da amostra.

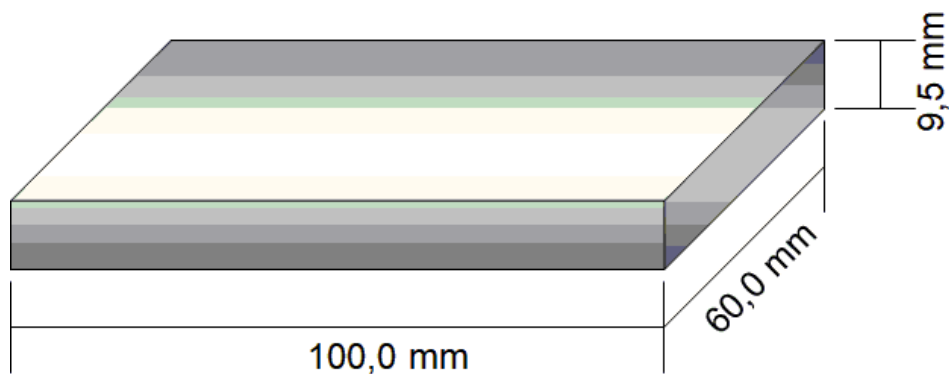


Figura 3 – Dimensões da amostra de aço AISI 304.

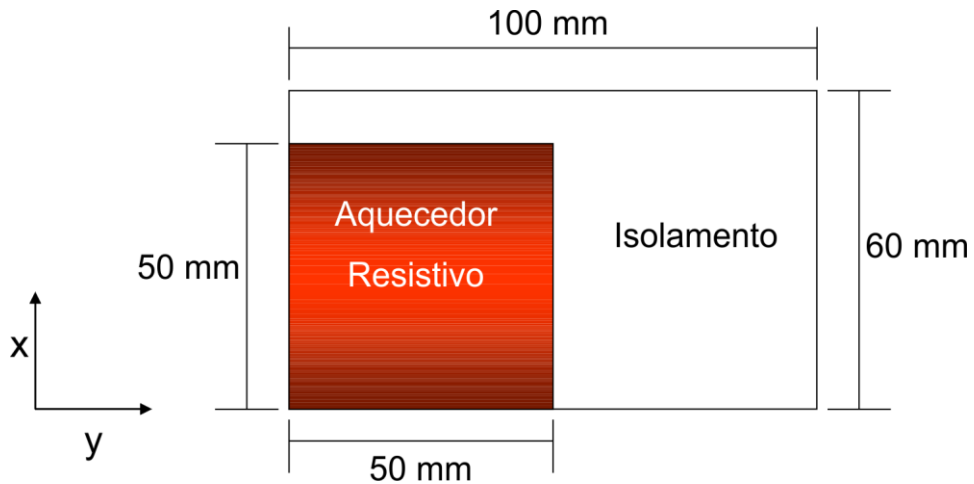


Figura 4 – Dimensões do aquecedor e isolamento.

Na Fig. 5 é mostrada a montagem do conjunto amostra, aquecedor resistivo e isolamento. É de suma importância mencionar que o isolamento foi realizado em toda a periferia do conjunto. O experimento realizado possui montagem simétrica para garantir que todo o fluxo de calor seja transmitido para as amostras, evitando perdas.

