

Análise de Severidade de Danos através da Extrapolação de Modelos Autorregressivos

Marcus Omori Yano, marcus.omori@gmail.com¹

Samuel da Silva, samuel.silva13@unesp.br¹

Elói J. F. Figueiredo, eloi.figueiredo@ulusofona.pt²

¹Universidade Estadual Paulista - UNESP, Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Mecânica, Ilha Solteira, SP, Brasil

²Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologia - ULHT, Campo Grande, Lisboa, Portugal

Resumo: A meta deste trabalho é discutir a possibilidade de usar métodos de interpolação e extrapolação, de coeficientes de modelos autorregressivos identificados a partir de dados de vibração, visando obter informações sobre condições futuras de estruturas, na presença de algum mecanismo de dano. A partir das medidas de vibração de uma estrutura em uma condição de referência (sem dano), modelos autorregressivos com entradas exógenas (ARX) podem ser estimados, verificados e validados. Os erros de predição destes modelos podem ser usados para extração de um indicador, usando testes de hipóteses para classificação de seu estado. Se ocorrer alguma variação destes erros, um novo modelo é identificado e tem seus coeficientes comparados com o modelo de referência. A partir de uma extrapolação e interpolação com estes coeficientes, pode-se obter uma curva de tendência para o indicador capaz de prever o comportamento futuro, se a vibração e o dano se propagar da mesma forma. Para ilustrar isto, este trabalho realiza várias simulações numéricas de um oscilador linear de um grau de liberdade com método de Monte Carlo, assumindo variações de rigidez para diferentes excitações e dados experimentais de uma estrutura de laboratório. Os resultados mostram que a partir dos dados em condição de referência é possível estimar o estado futuro do sistema com confiança estatística.

Palavras-chave: Monitoramento de Integridade Estrutural, Modelos Autorregressivos, Severidade de Danos.

1. INTRODUÇÃO

A detecção de danos e a avaliação do estado estrutural de sistemas de engenharia são importantes, para evitar possíveis ocorrências de falhas e garantir segurança de operação (Santos *et al.* (2016)). Dentre as diversas formas de se verificar a condição da integridade estrutural, os métodos baseados em medição de vibrações são efetivos e usados, na prática, devido a sensibilidade na variação de propriedades de rigidez, massa e amortecimento, que resultam na variação das respostas vibratórias de estruturas (Bornn *et al.* (2016)). Existem diversos métodos de monitoramento baseados em modelos físico-matemáticos, modelos de identificação ou análise de sinais de vibração. Porém, a correlação dos dados experimentais com a identificação de modelos de predição possuem interesse prático, sendo possível avaliar a severidade da propagação de possíveis danos assim que eles são detectados, sem a necessidade imediata de parada ou suspensão da atividade para reparo.

Na literatura existem diversos trabalhos recentes, principalmente a partir da correlação e ajuste de modelos complexos como, por exemplo, aproximados pelo Método dos Elementos Finitos (Butler *et al.* (2017)) com dados de operação de vibração. Entretanto, são formulações complexas de se empregar e exigem grande conhecimento para modelar o estado e propagação de variação estrutural. A meta original deste artigo consiste em identificar um modelo mais simples e capaz de prever as respostas vibratórias de uma estrutura. Para isto, o uso de séries temporais de vibração com um modelo autorregressivo é interessante de ser investigado. A partir do monitoramento, do erro de predição deste modelo, pode-se verificar possíveis variações estruturais associados com prováveis danos. Neste cenário, um novo modelo pode ser estimado com estes dados e os coeficientes dos modelos podem ser comparados para se detectar uma possível tendência. Usando algumas ferramentas estatísticas clássicas, para análise de regressão, é possível extrapolar estes coeficientes para verificar como a severidade da variação estrutural pode se propagar.

Este artigo é dividido em sete seções, sendo inicialmente uma introdução com caráter motivador e explicando os pontos originais e novos que são tratados neste trabalho. Em seguida descreve-se brevemente a metodologia utilizada para a detecção e análise de severidade de danos. Para ilustrar o método, dois exemplos são investigados: o primeiro envolvendo uma simulação numérica estocástica em um oscilador linear com um grau de

liberdade e um exemplo com dados de vibração experimental medidos em uma estrutura. Comprova-se a possibilidade de se extrapolar, prever com confiança estatística a condição e a métrica futura indicativa de dano no primeiro caso analisado. Em seguida, realiza-se o procedimento de detecção e extrapolação dos coeficientes de modelos estimados. Por fim, são ponderadas as considerações finais e sugestões para futuros trabalhos.

2. DETECÇÃO DE DANOS

Segundo Aguirre (2004) sistemas podem ser representados através da relação entre polinômios recursivos e sinais de saída $y(k)$, entrada $u(k)$ e ruídos $\nu(k)$ resultando em modelos autorregressivos e suas variantes. Modelos autorregressivos com entradas exógenas (ARX) podem ser descritos como:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + \nu(k) \quad (1)$$

sendo os polinômios $A(q)$ e $B(q)$ de ordens n_a e n_b descritos em função do operador de atraso q^{-1} de tal maneira que:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} - \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \quad (2)$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + a_{n_b}q^{-n_b} \quad (3)$$

Modelos ARX são estimados, verificados e validados por meio das respostas temporais oriundos do sistema, com auxílio do critério de Akaike para a determinação das ordens dos modelos. Índices sensíveis à presença de danos γ podem ser determinados por meio da razão entre os desvios padrões dos erros de predição da condição desconhecida $\sigma(e_{unk})$ e o de referência $\sigma(e_{ref})$:

$$\gamma = \frac{\sigma(e_{unk})}{\sigma(e_{ref})} \quad (4)$$

Variações destes índices superiores a determinados valores limiares representam alterações nas propriedades do sistema, em consequência da presença de dano na estrutura. Assegura-se confiabilidade estatística dos índices γ através de Monte Carlo e testes de hipóteses.

