

COMPORTAMENTO DINÂMICO LINEAR DE PONTES COM VEÍCULOS EM MOVIMENTO

Diego Gabriel Metz, metz@ufpr.br¹

Roberto Dalledone Machado, rdm@ufpr.br²

Marcos Arndt, arndt@ufpr.br³

Carlos Eduardo Rossigali, carlos.rossigali@ufpr.br⁴

¹²³Universidade Federal do Paraná (UFPR), Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE), Área de Concentração em Mecânica Computacional, Rua Coronel Francisco Heráclito dos Santos, 210, CEP: 81531-990, Curitiba – PR, Brasil.

⁴Universidade Federal do Paraná (UFPR), Centro de Estudos do Mar (CEM), Avenida Beira-Mar, s/n, CEP: 83255-976, Pontal do Paraná – PR, Brasil.

Resumo: Conforme as normas brasileiras de projetos, os esforços solicitantes oriundos do tráfego em pontes rodoviárias podem ser obtidos através do modelo estrutural submetido a carregamentos estáticos equivalentes majorados, a fim de considerar os efeitos dinâmicos, provenientes da interação entre veículo e estrutura. No entanto, este procedimento não reproduz a ação real do tráfego de veículos nas pontes rodoviárias e ocasionalmente pode gerar resultados conservadores. Ao admitir as análises dinâmicas em modelos lineares, obtêm-se resultados que oscilam em torno da resposta estática estrutural. Tendo em vista o desenvolvimento de novos modelos de cargas móveis para representar adequadamente a ação do tráfego real, este trabalho procura avaliar as respostas de um modelo de veículo com 4 graus de liberdade e sua interação dinâmica com uma ponte. No modelo de ponte rodoviária são usados elementos finitos da viga de Euler-Bernoulli, com o amortecimento estrutural determinado pelo método de Rayleigh. A presença de irregularidades na pista tem uma grande relevância nas respostas dinâmicas da estrutura, assim consideram-se funções do tipo harmônicas senoidais para representar tais irregularidades. A solução numérica da equação diferencial de movimento do sistema veículo-ponte, obtida através do equilíbrio dinâmico linear, é calculada por meio do método de Newmark. Para a análise dinâmica linear dos sistemas, são desenvolvidas rotinas computacionais em linguagem de programação Python.

Palavras-chave: Modelagem Computacional Veicular, Dinâmica Veicular, Interação Dinâmica, Método dos Elementos Finitos, Ponte Rodoviária.

1. INTRODUÇÃO

No Brasil, assim como em outros países, o desenvolvimento do tráfego de veículos tem se caracterizado pela multiplicidade de configurações dos veículos, tais como o acréscimo de peso, velocidade e volume de tráfego. À medida que o volume ou a tipologia do tráfego de veículos sofre alteração com maior pertinência, uma questão relevante é saber se as pontes e os pavimentos rodoviários estão aptos a suportar o tráfego atual de veículos comerciais, uma vez que não foram projetados para tais circunstâncias (Rossigali, 2013).

A adoção de um coeficiente de impacto, proveniente das normas de ponte e fundamentado geralmente em aspectos geométricos, tal qual a dimensão do vão, para a consideração dos efeitos dinâmicos através de solicitações estáticas equivalentes, mostra-se, por vezes, insatisfatória para atender, em serviço, os critérios de vibrações e deformações excessivas ou, até mesmo, acarretando na redução da margem de segurança e estabilidade da estrutura (Melo, 2007).

O comportamento dinâmico das estruturas de pontes submetidas à passagem de veículos vem sendo tratado sob diversas concepções que vão desde verificações experimentais e teóricas até modelagens computacionais. Os primeiros modelos de veículo para o estudo da resposta dinâmica de pontes foram os modelos de carga móvel, massa móvel e massa móvel suspensa (Timoshenko, 1922; Lowan, 1935; Frýba, 1972). Com o avanço da tecnologia computacional e, principalmente com o emprego do método dos elementos finitos (MEF), o estudo de vibrações em pontes tornou-se mais sofisticado.

Frýba (1996) apresentou um estudo completo sobre os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias e os parâmetros que mais influenciam as respostas. Os efeitos foram avaliados na direção vertical e na direção transversal da estrutura.

Para modelos mais complexos, onde foram levados em conta as irregularidades de natureza aleatória do pavimento, Melo (2007) obteve fatores de amplificação dinâmica resultantes da passagem de veículos monolíticos de 3 eixos, avaliados sob diversas condições de pavimento, velocidade, peso e possibilidade de obstáculos na pista.

Nesse sentido, este trabalho tem por objetivo avaliar as respostas dinâmicas a partir da interação desacoplada entre veículo e ponte rodoviária, empregando um modelo matemático veicular com 4 graus de liberdade e elementos finitos da viga de *Euler-Bernoulli*.