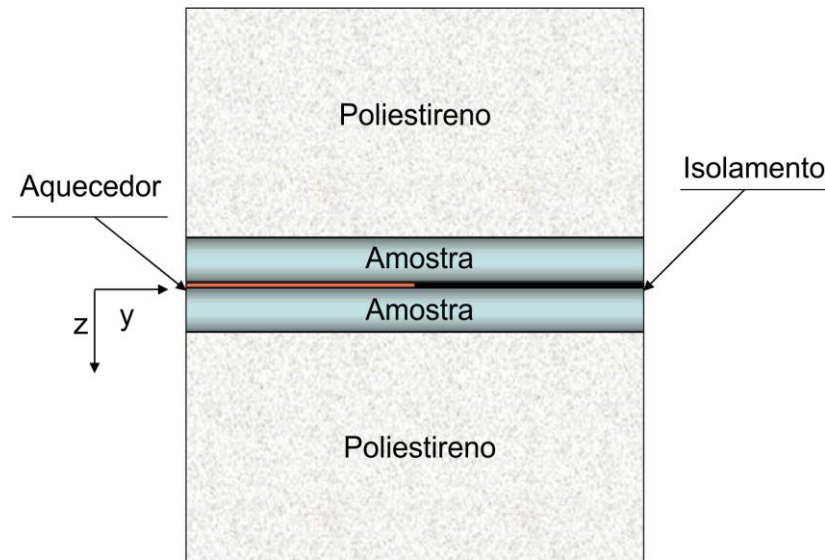


Figura 5 – Montagem simétrica do conjunto amostra, aquecedor e isolamento.

Para fornecer o fluxo de calor necessário foi utilizado um aquecedor resistivo de kapton com resistência de $15 \, \Omega$. A vantagem do uso desse tipo de aquecedor é devida a sua pequena espessura e boa maleabilidade, permitindo um aquecimento rápido e uniforme. Com a finalidade de evitar ao máximo as resistências de contato entre aquecedor e amostra, foi utilizada a pasta térmica de prata Arctic Silver 5. O aquecedor é conectado a uma fonte de alimentação Instrutemp ST 305-II, na qual são ajustados os valores de tensão e corrente para fornecer a potência necessária. Para a medição das temperaturas experimentais foi utilizado o termopar Cormel/Alumel – 30 AWG soldado por descarga capacitiva. O termopar foi localizado na coordenada $(x; y; z) = (25,0; 25,0; 9,5)$, ou seja, na base da amostra e no centro do aquecedor resistivo. O sensor de temperatura foi conectado à aquisição de dados Agilent 34980A controlado por um microcomputador. O experimento foi realizado com a temperatura da sala controlada para garantir melhores resultados.

4. RESULTADOS

Para o cálculo das distribuições de temperatura do problema direto tridimensional foi elaborado um programa computacional utilizando o método dos elementos finitos através do método de Galerkin. Foi gerada uma malha tetraédrica com 20078 elementos. As propriedades termofísicas consideradas para o aço AISI 304 foram obtidas de Carollo (2010), sendo a condutividade térmica $14,61 \, \text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ e a difusividade térmica de $3,74 \times 10^{-6} \, \text{m}^2/\text{s}$. Inicialmente a amostra se encontrava a temperatura de $19,5 \, ^\circ\text{C}$. O experimento durou por volta de 240 s, sendo que à princípio o aquecedor foi mantido desligado por 40 s e então ligado numa potência média de $2000 \, \text{W/m}^2$ até o tempo de 200 s, sendo desligado novamente.

O fluxo de calor foi estimado utilizando as técnicas TTR e Função Especificada utilizando uma análise de 55 tempos futuros para cada uma delas. No gráfico da Fig. 6 estão as temperaturas obtidas experimentalmente, no ponto de interesse, que foram utilizadas para a estimativa do fluxo de calor. O gráfico da Fig. 7 apresenta os resultados obtidos para a estimação do fluxo de calor comparando com o seu valor teórico. Observa-se que o comportamento do fluxo estimado pelas duas técnicas é praticamente o mesmo e representa bem o aporte térmico gerado pelo aquecedor resistivo. Os valores estimados do fluxo calor um pouco abaixo do valor teórico podem ser explicados pelo fato de não ser considerado a resistência elétrica dos fios utilizados no aquecedor resistivo e na montagem experimental. Além disso, mesmo utilizando uma pasta térmica de alta condutividade ainda existe uma pequena resistência de contato entre o aquecedor e a amostra.