O valor limiar (Λ) e teste de hipóteses asseguram 95% de confiabilidade estatística. Para a definição do valor limiar consideram-se a média e duas vezes o desvio padrão dos índices γ analisados, em consequência do nível de confiabilidade definido. Para o teste de hipóteses, considera-se como hipótese nula (H_0) os valores abaixo do valor limiar determinado e, conseqüentemente, determina-se uma condição saudável. Caso contrário, obtém-se a hipótese alternativa (H_1), e assim, caracteriza-se a presença de danos na estrutura. Isto pode ser descrito como:

$$\Lambda = \mu_{ref} \pm 2\sigma_{\gamma_{ref}} \quad (5)$$

$$\begin{cases} H_0 : \gamma < \Lambda \text{ (saudável) - Hipótese nula} \\ H_1 : \gamma \geq \Lambda \text{ (dano) - Hipótese alternativa} \end{cases} \quad (6)$$

Este trabalho propõe uma nova metodologia, para a predição do comportamento de estruturas, através da extrapolação dos coeficientes de modelos ARX. A partir dos sinais provenientes de estruturas identificam-se modelos ARX nas condições analisadas e obtém-se seus respectivos polinômios. Como consequência, tem-se conhecimento de seus coeficientes a_s e b_s para extrapolação, sendo realizado através do método de interpolação *Spline* para prever o comportamento da estrutura. Finalmente, utilizam-se os coeficientes extrapolados para estimar modelos médios e analisam-se o comportamento de seus índices γ para validar a eficiência da extrapolação utilizada.

3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Primeiramente, considera-se um oscilador linear de um grau de liberdade com redução de rigidez em 5% para simular a propagação de danos. Analisam-se as condições de referência e outras cinco com dano gradualmente sendo propagado até 25% de redução da rigidez de referência, como mostrado na Tab. 1.

Tabela 1: **Condição e redução de rigidez estrutural em relação à referência do oscilador linear.**

Condição	Referência	Dano 1	Dano 2	Dano 3	Dano 4	Dano 5
Perda de Rigidez (%)	0	5	10	15	20	25

Em seguida, investigam-se os dados provenientes de um *benchmark* do *Los Alamos National Laboratory (LANL)*¹ composta por uma estrutura de três andares sendo excitada somente em uma direção. Uma coluna e um *bumper* são posicionados em seu último andar para simular a propagação de danos através da variação da distância entre ambos componentes.

¹<http://www.lanl.gov/projects/national-security-education-center/engineering/ei-software-download/index.php>

3.1 Simulação Numérica com um Oscilador Linear

O comportamento da estrutura pode ser descrito em função de sua massa m , rigidez k e coeficiente de amortecimento c , sendo, neste caso, respectivamente iguais a 1 kg, 100 kNm e 6,325 Ns/m. Uma força com características aleatórias $f(t)$, com distribuição normal e máximo valor de 40 N é aplicada na estrutura analisada e, suas respostas resultantes são normalizadas para garantir média nula e desvio padrão unitário. São considerados como frequência de amostragem 512 Hz e 4096 amostras neste exemplo.

A partir das respostas temporais do sistema identificam-se modelos na condição de referência (sem dano). As ordens n_a e n_b do modelo ARX são determinadas através do clássico critério de Akaike, sendo este critério mostrado na Fig. 1.

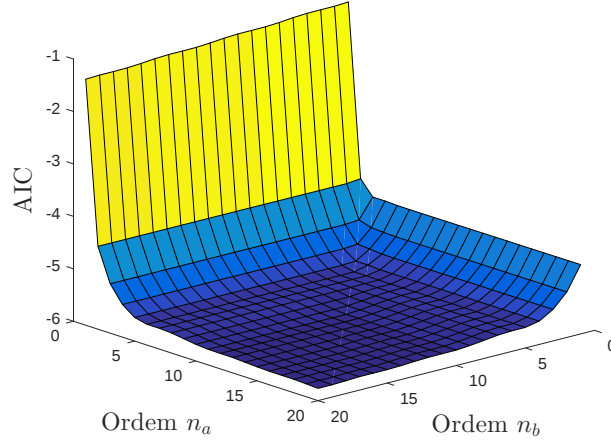
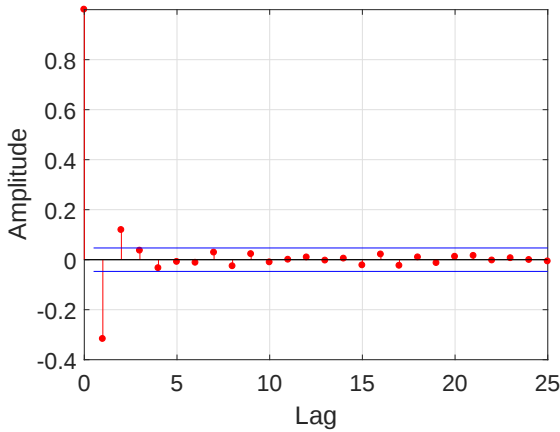
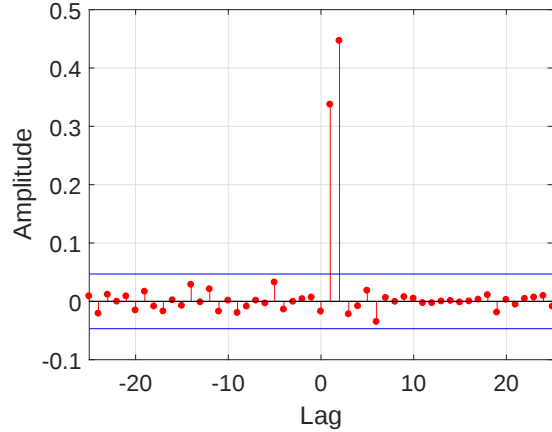


Figura 1: Critério de Akaike.