2. MODELOS MATEMÁTICOS

Nesta seção são apresentados os fundamentos teóricos e os modelos matemáticos desenvolvidos para as simulações computacionais.

2.1. Modelo Veicular com Irregularidade Acoplada

O modelo computacional implementado considera a passagem de um veículo composto pela associação de 3 corpos rígidos conectados em sistemas de suspensões, em que cada sistema de suspensão é formado por uma mola elástica linear e um amortecedor com comportamento viscoso linear.

Os corpos rígidos são projetados de maneira indeformável. No entanto, os efeitos de amortecimento e rigidez das rodas são contemplados através de outros sistemas de suspensões. Em outras palavras, são considerados os efeitos dinâmicos lineares de problemas de contato. O modelo matemático do veículo monolítico pode ser encontrado em Almeida (2006), Melo (2007) e Mendonça (2009).

O modelo veicular possui 4 graus de liberdade: o deslocamento vertical u_v e a rotação θ_v do corpo principal, e os deslocamentos verticais u_{r1} e u_{r2} das duas rodas. A Figura 1 ilustra o modelo do veículo.

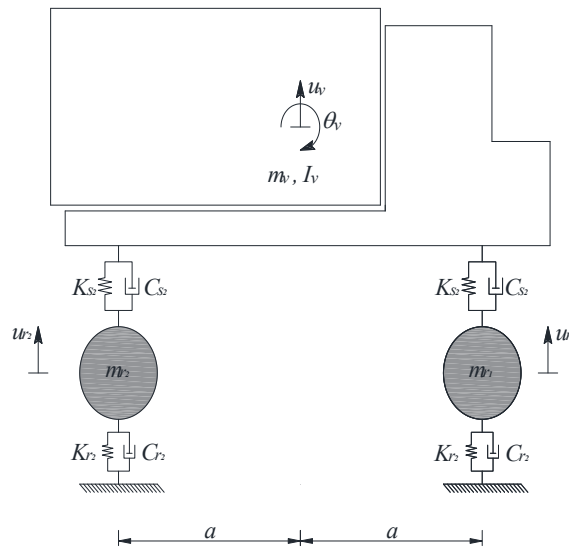


Figura 1. Modelo de veículo.

Os parâmetros globais do modelo são a massa do corpo principal, m_v e o momento de inércia, I_v , a massa da roda dianteira, m_{r1} e a massa da roda traseira, m_{r2} , as grandezas de rigidez da mola (K_{s1} , K_{s2} , K_{r1} e K_{r2}) e os coeficientes de amortecimento dos amortecedores para a suspensão do veículo (C_{s1} , C_{s2} , C_{r1} e C_{r2}).

Para a dedução das equações de movimento do veículo utiliza-se como base o princípio de *D'Alembert*, onde é realizado um equilíbrio dinâmico de forças considerando-se as forças de inércia que aparecem no sistema conforme sugerido por Goldstein *et al.* (2002). Assim, considerando o equilíbrio dinâmico do veículo, a equação governante pode ser escrita como

$$[M_V]\{\ddot{u}_V\} + [C_V]\{\dot{u}_V\} + [K_V]\{u_V\} = \{F_V(t)\} \quad (1)$$

onde $[M_V]$, $[C_V]$ e $[K_V]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do veículo, $\{\ddot{u}_V\}$, $\{\dot{u}_V\}$ e $\{u_V\}$ representam os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do modelo com 4 graus de liberdade e, finalmente, $\{F_V(t)\}$ representa o vetor de forças externas.

A avaliação do efeito de inércia do veículo em movimento é obtida através de simulações numéricas utilizando o Método de *Newmark* (Montoya, 2009).

O veículo ao atravessar a ponte com velocidade v , devido a sua ação dinâmica, excita a estrutura. Tal excitação é ocasionada pelo efeito inercial do corpo principal em consequência das irregularidades da via, representadas por $y(t)$. Assim têm-se as forças resistivas elásticas e amortecedoras exercidas pelos dispositivos de mola e amortecedor em cada ponto i de contato entre os pneus do veículo e o pavimento aderente à superfície da estrutura.