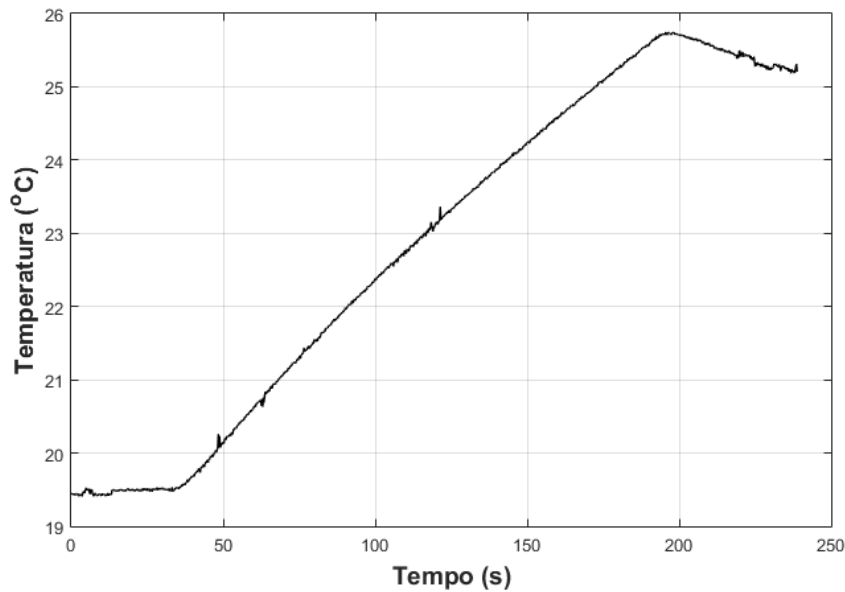


Figura 6 – Temperaturas obtidas experimentalmente ao longo do tempo.

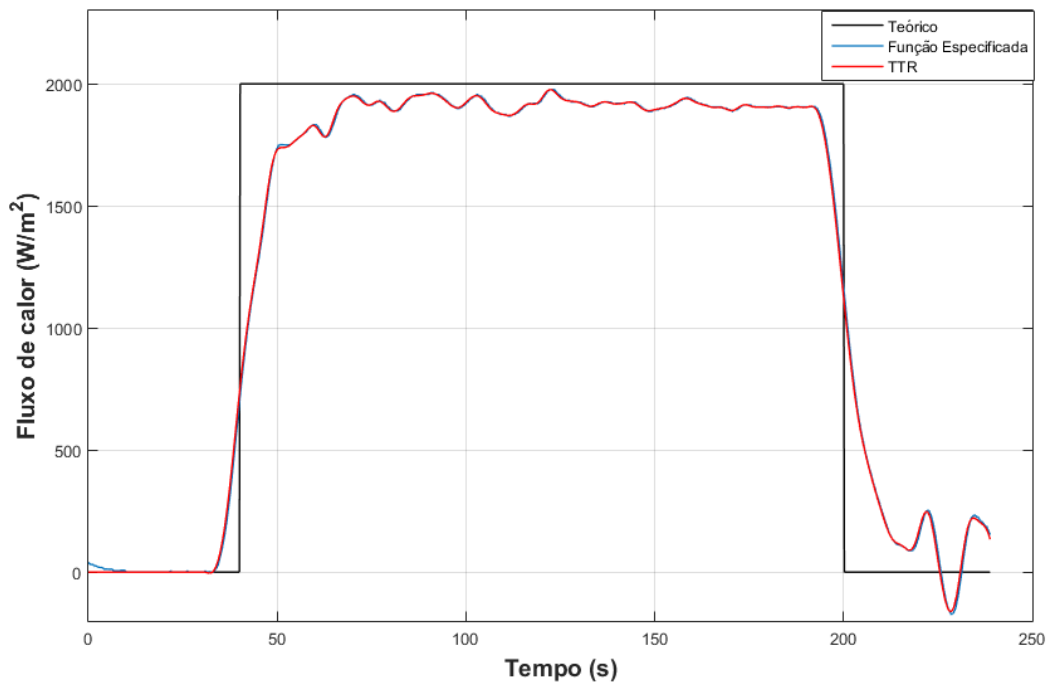


Figura 7 – Comparação entre o fluxo de calor estimado pelas técnicas TTR, Função Especificada e o teórico fornecido pelo aquecedor.

