

CURVAS NUMÉRICAS TENSÃO-VIDA PARA LIGAS DE ALUMÍNIO COM BASE EM PARÂMETROS COMPATÍVEIS E INDEPENDENTES DAS EQUAÇÕES DE COFFIN-MANSON-BASQUIN E RAMBERG-OSGOOD

Luiz Carlos de Andrade Ribeiro Junior, luiz.ribeirojunior@globomail.com¹

Jorge Alberto Rodriguez Duran, jorge.a.r.duran@gmail.com¹

¹ Engenharia Metalúrgica da Universidade Federal Fluminense, Avenida dos Trabalhadores, 420, CEP 27255-125, Volta Redonda, RJ, Brasil

Resumo: Na abordagem baseada em deformação para análise de fadiga, a deformação local deve ser estimada a partir de cargas externas. Normalmente os mesmos testes controlados por deformação e que são conduzidos para a determinação das curvas $\epsilon_a \times N_f$ ou equações de Coffin-Manson-Basquin (CMB), são utilizados na definição das curvas de tensão-deformação cíclica $\epsilon_a \times \sigma_a$ ou Ramberg-Osgood (RO). Apesar de terem um ϵ_a em comum, cada curva ajusta-se por um conjunto independente de parâmetros. Para assegurar a compatibilidade física necessária entre as mesmas deformações, alguma relação explícita entre os parâmetros deve existir. Este estudo discute a influência que o uso de ambos os tipos de parâmetros, independentes e compatíveis, tem sobre as curvas numéricas de tensão-vida (CNTV) de ligas de alumínio. As CNTV, são obtidas como resultado da solução numérica das equações de CMB e RO, separadamente, para uma mesma amplitude de deformação. Os efeitos do estado de tensão também são considerados no presente estudo uma vez que as duas equações são modificadas de acordo com a teoria de deformação total da plasticidade e através da introdução de uma relação de tensões entre as tensões principais no estado plano das tensões. O principal resultado do trabalho é que, para os materiais em estudo, as CNTV que resultam da utilização de parâmetros compatíveis e independentes são indistinguíveis para o mesmo estado de tensão. Consequentemente, não há implicações importantes sobre os cálculos do ciclo de vida quando a curva cíclica é estimada de forma a garantir as condições de compatibilidade para as ligas de alumínio estudadas.

Palavras-chave: fadiga de baixo ciclo, equação de Coffin-Manson, modelo Ramberg-Osgood, previsões de vida.

1. INTRODUÇÃO

Fadiga é um tipo de falha mecânica, causada pela aplicação repetida de carregamentos variáveis. Essas falhas ocorrem, tipicamente, em níveis de tensão significativamente inferiores aos valores da resistência ao escoamento dos materiais. Fadiga é definida como o fenômeno da ruptura progressiva de materiais sujeitos a ciclos repetidos de tensão ou deformação [1]. A abordagem baseada em deformação para fadiga considera a deformação plástica, que pode ocorrer em regiões localizadas onde trincas de fadiga se iniciam nas bordas das vigas e em concentradores de tensão. Tensões e deformações em tais regiões são analisadas e utilizadas como base na estimativa de vida. Este procedimento permite considerado detalhamento de situações de fadiga em que o local de rendimento está envolvido, que é frequentemente o caso para metais dúcteis na vida relativamente curta (baixo ciclo). No entanto, a abordagem também se aplica quando há pouca plasticidade em vidas longas (altos ciclos), de modo que é uma abordagem global que pode ser usada no lugar da abordagem baseada em tensões.

O emprego da curva de tensão-deformação cíclica é uma característica única da abordagem baseada em deformação, como é o uso da deformação-vida, em vez de uma curva de vida de tensão nominal (S-N). Como resultado de uma análise mais detalhada do rendimento local, o método baseado na deformação dá melhores estimativas para a vida em fadiga intermediária e especialmente curta. Além disso, o método permite uma mais racional e manipulação precisa dos efeitos das tensões médias, empregando a tensão média local e o entalhe, em vez da tensão nominal média. A semelhança entre as abordagens baseadas tensão e deformação é que inclui a análise específica de crescimento de trinca, como na abordagem mecânica da fratura.

O objetivo do presente artigo é analisar a compatibilidade física necessária entre as mesmas deformações e definir uma relação explícita entre os parâmetros. Este estudo discute a influência que o uso de ambos os tipos de parâmetros, independentes e compatíveis, tem sobre as curvas numéricas de tensão-vida (CNTV) de ligas de alumínio. As CNTV, são obtidas como resultado da solução numérica das equações de CMB e RO, separadamente, para uma mesma amplitude de deformação.

É incluído também neste estudo, a influência do estado de tensão, particularmente o estado plano de tensão representado por uma tensão biaxial proporcional. O estudo está dividido em três partes: na primeira parte uma expressão para relacionar a deformação total no regime elástico-plástico versus tensão em uma determinada direção (normalmente a direção principal) para plano de tensão, utilizando parâmetros de materiais modificados. A expressão baseia-se na teoria de deformação total e, portanto, é válido somente para condições de carga proporcionais. Na segunda parte do estudo, a relação deformação-vida é estendida para o carregamento multiaxial por considerar uma abordagem de deformação eficaz. Por fim, na terceira parte do estudo, é realizada a análise relacionada com a compatibilidade de deformação entre as curvas de deformação-vida e curvas de tensão-deformação para diferentes relações de tensão biaxial.