Com base na superfície obtida, pode-se assumir como as ordens do modelo ARX os valores $n_a = 2$ e $n_b = 1$ devido ao fato de ser uma simulação de um sistema de um grau de liberdade com apenas um modo. O modelo identificado é verificado e validado por meio da análise de seus resíduos ao se aplicar uma diferente força de excitação, sendo esta com características aleatórias e magnitude diferente da previamente usada durante o processo de identificação. A Fig. 2 comprova a convergência dos resíduos na faixa com 99% de confiabilidade caracterizando a validação do modelo identificado. Além disso, verifica-se também a convergência na correlação cruzada.



(a) Função de autocorrelação dos resíduos provenientes do modelo



(b) Função de correlação cruzada dos resíduos provenientes do modelo

Figura 2: Validação do modelos ARX identificado.

Inicialmente, tem-se conhecimento das condições de referência e com perda de 5% de rigidez para que, posteriormente, os modelos identificados sejam extrapolados até a condição com perda de 25% da rigidez inicial. Consideram-se 1000 simulações com adição de ruído branco nas respostas, sendo utilizados 5% do valor RMS obtido da resposta em cada caso.

Para atribuir variabilidade na análise da estrutura realizam-se 1000 simulações através do método de Monte Carlo, sendo preciso utilizar o critério de convergência quadrática média (Cataldo *et al.* (2009)) para a análise dos índices sensíveis γ , sendo determinados como:

$$Conv(n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \gamma_j^2 \quad (7)$$

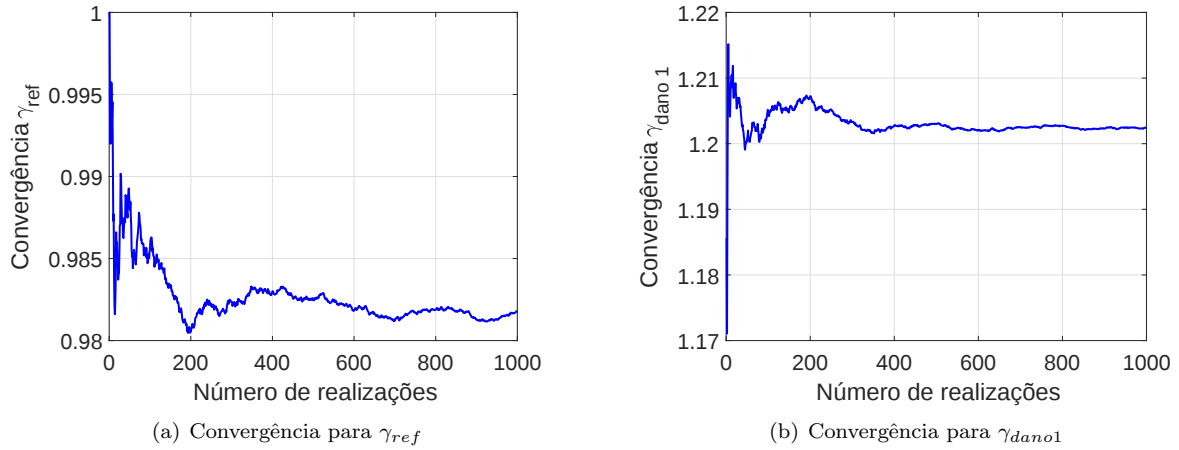


Figura 3: Critério de convergência quadrática média para Monte Carlo.

A Fig. 3 mostra uma convergência a partir de 1000 realizações. Determinam-se valores limiares com 95% de confiabilidade para as condições analisadas, em consequência das distribuições estatísticas normais dos índices γ apresentado na Fig. 4.

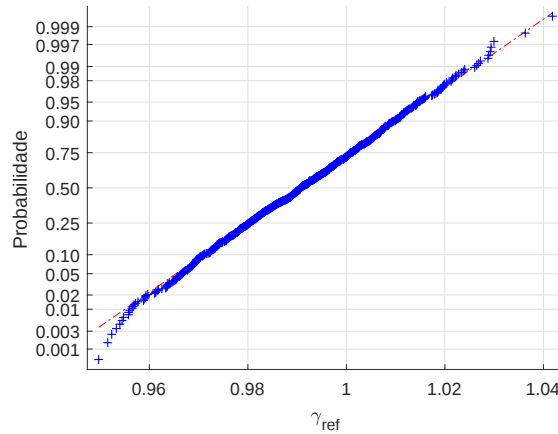


Figura 4: Distribuição de probabilidade dos índices γ .

Os índices γ obtidos para as condições de referência e com perda de 5% de rigidez são apresentados na Fig. 5, sendo constatados variações dos índices acima do valor limiar definido. Deve-se ressaltar novamente que a partir do momento em que constatarem-se alterações destes índices torna-se necessário identificar novos modelos para descrever a condição em que a estrutura se encontra.