Na Fig. 6, nota-se uma quantidade grande de ruídos nos dados de temperatura experimental. Como o problema inverso é muito sensível aos dados de entrada, observa-se grande oscilação no fluxo estimado, daí a importância da regularização do problema de otimização.

O gráfico da Fig. 8 apresenta os resíduos entre os valores de fluxo obtidos pela TTR e o Método da Função Especificada. Observa-se que os resíduos são muito baixos comparados ao valor do fluxo de calor de 2000 W/m^2 , sendo maiores em regiões de maior variação, ou seja, ao ligar e desligar o aquecedor resistivo. Na região de interesse, onde o aquecedor atinge o regime permanente de trabalho, a diferença entre os fluxos é mínima, obtendo um valor médio de $1,63 \text{ W/m}^2$ com um desvio padrão de $6,34 \text{ W/m}^2$.

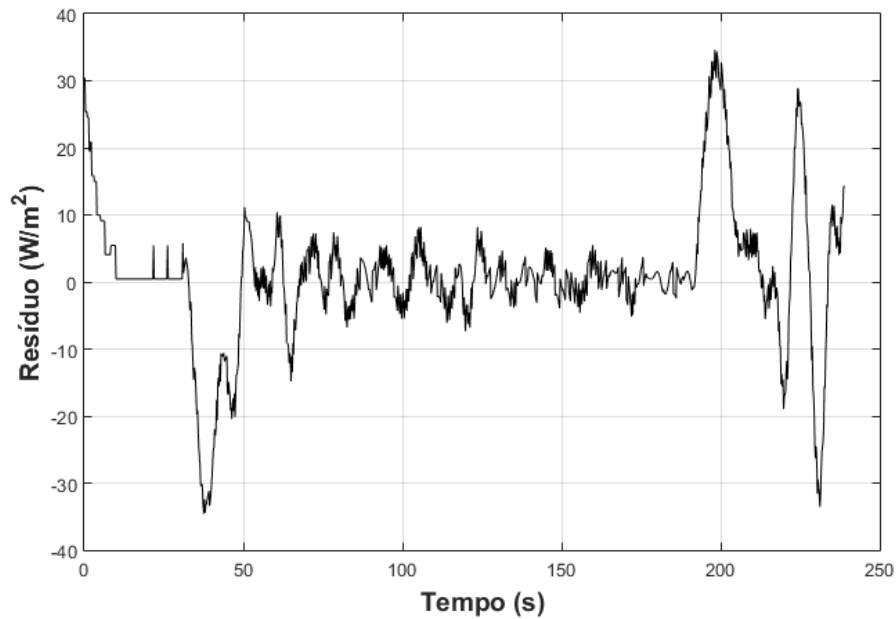


Figura 8 – Resíduo entre o fluxo estimado pela TTR e o Método da Função Especificada.

O fluxo de calor estimado pela TTR foi utilizado no programa para o cálculo do problema direto com a finalidade de comparar as temperaturas calculadas numericamente com as temperaturas experimentais. A Fig. 9 mostra a comparação entre as temperaturas calculadas pelo fluxo obtido com a TTR e as medidas pelo termopar. Os valores obtidos calculando as temperaturas pelo problema direto são muito próximos aos experimentais, possuindo maiores variações em regiões da curva de maior derivada.