Desta forma, a equação de movimento que rege o problema pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} m_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{r_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{r_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_v \\ \ddot{\theta}_v \\ \ddot{u}_{r_1} \\ \ddot{u}_{r_2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (C_{s_1} + C_{s_2}) & (C_{s_1} - C_{s_2})a & -C_{s_1} & -C_{s_2} \\ (C_{s_1} - C_{s_2})a & (C_{s_1} + C_{s_2})a^2 & -C_{s_1}a & C_{s_2}a \\ -C_{s_1} & -C_{s_1}a & (C_{s_1} + C_{r_1}) & 0 \\ -C_{s_2} & C_{s_2}a & 0 & (C_{s_2} + C_{r_2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_v \\ \dot{\theta}_v \\ \dot{u}_{r_1} \\ \dot{u}_{r_2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (K_{s_1} + K_{s_2}) & (C_{s_1} - C_{s_2})a & -K_{s_1} & -K_{s_2} \\ (K_{s_1} - K_{s_2})a & (C_{s_1} + C_{s_2})a^2 & -K_{s_1}a & K_{s_2}a \\ -K_{s_1} & -K_{s_1}a & (K_{s_1} + K_{r_1}) & 0 \\ -K_{s_2} & K_{s_2}a & 0 & (K_{s_2} + K_{r_2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_v \\ \theta_v \\ u_{r_1} \\ u_{r_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_{r_1}\dot{y}_1(t) + K_{r_1}y_1(t) \\ C_{r_2}\dot{y}_2(t) + K_{r_2}y_2(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Para caracterizar as irregularidades da via são empregadas funções harmônicas senoidais (Frýba, 2001), desta forma

$$y(t) = A \sin\left(\frac{2\pi v}{l}t\right) \quad (3)$$

em que v representa a velocidade do veículo, A e l são, respectivamente, a amplitude e o comprimento da onda senoidal.

O modelo numérico considera a passagem do veículo com 4 graus de liberdade sobre a superfície da estrutura e transmite os esforços gerados entre o veículo e irregularidade de forma desacoplada para a análise dinâmica linear, ou seja, os efeitos dinâmicos da ponte não afetam as forças provocadas entre o acoplamento do veículo em trânsito e as irregularidades (Abeche, 2015). Neste sentido, os vetores de forças provenientes pelo contato entre o veículo e o pavimento são definidos por

$$\{F_{r_i}(t)\} = \left(\frac{m_v}{2} + m_{r_i}\right)g - C_{r_i}[\dot{u}_{r_i}(t) - \dot{y}_i(t)] - K_{r_i}[u_{r_i} - y_i(t)] \quad (4)$$

onde g é a aceleração da gravidade.

2.2. Modelo Matemático da Ponte Rodoviária

O modelo adotado no presente trabalho está baseado no proposto por Yang e Yau (1997), considerando pontes de seções transversais constantes sem variação da inércia.

Como pode ser apurado na literatura clássica (Soriano, 2009; Bathe, 1996 e Chopra, 1995), para a modelagem da ponte utilizam-se elementos finitos unidimensionais de viga de *Euler-Bernoulli*. Particulariza-se o presente modelo ao elemento de viga com quatro deslocamentos nodais de coordenada dimensional x , e cujas matrizes elementares de rigidez e de massa são dadas, respectivamente, por

$$[M_e] = \rho A L_e \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & \frac{11L_e}{210} & \frac{9}{70} & -\frac{13L_e}{420} \\ \frac{11L_e}{210} & \frac{L_e^2}{105} & \frac{13L_e}{420} & \frac{3L_e^2}{420} \\ \frac{9}{70} & \frac{13L_e}{420} & \frac{13}{35} & -\frac{11L_e}{210} \\ -\frac{13L_e}{420} & -\frac{3L_e^2}{420} & -\frac{11L_e}{210} & \frac{L_e^2}{105} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[K_e] = \frac{EI}{L_e} \begin{bmatrix} \frac{12}{L_e^2} & \frac{6}{L_e} & -\frac{12}{L_e^2} & \frac{6}{L_e} \\ \frac{6}{L_e} & 4 & -\frac{6}{L_e} & 2 \\ -\frac{12}{L_e^2} & -\frac{6}{L_e} & \frac{12}{L_e^2} & -\frac{6}{L_e} \\ \frac{6}{L_e} & 2 & -\frac{6}{L_e} & 4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

em que os parâmetros geométricos L_e , A e I , representam respectivamente o comprimento do elemento, a área de seção transversal e o momento de inércia, enquanto as grandezas físicas ρ e E são, respectivamente, a massa específica e o módulo de elasticidade do material.

Os esforços externos aplicados ao elemento finito de viga podem ser escritos como

$$\{F_e(t)\} = \int_0^{L_e} p(x,t)[H]^T dx \quad (7)$$

onde $[H]$ possui as funções polinomiais cúbicas de *Hermite* conforme mostrado abaixo

$$[H] = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{x}{L_e}\right) + 2\left(\frac{x}{L_e}\right)^2 \\ \frac{L_e}{8} - \frac{x}{4} - \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{L_e}\right) + \frac{x^3}{L_e^2} \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\left(\frac{x}{L_e}\right) - 2\left(\frac{x}{L_e}\right)^2 \\ -\frac{L_e}{8} - \frac{x}{4} + \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{L_e}\right) + \frac{x^3}{L_e^2} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

onde x corresponde à coordenada longitudinal em que se encontram os pontos de contato das rodas em cada do elemento. Referindo-se a velocidade do veículo como