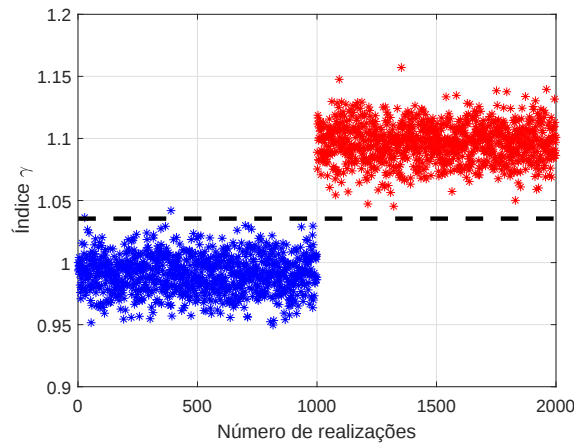


Figura 5: Detecção de danos com base nos índices γ (*) e valor limiar (—)

Durante o procedimento do método de Monte Carlo foram identificados 1000 modelos ARX com polinômios $A(q)$ e $B(q)$, sendo estimados um modelo ARX médio para cada uma das seis condições investigadas através da média destes coeficientes. A proposta deste trabalho consiste em estimar um modelo médio na condição com perda de 25% de rigidez através da extrapolação dos coeficientes a partir das duas primeiras condições da estrutura. Os coeficientes obtidos analiticamente e extrapolados são mostrados na Fig. 6, sendo que ambos coeficientes a_2 e b_1 possuem variações mínimas durante a redução de rigidez. Por fim, oculta-se a curva de tendência do coeficiente b_1 em razão de sua grandeza ser irrelevante.

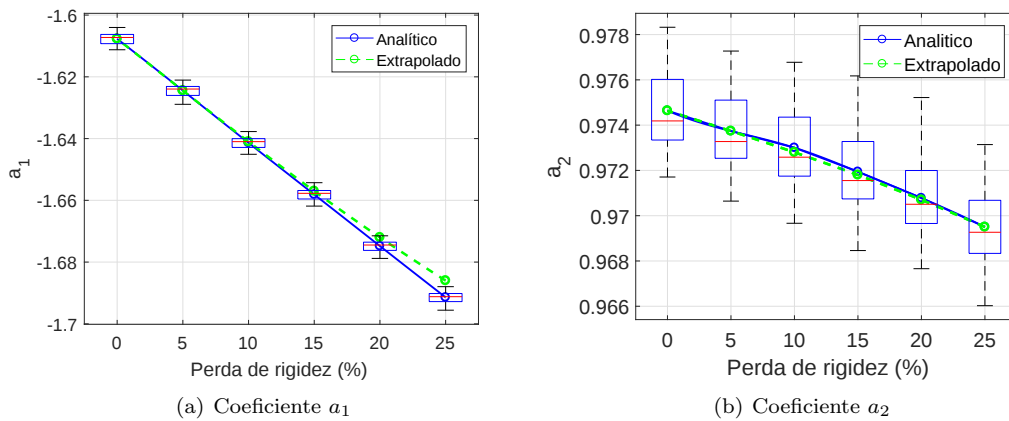


Figura 6: Determinação dos coeficientes do modelo.

A partir dos coeficientes obtidos na condição com perda de 25% de rigidez através da extrapolação, pode-se estimar e simular um modelo ARX médio nas mesmas condições citadas inicialmente neste trabalho. Após obter os índices γ e assegurar sua convergência, comparam-se seus valores com os índices γ obtidos analiticamente como mostrado na figura 7.

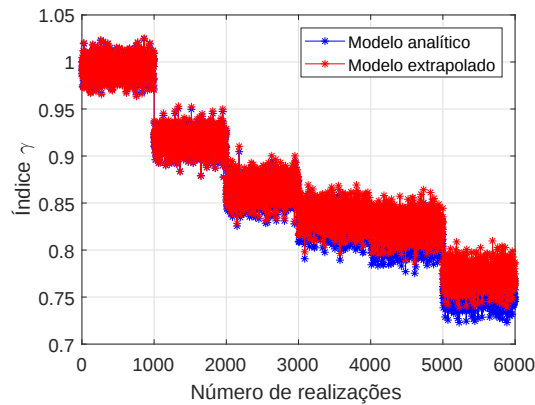


Figura 7: Análise de severidade de danos com base na extrapolação dos índices γ

A minimização da dispersão dos índices γ nas condições com perda de rigidez comprova o desempenho apropriado dos modelos estimados, sendo obtidos menores dispersões dos erros de predição nas condições em que foi identificado. A extrapolação dos coeficientes ocorre de maneira adequada ao se observar diferenças mínimas entre ambas as curvas obtidas analiticamente e de maneira extrapolada.

3.2 Exemplo Experimental

A estrutura investigada é composta por três andares com placas e colunas de alumínio conectadas por juntas parafusadas. Pode-se descrevê-la através de um sistema com quatro graus de liberdade, em consequência da estrutura estar posicionada sobre um trilho que limita seu deslocamento somente em uma direção.

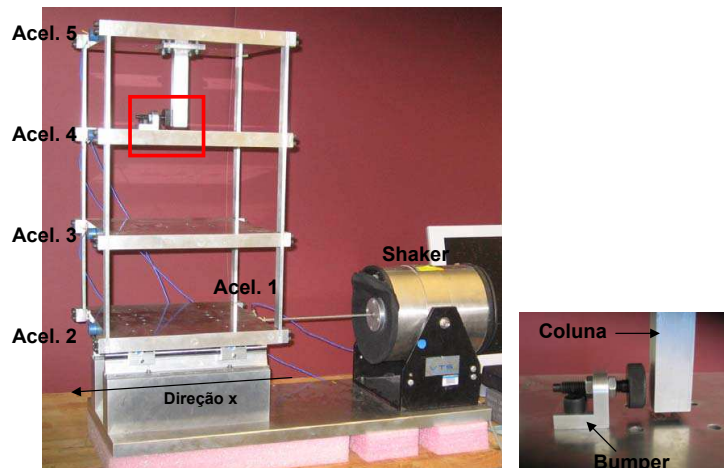


Figura 8: Estrutura do tipo pórtico de três andares ²

²http://www.lanl.gov/projects/national-security-education-center/engineering/ei-software-download/downloads/4-dof-nonlinearity/4DOF_Description.pdf

No último andar posicionam-se um *bumper* e uma coluna com o intuito de simular a propagação de danos, através da variação de distância (folga) nas condições com folga de 0.15 mm, 0.13 mm e 0.10 mm.