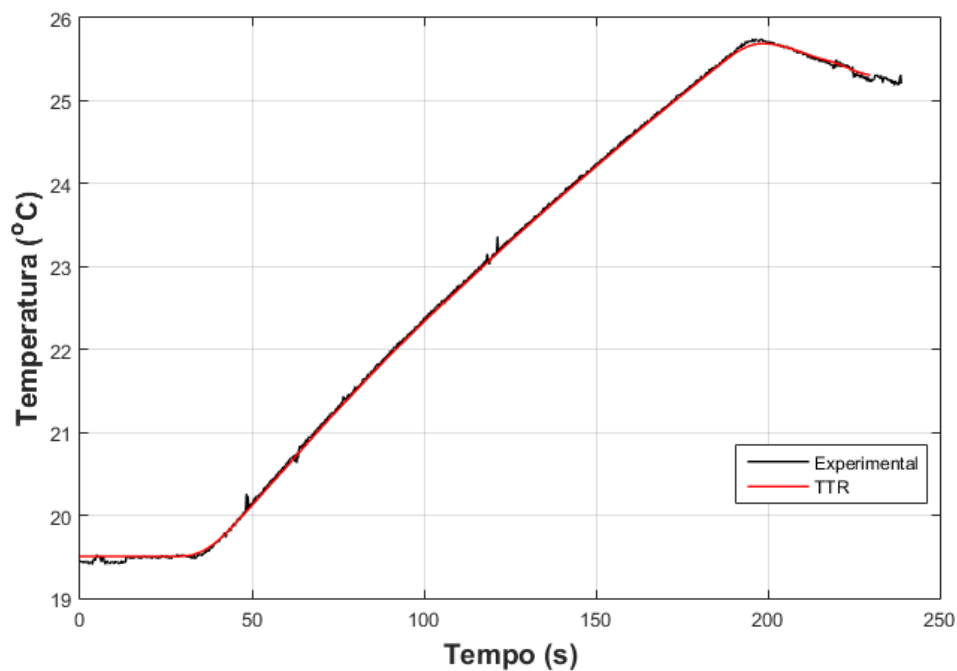


Figura 9 – Comparação entre a temperatura experimental e a calculada pelo fluxo estimado pela TTR.

Na Fig. 10 estão os resíduos obtidos entre as temperaturas calculadas pelo fluxo obtido com a TTR e as medidas experimentalmente. As diferenças entre as temperaturas são praticamente desprezíveis para aplicações comuns, chegando em um pico de 0,2 °C, mas com desvio padrão de 0,043 °C.

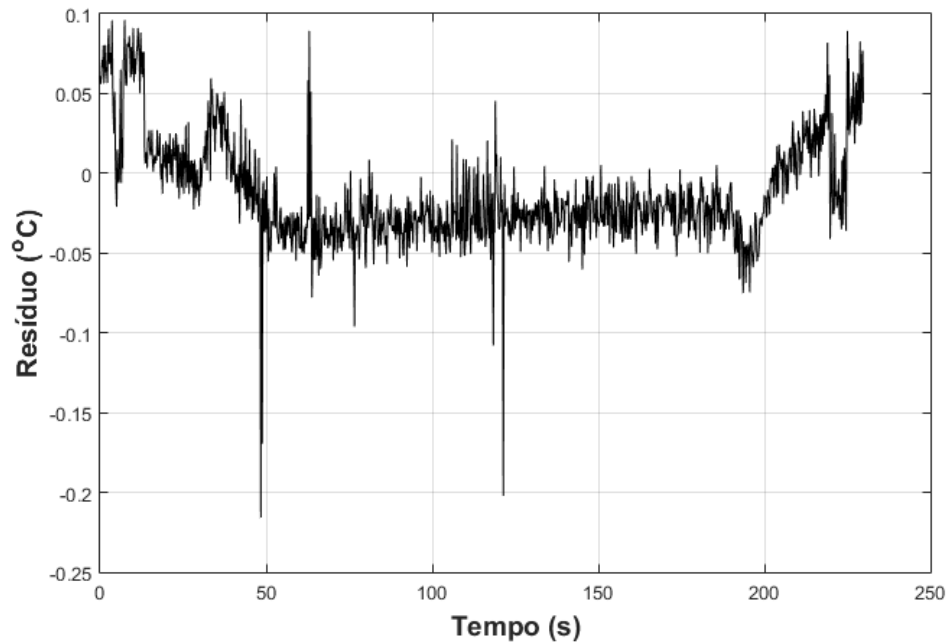


Figura 10 – Resíduo entre as temperaturas calculadas pelo fluxo estimado pela TTR e as experimentais.