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (9)$$

Torna-se a coordenada longitudinal x em função do tempo, assim, conforme Abeche (2016), a Eq. (9) fica

$$[H^*] = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{vt}{L_e}\right) + 2\left(\frac{vt}{L_e}\right)^2 \\ \frac{L_e}{8} - \frac{vt}{4} - \frac{1}{2}\left[\frac{(vt)^2}{L_e}\right] + \frac{(vt)^3}{L_e^2} \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\left(\frac{vt}{L_e}\right) - 2\left(\frac{vt}{L_e}\right)^2 \\ -\frac{L_e}{8} - \frac{vt}{4} + \frac{1}{2}\left[\frac{(vt)^2}{L_e}\right] + \frac{(vt)^3}{L_e^2} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Substituindo a Eq. (4) em (7), obtém-se o vetor de força externa elementar produzido pela excitação de base do veículo

$$\{F_e(t)\} = -\{F_r(t)\}[H^*] \quad (11)$$

em que o sinal negativo, expresso na Eq. (11), é atribuído em virtude do sistema convencional adotado (Abeche, 2015).

Uma vez determinadas as matrizes elementares de rigidez e massa e o vetor de força elementar, são montadas as matrizes globais da estrutura por meio da conectividade de cada elemento. Considerando a matriz de amortecimento de *Rayleigh*, obtém-se a equação global de movimento para a ponte, conforme Abeche (2016)

$$[M_p]\{\ddot{u}_p\} + [C_p]\{\dot{u}_p\} + [K_p]\{u_p\} = \{F_p(t)\} \quad (12)$$

onde $[M_p]$ é a matriz global de massa, $[C_p]$ a matriz global de amortecimento e $[K_p]$ a matriz global de rigidez, $\{u_p\}$, $\{\dot{u}_p\}$ e $\{\ddot{u}_p\}$ são, respectivamente, os vetores globais de deslocamentos, velocidades e acelerações, e $\{F_p(t)\}$ é o vetor de força externa. Para a integração temporal da Eq. (12), utiliza-se o método de *Newmark* com aceleração média (Abeche, 2016).

3. ANÁLISE NUMÉRICA

Nesta seção é realizada a validação dos algoritmos, formulados através do método dos elementos finitos (MEF), contrapondo o resultado obtido mediante a solução analítica. Posteriormente, analisa-se a viga sujeita à ação dinâmica do tráfego de um veículo com 4 graus de liberdade.

3.1. Validação Numérica

Considere a força vertical constante $\vec{f}$ em movimento ao longo de uma viga simplesmente apoiada, de comprimento L , como modelo dinâmico com interação simplificada de um veículo. A Figura 2 ilustra o modelo matemático descrito.

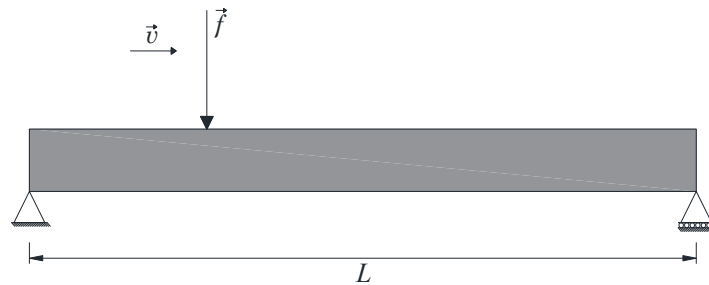


Figura 2. Viga simplesmente apoiada submetida a uma carga pontual móvel.

Posto que a força externa atuante excita dinamicamente a estrutura, constituindo um problema de vibração forçada, é possível determinar a solução analítica utilizando o princípio da superposição dos modos (Timoshenko, 1974). Desta forma, tem-se a resposta dinâmica de deslocamento da viga bi apoiada sujeito a uma carga pontual móvel

$$u(x, t) = \frac{2f}{\rho AL} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n \left[\left(\frac{n\pi v}{L} \right)^2 - \omega_n^2 \right]} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left\{ \left(\frac{n\pi v}{L} \right) \sin(\omega_n t) - \omega_n \sin\left[\left(\frac{n\pi v}{L}\right) t\right] \right\} \quad (13)$$

em que ω_n representa as frequências naturais de vibração. As respostas dinâmicas de velocidade e aceleração da viga, são obtidas a partir da primeira e segunda derivada em relação ao tempo. Foram utilizadas as 100 primeiras frequências naturais de vibração da estrutura para a concepção da resposta analítica.

A Tabela 1 apresenta os dados de entrada, como as propriedades geométricas e do material, a intensidade da carga e a velocidade com que a mesma atravessa a estrutura.