A aquisição de dados da estrutura utiliza um excitador para excitar a base do sistema, com sinais de características aleatórias e banda de frequências limitada entre 20-150 Hz. Quatro acelerômetros são colocados no lado oposto à excitação em todos andares para medir suas respostas. Em cada uma das condições analisadas foram realizadas nome medidas com frequência de amostragem de 322,58 Hz e 8192 amostras. Em razão da reduzida quantidade de dados, reestruturam-se os sinais em oito seções com 1024 amostras nas condições investigadas.

A determinação das ordens n_a e n_b do modelo ARX é realizada novamente através do critério de Akaike mostrado na Fig. 9, sendo definidos $n_a = 18$ e $n_b = 1$.

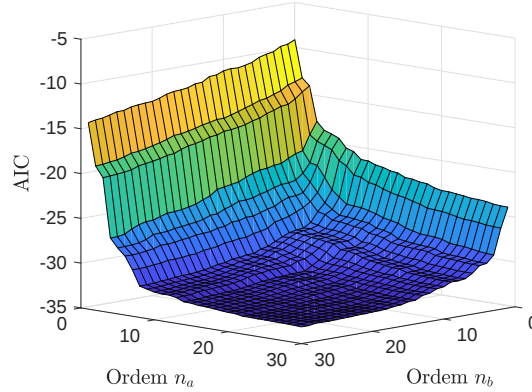
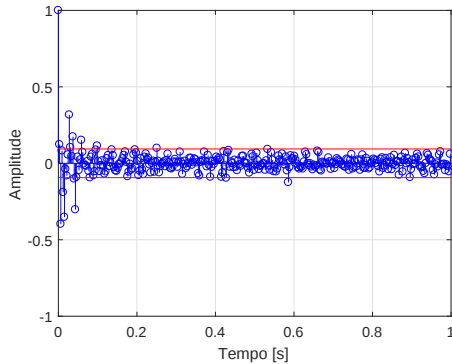
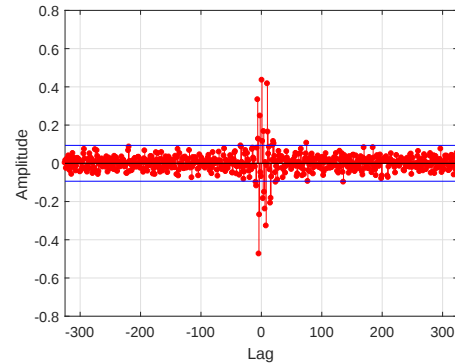


Figura 9: Critério de Akaike para estrutura.

Para sua validação, verificam-se as convergências das funções de autocorrelação e correlação cruzada dos resíduos provenientes do modelo, ao se utilizar um sinal diferente do utilizado para sua identificação, sendo usada neste caso uma outra medida na condição de referência.



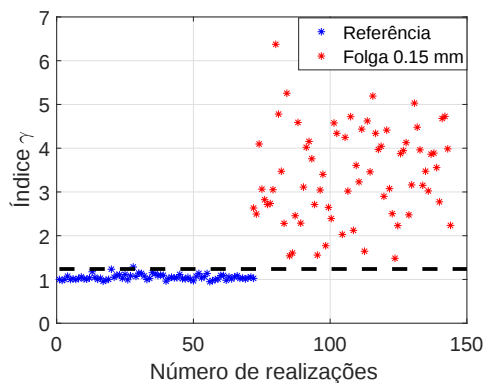
(a) Função de autocorrelação para acelerômetro 2.



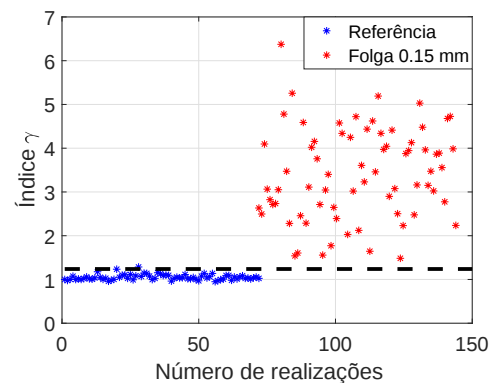
(b) Função de correlação cruzada para acelerômetro 2.

Figura 10: Funções de autocorrelação dos resíduos do modelo para o acelerômetro 2.

Ao se observar as funções de autocorrelação e correlação cruzada dos acelerômetros mostrados nas Fig. 10 validam-se os modelos. Não são apresentados as outras funções, dos outros acelerômetros, em função das similaridades das mesmas. O procedimento de detecção de danos é novamente realizado através dos índices γ , determinados em função dos erros de predição dos modelos identificados.