Finalmente, na Fig. 11 são apresentadas as curvas de temperaturas calculadas utilizando o fluxo de calor obtido por ambas as técnicas. A diferença máxima entre as temperaturas é menor que 0,009 °C.

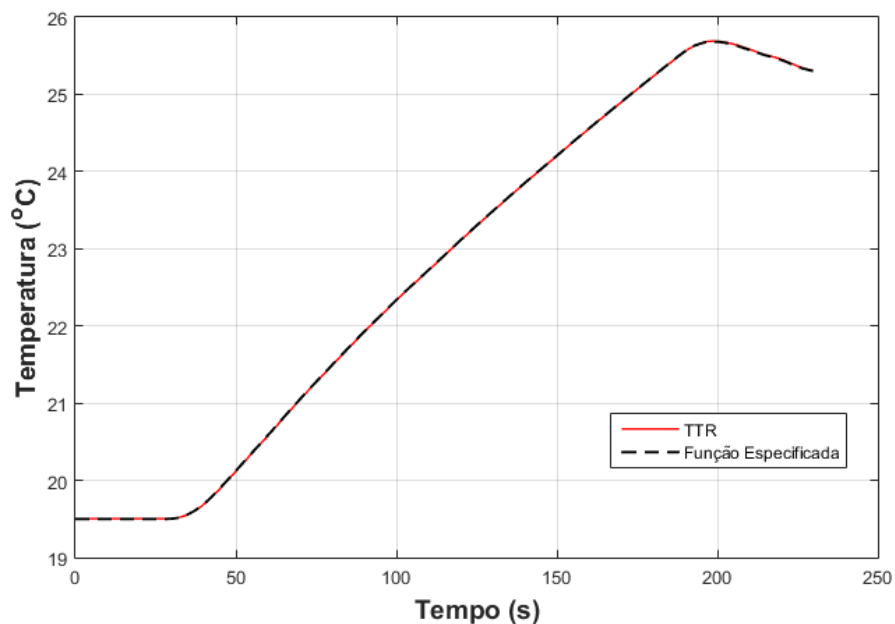


Figura 11 – Comparação entre as temperaturas calculadas utilizando os fluxos estimados pela TTR e Função Especificada.

5. CONCLUSÕES

Esse trabalho apresenta uma comparação entre duas técnicas utilizadas para a solução de problemas inversos de estimação de fluxo de calor. A fim de obter bons resultados comparativos, foram realizados experimentos no aço inoxidável AISI 304 com um fluxo de calor do tipo degrau. Foram utilizadas as temperaturas medidas experimentalmente em um ponto da amostra para realizar a estimativa do fluxo de calor pelo método proposto nesse trabalho (Seção Áurea - TTR) e o método da Função Especificada proposto por Beck *et al.* (1985). Os fluxos estimados foram comparados com o fluxo de calor teórico fornecido pelo aquecedor resistivo, mostrando valores muito próximos do esperado. Uma vez que a Função Especificada é um método consagrado na literatura, pode-se concluir que a metodologia de estimativa de fluxo TTR é confiável para estimação de fluxos de calor ou condições de contorno, já que

o resíduo entre as duas técnicas obteve um desvio de apenas 6,34 W/m². A metodologia TTR possui a vantagem de não necessitar do cálculo de derivadas numéricas para realizar a estimação do fluxo de calor, ao contrário do método da Função Especificada que necessita a determinação dos coeficientes de sensibilidade térmica. É importante ressaltar que a metodologia demonstrada nesse artigo para estimar o fluxo de calor através da Função Especificada é possível apenas para problemas de condução de calor linear e com condições de contorno de isolamento e fluxo de calor prescrito. A metodologia Seção Áurea-TTR possibilita a estimação do fluxo de calor e outros parâmetros térmicos para qualquer tipo de problema e condições de contorno.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