Tabela 1. Parâmetros da viga e da força móvel.

Parâmetros	Valor	Unidade (SI)
L	15	m
I	0.48	m^4
A	2.724	m^2
E	$3 \cdot 10^{10}$	N/m^2
ρ	2569.75	kg/m^3
f	50	N
v	10	m/s

Na discretização por elementos finitos, utilizou-se uma malha unidimensional contendo 100 elementos. Enquanto o método implícito de integração direta, método de *Newmark* (Machado, 1983), os valores dos parâmetros γ e β foram 0.25 e 0.5 respectivamente. O tempo máximo de análise foi de 2.5 s.

A Figura 3 ilustra os deslocamentos dinâmicos lineares no centro da estrutura para uma carga pontual em movimento.

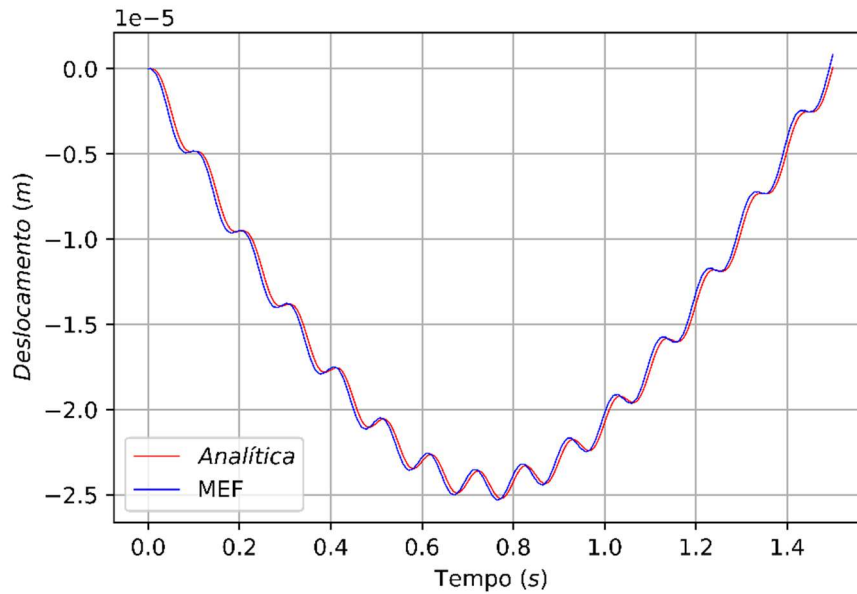


Figura 3. Resposta dinâmica de deslocamento no centro da ponte.

A Figura 3 mostra equivalência qualitativa entre a solução analítica e numérica, com valores máximos de deslocamento semelhantes. A implementação efetuada no presente trabalho está compatível com os resultados esperados. Observa-se que a defasagem existente está relacionada com o processo de integração no tempo.

3.2. Análise Dinâmica Linear da Interação entre Veículo e Ponte Rodoviária

A presente análise visa comparar as respostas dinâmicas de um modelo de interação desacoplada entre veículo de 4 graus de liberdade e estrutura com duas cargas transeuntes de intensidade constante.

A Figura 4 tenta ilustrar o veículo, com velocidade constante v , passando pela ponte e suas condições de contorno.

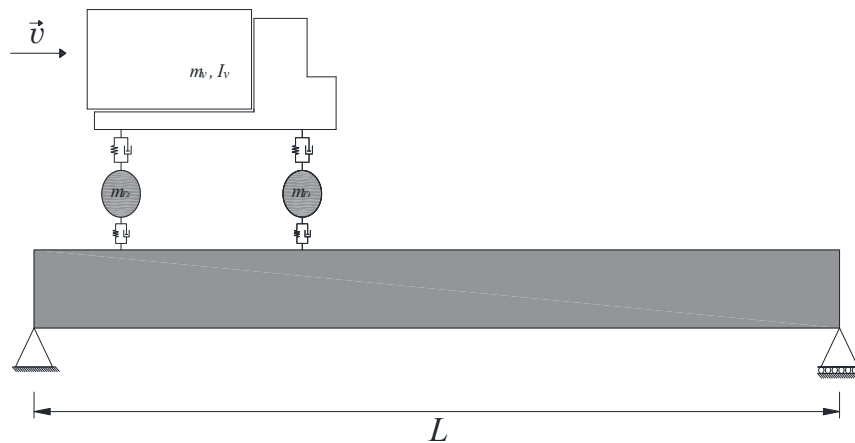


Figura 4. Sistema Veículo e ponte.

Para a simulação numérica dinâmica linear, utilizaram-se os mesmos parâmetros globais da estrutura apresentados na subseção anterior. No entanto, admitiu-se a matriz de amortecimento de *Rayleigh* no modelo dinâmico, através de uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez. A taxa de amortecimento da estrutura adotada foi de 3%.