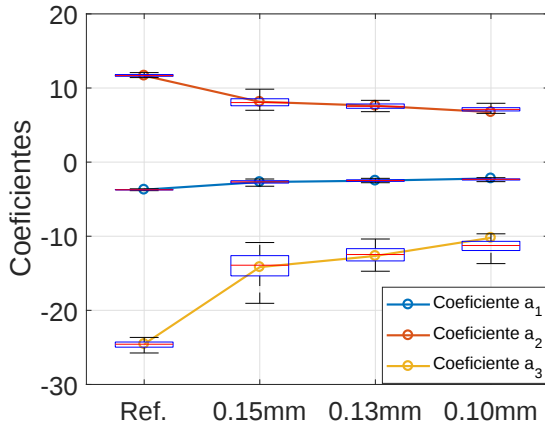
(a) Índices γ para acelerômetro 4.



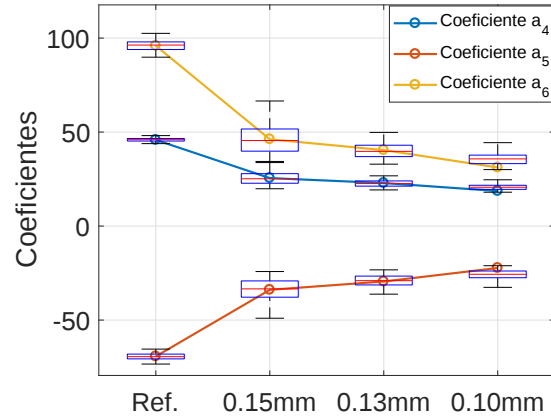
(b) Índices γ extrapolado para acelerômetro 5.

Figura 11: Detecção de danos com base nos índices γ e valor limiar (—)

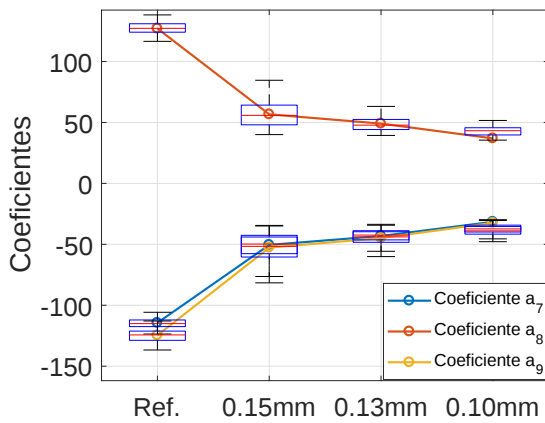
Os índices γ dos acelerômetros 4 e 5 são apresentados na Fig. 11, sendo desconsiderados os dois primeiros acelerômetros, em razão da ineficiência da detecção de danos devido a localização do dano na estrutura e acelerômetros. Finalmente, ao se ter conhecimento da presença de danos na estrutura pode-se extrapolar os coeficientes dos modelos até a condição com folga de 0,10 mm, como mostrado na Fig. 12.



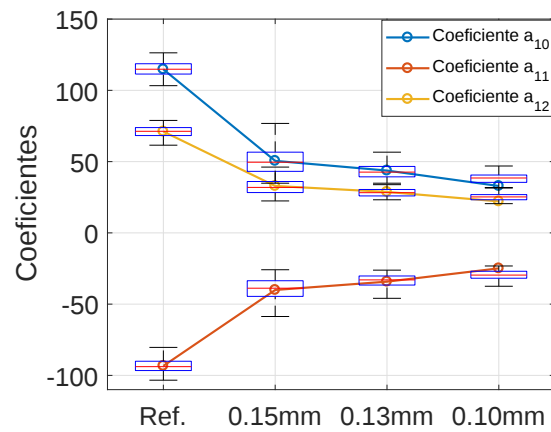
(a) Extrapolação dos coeficientes a_1 - a_3 para acelerômetro 4.



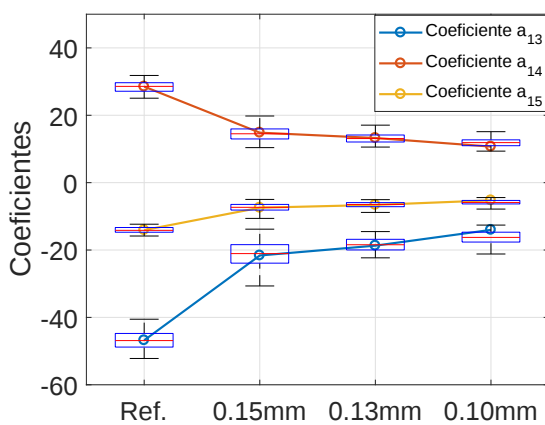
(b) Extrapolação dos coeficientes a_4 - a_6 para acelerômetro 4.



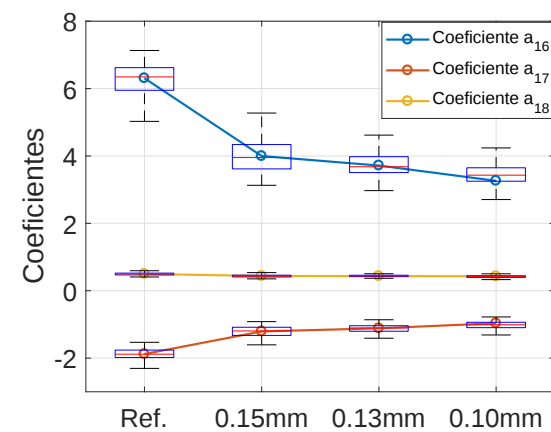
(c) Extrapolação dos coeficientes a_7 - a_9 para acelerômetro 4.



(d) Extrapolação dos coeficientes a_{10} - a_{12} para acelerômetro 4.



(e) Extrapolação dos coeficientes a_{13} - a_{15} para acelerômetro 4.



(f) Extrapolação dos coeficientes a_{16} - a_{18} para acelerômetro 4.