7. REFERÊNCIAS

- Alifanov, O.M., 1974, "Solution of an Inverse Problem of Heat Conduction by Iteration Methods", Journal of Engineering Physics, Vol. 26, pp. 471-476.
- Avriel, M., 1976, "Nonlinear Programming. Analysis and Methods", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Beck, J.V., Blackwell, B. and Clair, C.St., 1985, "Inverse Heat Conduction: Ill-posed Problems", Wiley-Interscience Publication, New York, NY.
- Gaikwad, M.N. e Deshmunh, K.C., "Thermal deflection of an inverse thermoelastic problem in a thin isotropic circular plate", Applied Mathematical Modelling 29, p.797-804.
- Huiping, L., Guoqun, Z., Shanting, N. e Yiguo, L., 2006, "Inverse heat conduction analysis of quenching process using finite-element and optimization method", Finite Elements in Analysis and Design Journal, Vol. 42, pp. 1807 – 1096.
- Radmonser, E., e Wincor, R., 1998, "Determining the inner contour of a furnace from temperature measurements", Industrial Mathematics Institute, Johannes Kepler Universität Linz, Technical Report 12.
- Stoltz Jr., G., 1960, "Numerical solution to an inverse problem of heat conduction for simple shapes", Journal of Heat Transfer", Vol. 82, No. 1, pp. 20-26.
- Tikhonov, A.N. e Arsenin, V.Y., 1977, "Solutions of Ill-Posed Problems", V. H. Winston and Sons, Washington, DC.
- Vanderplaats, G.N., 2005, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design", Vanderplaats Research and Development Inc, USA.
- Wang, L. et al., 2016, "Identification of the boundary heat transfer coefficient from interior measurement of temperature field", Applied Mathematics Letters, Vol. 63, pp. 6-13.
- Yang, Y.C., Chen, W.L. e Lee, H.L., 2011, "A Nonlinear Inverse Problem in Estimating the Heat Generation in Rotary Friction Welding", Numerical Heat Transfer – Part A, Vol. 59, pp. 130-149.

8. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

A TIME TRAVELING REGULARIZATION METHOD FOR THREE DIMENSIONAL INVERSE PROBLEMS IN HEAT CONDUCTION

Rodrigo Gustavo Dourado da Silva, rodrigodourado@hotmail.com
Elisan dos Santos Magalhães, elisan@unifei.edu.br
Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva, metrevel@unifei.edu.br

Laboratório de Transferência de Calor – LabTC, Instituto de Engenharia Mecânica – IEM, Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Campus Prof. José Rodrigues Seabra, Av. BPS, 1303, 37500-903, Itajubá, MG, Brasil.

Resumo: *The Time Traveling Regularization (TTR) is a regularization methodology for the solution of inverse problems. The TTR must be applied together with an optimization technique, for this work the Golden Section was used. One of the big advantages of the use of this methodology is the noise reduction of the outputs results on inverse problems in heat conduction. In this work, a methodology is proposed for the heat flux estimation in a three-dimensional heat conduction inverse problem. The methodology was based on the Golden Section and TTR. To validate the methodology, lab-controlled experiments were performed in a AISI 304 sample. The three-dimensional direct model was solved from the finite differences method. The heat flux was estimated through the TTR and Sequential Function Specification Method (SFSM). Both methods presented similar results with low variation between the estimated heat flux. The similarity among the obtained results and the heat flux values generated by the resistive heater, as well the low temperature residuals, validate the proposed methodology.*

Palavras-chave: *Time Traveling Regularization, Inverse Problems, Optimization, Heat Transfer, Sequential Function Specification Method.*