O contato entre os sistemas ocorre através das irregularidades da via. Na representação de tais irregularidades, aplicaram-se funções harmônicas senoidais com amplitude de 0.001 m e comprimento de onda de 0.005 m .

Na Tabela 2, apresentam-se os valores das massas dos corpos rígidos e os parâmetros das suspensões do modelo veicular em estudo.

Tabela 2. Parâmetros do veículo de 4 graus de liberdade.

Características Dinâmicas	Valor	Unidade (SI)
m_v	22233	kg
m_{r_1}	635	kg
m_{r_2}	1066	kg
I_v	53000	m^4
K_{s_1}	58000	N/m
K_{s_2}	1180000	N/m
C_{s_1}	6000	Ns/m
C_{s_2}	12000	Ns/m
K_{r_1}	1680000	N/m
K_{r_2}	3360000	N/m
C_{r_1}	2000	Ns/m
C_{r_2}	4000	Ns/m
a	2.5	m

Os pneus são modelados como um conjunto de molas e amortecedores que conectam os eixos ao pavimento. Os valores para os parâmetros de rigidez e o coeficiente de amortecimento estão fundamentados na literatura clássica (Gillespie *et al*, 1992).

As respostas dinâmicas do modelo com interação simplificada do veículo são obtidas através do efeito da mobilidade de duas cargas, simulando os eixos do modelo veicular, dos quais considera-se apenas o peso próprio do veículo. Desta forma, a intensidade das forças que representam o primeiro e o segundo eixo são, respectivamente, 115282.215 N e 119512.287 N.

As Figuras 5, 6 e 7 ilustram as respostas dinâmicas de deslocamento, velocidade e aceleração no centro da estrutura. Os resultados são comparados entre o modelo dinâmico com interação simplificada e o modelo de veículo com 4 graus de liberdade.

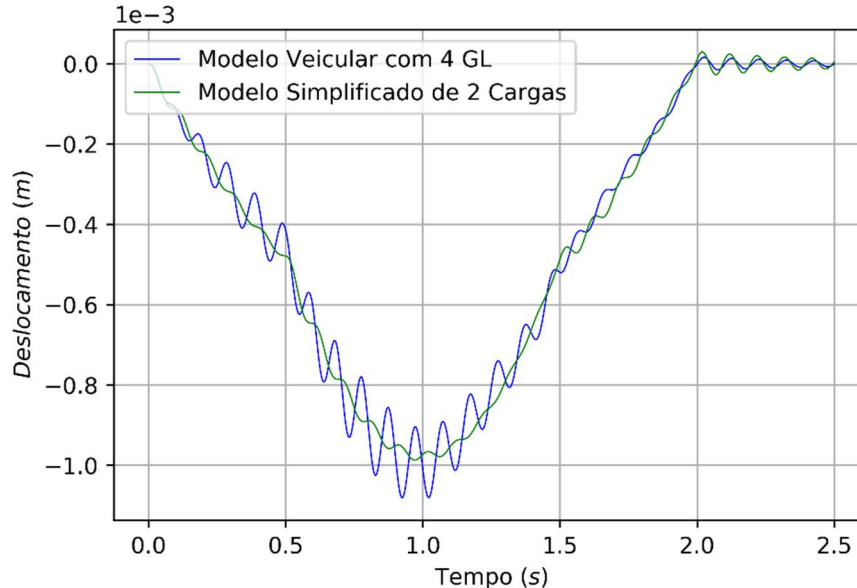


Figura 5. Resposta dinâmica de deslocamento no centro da ponte.

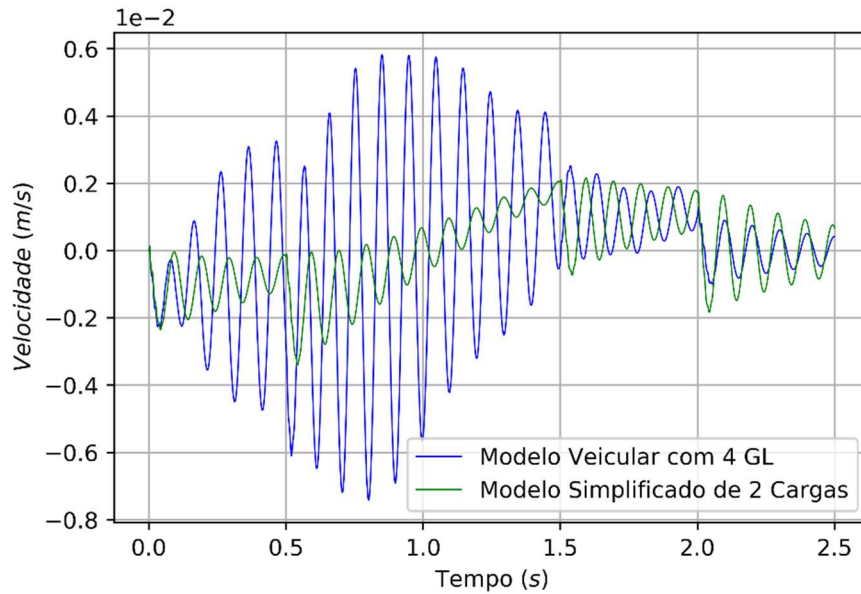


Figura 6. Resposta dinâmica de velocidade no centro da ponte.