Figura 12: Extrapolação dos coeficientes para acelerômetro 4.

O procedimento de extrapolação é realizado novamente através do método de *Splines* para a extrapolação dos coeficientes nas condições de referência e de folga 0.15 mm até a condição com folga de 0.10 mm, sendo este o mais crítico. A análise dos coeficientes dos acelerômetros 2 e 3 são desconsiderados devido a ineficiência do procedimento de detecção de danos e por apresentarem variações mínimas à medida em que se alteram as distâncias entre o *bumper* e coluna.

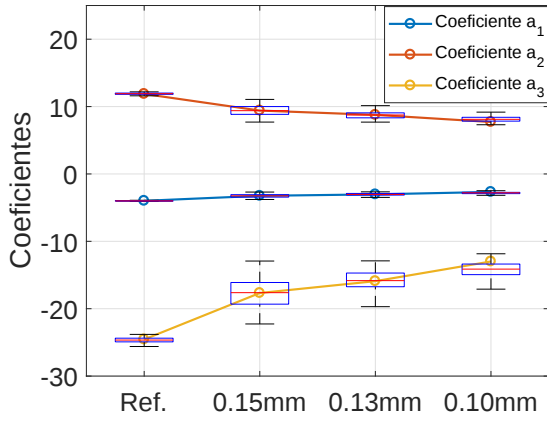
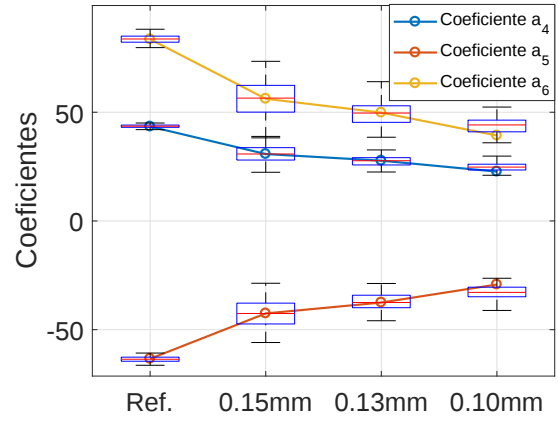
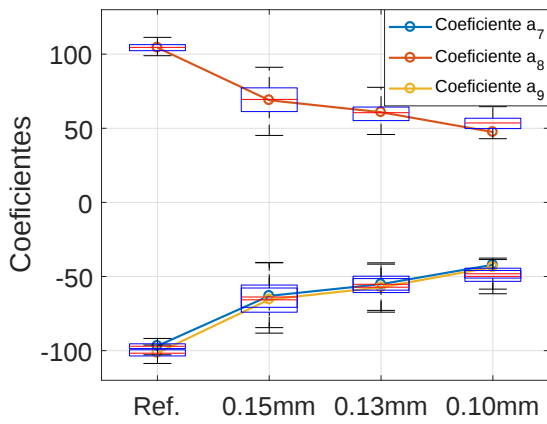
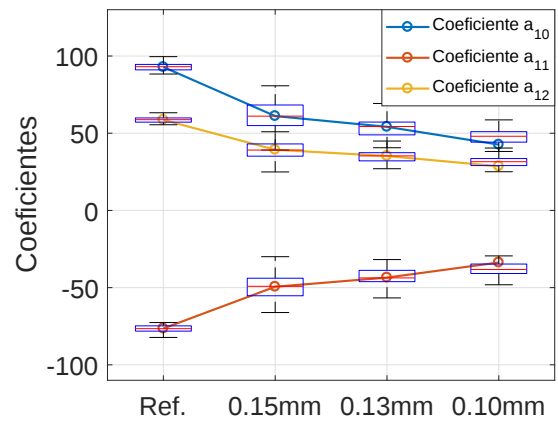
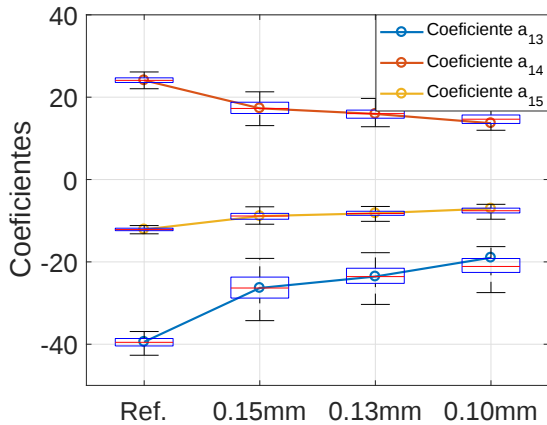
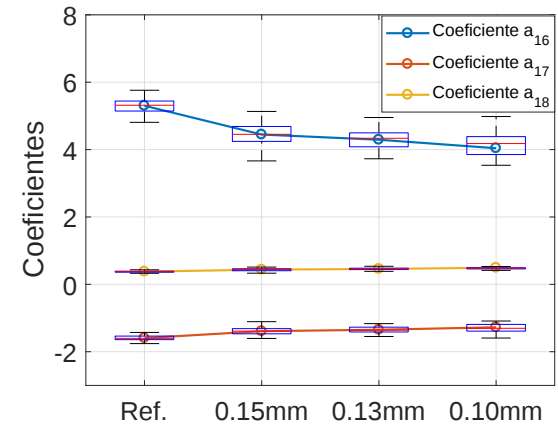
(a) Extrapolação dos coeficientes a_1 - a_3 para acelerômetro 5.(b) Extrapolação dos coeficientes a_4 - a_6 para acelerômetro 5.(c) Extrapolação dos coeficientes a_7 - a_9 para acelerômetro 5.(d) Extrapolação dos coeficientes a_{10} - a_{12} para acelerômetro 5.(e) Extrapolação dos coeficientes a_{13} - a_{15} para acelerômetro 4.(f) Extrapolação dos coeficientes a_{16} - a_{18} para acelerômetro 5.

Figura 13: Extrapolação dos coeficientes para acelerômetro 5.

Ao se observar as Fig. 12 e Fig. 13, verifica-se a convergência de todos os coeficientes dentro dos limites obtidos durante a etapa de identificação dos modelos ARX. Portanto, obtém-se convergência dos coeficientes independentemente das variações obtidas durante o processo de identificação dos modelos e, assim, podem ser identificados modelos apropriados para a caracterizar a dinâmica do sistema.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho procurou investigar a possibilidade de se extrapolar os coeficientes de modelos ARX para a análise de severidade de danos em estruturas. Primeiramente, analisa-se um oscilador linear com um grau de liberdade, sendo utilizadas suas respostas temporais para a identificação, verificação e validação dos modelos ARX. Reduz-se a rigidez do sistema gradativamente para simular a propagação de danos. O procedimento de

detecção é realizado através de índices definidos pelos erros de predição dos modelos. No processo de análise de severidade utilizam-se as médias dos coeficientes dos modelos identificados, inicialmente, juntamente com o método de interpolação *Spline* para a determinação de uma curva de tendência destes coeficientes, e realiza-se a predição de maneira satisfatória ao constatar a minimização dos erros de predição na condição em que foi estimado.

Na segunda etapa deste trabalho analisa-se uma estrutura de três andares com uma coluna de alumínio e *bumper* localizados em seu último andar. Preliminarmente, realiza-se o procedimento de detecção de danos, sendo este caracterizado pela variação de distância entre ambos componentes. Identificam-se, verificam-se e validam-se modelos ARX na condição de referência e, novamente, utilizam-se as variações dos erros de predição destes modelos para a determinação de indicadores de danos no sistema. Extrapolam-se os coeficientes de maneira apropriada, sendo observadas sua convergência independentemente das variações obtidas durante o processo de identificação dos modelos. Nos trabalhos futuros tem-se como objetivo realizar o procedimento de prognóstico na tentativa de prever o comportamento da integridade estrutural.

5. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece a sua bolsa de mestrado da CAPES e o apoio do PPGEM/UNESP/Ilha Solteira. O segundo autor agradece o apoio do CNPq.

6. REFERÊNCIAS

- Aguirre, L.A., 2004. *Introdução a identificação de sistemas - Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Editora UFMG.
- Bornn, L., Farrar, C.R., Higdon, D. and Murphy, K.P., 2016. "Modeling and diagnosis of structural systems through sparse dynamic graphical models". *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 74, pp. 133 – 143. ISSN 0888-3270. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.11.005>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327015005014>. Special Issue in Honor of Professor Simon Braun.
- Butler, L.J., Xu, J., He, P., Gibbons, N., Dirar, S., Middleton, C.R. and Elshafie, M.Z., 2017. "Robust fibre optic sensor arrays for monitoring early-age performance of mass-produced concrete sleepers". *Structural Health Monitoring*, Vol. 0, No. 0, p. 1475921717714615. doi:10.1177/1475921717714615. URL <https://doi.org/10.1177/1475921717714615>.
- Cataldo, E., Soize, C., Sampaio, R. and Desceliers, C., 2009. "Probabilistic modeling of a nonlinear dynamical system used for producing voice". *Computational Mechanics*, Vol. 43, No. 2, pp. 265–275. ISSN 1432-0924. doi:10.1007/s00466-008-0304-0. URL <https://doi.org/10.1007/s00466-008-0304-0>.
- Santos, A., Figueiredo, E., Silva, M., Sales, C. and Costa, J., 2016. "Machine learning algorithms for damage detection: Kernel-based approaches". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 363, pp. 584 – 599. ISSN 0022-460X. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.11.008>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X15009049>.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAIS

O(s) autor(es) é(são) o(s) único(s) responsável(is) pelo conteúdo deste trabalho.

Analysis of Damage Severity through Extrapolation of Autoregressive Models

Marcus Omori Yano, marcus.omori@gmail.com¹

Samuel da Silva, samuel@dem.feis.unesp.com¹

Elói J. F. Figueiredo, eloi.figueiredo@ulusofona.pt²

¹UNESP - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Av. Brasil 56, 15385-000, Ilha Solteira - SP, Brasil

²Universidade Lusófona, Campo Grande - Lisboa, Portugal

Abstract: *The main purpose of this work is to discuss the possibility of using interpolation and extrapolation methods, coefficients of autoregressive models identified from vibration data, in order to obtain information on future conditions of structures, in the presence of some mechanism of damage. Autoregressive models with exogenous inputs (ARX) can be estimated, verified and validate using vibration measurements from a structure in a reference condition (no damage). The prediction errors of these models can be used to extract an indicator, using hypothesis tests to classify its state. A new model is identified if any variation of these errors occurs and has its coefficients compared to the reference model. It is possible to obtain a trend curve for the indicator capable of predicting future behavior, if the vibration and damage propagate in the same way using extrapolation and interpolation with these coefficients. To illustrate this, this paper performs several numerical simulations of a linear oscillator of a degree of freedom with Monte Carlo method, assuming variations of stiffness for different excitations and experimental data of a laboratory structure. The results show that from the data in reference condition, it is possible to estimate the future state of the system with statistical confidence.*

Keywords: *Structural Health Monitoring, Autoregressive Models, Severity Analysis.*