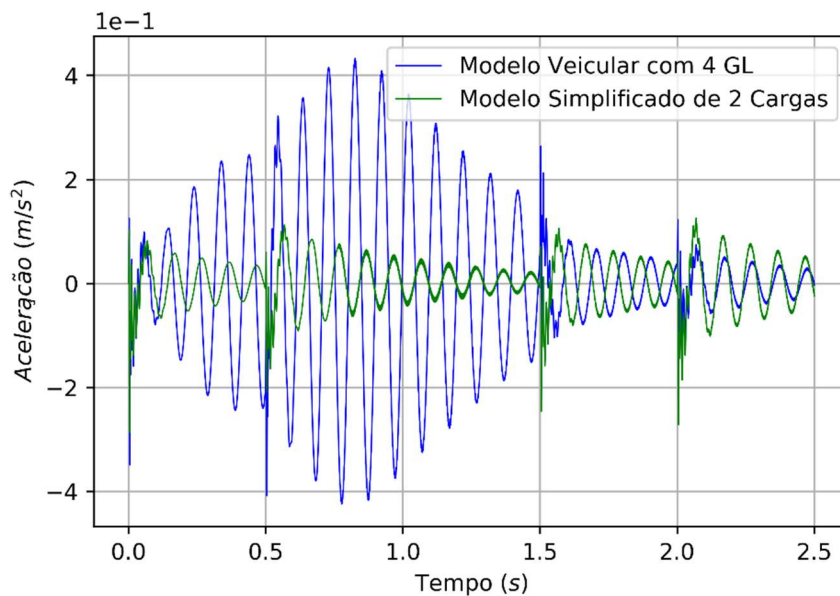


Figura 7. Resposta dinâmica de aceleração no centro da ponte.

Na Figura 5, observam-se as deflexões dinâmicas no centro da estrutura, tanto para o modelo de interação simplificada quanto para o modelo de veículo com 4 graus de liberdade. Notam-se diferentes respostas das pontes. No centro do vão os máximos valores são maiores na análise do veículo de 4 graus de liberdade do que o modelo de cargas pontuais móveis. As respostas dinâmicas são harmônicas e transientes, no entanto a resposta do modelo mais complexo é amplificada por conta das irregularidades da via associadas à vibração do veículo.

Ao analisar a Figura 6, as velocidades do modelo sob influência das irregularidades possuem maiores amplitudes para o mesmo intervalo de tempo. Porém, percebe-se uma maior amplitude das respostas dinâmicas lineares de velocidade após o modelo de interação simplificada ao sair da ponte.

Igualmente ao constatado nas respostas anteriores, ao avaliar a Figura 7, observa-se que as respostas dinâmicas de aceleração são maiores para o modelo de interação entre o veículo de 4 graus de liberdade e viga.

4. CONCLUSÕES

Este trabalho abordou o modelo de interação dinâmica desacoplada entre veículo e ponte rodoviária com irregularidade na pista, contrapondo com o modelo de interação simplificada bem como a sua influência nas respostas dinâmicas.

O modelo matemático adotado traduz de forma adequada o comportamento de pontes rodoviárias, submetidas à passagem de veículo sobre a superfície irregular.

A metodologia de análise desenvolvida na concepção da resposta do sistema veículo e ponte apresenta-se coerente, referindo-se a aspectos qualitativos e quantitativos da resposta, assegurando confiabilidade aos resultados.

O modelo com duas cargas em movimento pode ser usado para prever a resposta dinâmica de uma ponte. Contudo, o uso do modelo veicular com 4 graus de liberdade apresenta características mais realistas e deve ser usado preferencialmente em comparação ao primeiro.

5. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor gostaria de agradecer aos outros autores e reconhecer o suporte financeiro providenciado pela Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

6. REFERÊNCIAS

- Abeche, T. D. O., 2015. Modelagem Computacional da Interação Dinâmica Desacoplada entre Viga e Veículo Considerando as Irregularidades da Via e a Mecânica do Dano Contínuo, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), Curitiba, PR.
- Abeche, T. D. O., Dalledone Machado, R., Abdalla Filho, J. E., Beghetto, F. L. M. and de Souza, L. A. F. [2016a]. Damage Effects from Dynamic Interaction Between Vehicles, Irregularities and Railway Bridges in the Nonlinear Dynamic Response of Structures, in J. Pombo (ed.), Third International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance (Railways 2016), Vol. 1, Stirlingshire, Scotland: Civil-Comp Press, Cagliari, Sardinia, Italy, pp. 1–23.
- Almeida, R. S., 2006. Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares, Dissertação de Mestrado, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, RJ.
- Bathe, K. J., 1996. Finite Element Procedures. Prentice-Hall.
- Chopra, A. K., 1995. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, Vol. 3. New Jersey: Prentice Hall.
- Frýba, L., 1972. Vibration of Solids and Structures under Moving Loads. Groningen: Noordhoff.
- Frýba, L., 1996. Dynamics of Railway Bridges. London: Thomas Telford.
- Frýba, L., 2001. A rough assessment of railway bridges for high-speed lines. Engineering Structures.
- Gillespie, T. D., Karamihas, S. M., Cebon, D., et al, 1992. Effects of heavy vehicle characteristics on pavement response and performance, The University of Michigan Transportation Research Institute, UMTRI 92-2.
- Goldstein, H., Poole, C. and Safko, J., 2002. Classical mechanics.
- Lowan, A., 1935. On Transverse Oscillations of Beams under the Action of Moving Variable Loads, Philosophical Magazine, Vol. 19, pp. 708-715.
- Machado, R. D., 1983. Análise Dinâmica Não-Linear de Sistemas Rígido-Flexíveis. Dissertação de Mestrado, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ.
- Melo, E. S., 2007. Interação Dinâmica Veículo-Estrutura em Pequenas Pontes Rodoviárias. Dissertação de Mestrado, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ.
- Mendonça, R. F., 2009. Geração de Dados para Modelo Dinâmico de Cargas Móveis em Pontes. Dissertação de Mestrado, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ.
- Montoya, R. C. A., 2009. Desenvolvimento de Algoritmo e Implementação Computacional para a Análise Dinâmica de Pontes Ferroviárias Considerando Interação Veículo-Estrutura. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, PA.
- Rossigali, C. E., 2013. Atualização do Modelos de Cargas Móveis para Pontes Rodoviárias de Pequenos Vãos no Brasil. Tese de Doutorado, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, RJ.
- Soriano, H. L., 2009. Elementos finitos – Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas.
- Timoshenko, S. P., 1922. One the Forced Vibrations of Bridges, Philosophical Magazine, Ser. 6, pp. 1018-1019.
- Timoshenko, S. P., 1974. Vibration Problems in Engineering. John Wiley & Sons, New York, NY.
- Yang, Y. B. and Yau, J. D., 1997. Vehicle-Bridge Interaction Element for Dynamic Analysis, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123, Issue 11: 15121-8.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

LINEAR DYNAMIC BEHAVIOR OF BRIDGES WITH MOVING VEHICLES

Diego Gabriel Metz, metz@ufpr.br¹

Roberto Dalledone Machado, rdm@ufpr.br²

Marcos Arndt, arndt@ufpr.br³

Carlos Eduardo Rossigali, carlos.rossigali@ufpr.br⁴

¹²³Federal University of Paraná (UFPR), Numerical Methods in Engineering Graduate Program (PPGMNE), Concentration Area in Computational Mechanics, 210 Coronel Francisco Heráclito dos Santos Street, 81531-990, Curitiba - PR, Brazil.

⁴Federal University of Paraná (UFPR), Center for Marine Studies (CEM), n/n Beira-Mar Avenue, 83255-976, Pontal do Paraná – PR, Brazil.

Abstract. *The internal forces due to traffic in highway bridges can be obtained through the structural model submitted to equivalent static loadings, as designated by the Brazilian bridge design codes. However, this methodology does not represent the action of the real traffic on highway bridges and may lead to conservative results. Using dynamic analyzes in linear models, it is possible to obtain the contribution of the dynamics as an oscillation around the static structural response. This work aims to develop new load models to better simulate the real traffic. The responses of a vehicle with 4 degrees of freedom and its dynamic interaction with a bridge are evaluated. The bridge is modeled using Euler-Bernoulli beam elements, with structural damping determined by the Rayleigh method. The presence of irregularities on the track has a great relevance in the dynamic response of the structure, thus it is considered the harmonic sine type functions for such irregularities. The differential equation of motion of the vehicle-bridge system is obtained through linear dynamic equilibrium and is solved by the Newmark method. The linear dynamic analysis of the system was coded in Python.*

Keywords: *Vehicular Computational Modelling, Vehicular Dynamics, Dynamic Interaction, Finite Element Method, Highway Bridge.*