2. ABORDAGEM BASEADA NA DEFORMAÇÃO

A abordagem baseada na deformação tem algumas semelhanças com a abordagem baseada nas tensões, certos conceitos empregados são relacionados. Em particular relevância a curva de tensão-deformação cíclica:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (1)$$

A deformação-vida é a plotagem da amplitude de deformação versus o número de ciclos até a falha. Tal curva é empregada na abordagem baseada em deformação para fazer estimativas de vida de um modo análogo ao uso da curva em S-N na abordagem com base em tensões, onde tem-se o módulo de Young e os coeficientes de resistência cíclico e o de endurece, E , H' , n' .

As curvas de deformação são derivadas de ensaios de fadiga sob carregamentos cíclicos completamente reversos ($R = -1$) entre os limites constantes de deformação, também com a tensão medida, conforme descrito na norma ASTM N° E606. O número de ciclos até à falha N_f é geralmente definido quando há uma trinca na amostra.

Para cada teste, a amplitude de tensão, amplitude de deformação e amplitude de deformação plástica, σ_a , ε_a e ε_{pa} , são medidos a partir de um ciclo de histerese. Como para a curva de tensão deformação cíclica, o ciclo de histerese nomeadamente escolhido é realizado num número de ciclo perto da metade da vida de fadiga, o que é considerado para representar o comportamento relativamente estável depois que a maioria do ciclo do endurecimento ou amolecimento é completada.

Nota-se que a amplitude de deformação pode ser dividida em partes elásticas e plásticas como:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ea} + \varepsilon_{pa} \quad (2)$$

Onde a amplitude de deformação elástica está relacionada com a amplitude de tensão ($\varepsilon_{ea} = \sigma_a/E$). A amplitude de deformação plástica ε_{pa} é uma medida da largura a meia altura do ciclo de histerese de tensão-deformação. Em adição a deformação total ε_a , ele também é útil para traçar a deformação elástica ε_{ea} e a deformação plástica ε_{pa} separadamente versus o ciclo de vida N_f .

Se os dados de vários testes são plotados, as deformações elásticas muitas vezes dão uma linha reta de inclinação rasa em um gráfico log-log, e as deformações plásticas dão uma linha reta de declive mais acentuado. As equações podem então ser preparadas para estas linhas.

$$\varepsilon_{ea} = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b, \varepsilon_{pa} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (3)$$

Nestas equações, b e c são inclinações log-log, assumindo, claro, que as escalas logarítmicas nos dois sentidos são iguais. As constantes interceptadas σ'_f/E e ε'_f são, por convenção, avaliadas em $N_f = 0,5$ e por isso requerem o uso da quantidade $(2N_f)$ nas equações. Combinando as Eq. 2 e Eq. 3 pode-se verificar uma relação entre a amplitude total de deformação ε_a e o ciclo de vida:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4)$$

As quantidades de σ'_f , b , ε'_f e c são considerados como as propriedades do material. Esta equação correspondente permite classificar a curva Total. Para obter N_f para um dado valor de ε_a , a matemática desta equação requer uma solução gráfica ou numérica. Uma equação desta forma é geralmente chamada de relacionamento Coffin-Manson, cujo nome surge do desenvolvimento separado de equações no final de 1950 relacionados por tanto Coffin L. F. e S. S. Manson.

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (5)$$

Assim, se os dados ao longo de um vasto leque do ciclo são usados para avaliar as constantes do ciclo de deformação, a Eq. 4 inclui uma curva de ciclo de tensão como seu caso limitante para deformações plásticas pequenas.

As Eq. 4 e Eq. 5 podem ser utilizadas até vidas muito longas, ponto em que a inclinação b geralmente diminui, aparentemente, próxima de zero para materiais com um limite de fadiga distintos.

Abordagens locais têm encontrado grande aceitação para modelar o fenômeno da fadiga, principalmente, porque o processo de danos que conduz a este tipo de falha está altamente localizado. A filosofia implícita à abordagem da fadiga baseada em deformação é simples: a deformação local cíclica em regiões de concentração de tensões, experimentalmente relacionado com o número de ciclos de fadiga, pode ser utilizada como um parâmetro para fins de concepção [2]. A robustez da deformação como um parâmetro da fadiga é relacionada no regime elástico-plástico para materiais com baixa deformação e com características de endurecimento. No entanto, a abordagem local com base na deformação, para análise de fadiga é também adequada no regime de fadiga de alto ciclo. Mesmo quando a maior parte do componente está sob condições elásticas, alguns pontos, principalmente nas vizinhanças dos entalhes são inevitáveis que possa sofrer deformação plástica. Não importa o modelo que é utilizado para a definição de dano por fadiga, ou seja, a degradação nas propriedades de ductilidade do material devido a deslizamento cíclico de grãos [3] ou o comportamento de pequenas trincas [4, 5], a equação Coffin-Manson ainda representa de forma convincente a deformação versus o número de dados nos ciclos experimentais. Para o carregamento uniaxial a direção principal está na relação:

$$\varepsilon_{11a} = \varepsilon_{11a}^e + \varepsilon_{11a}^p = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (6)$$

Na Eq. 6 σ_f' e ε_f' são os coeficientes de resistência à fadiga e de ductilidade, respectivamente, enquanto que os expoentes b e c são correspondentes à fadiga. Testes controlados de laboratório para deformações uniaxiais, normalmente realizado sob uma relação constante entre o valor mínimo e máximo de tensão $R = \varepsilon_{\min}/\varepsilon_{\max} = -1$, fornece um conjunto de dados necessários de ε_a e N_f para a determinação dos coeficientes de fadiga e os expoentes na Eq. 6. A ε_{ae} elástica e ε_{ap} plástico são componentes separados da tensão total e uma regressão linear simples é realizada para acomodar os dados experimentais a cada termo na Eq. 6. Os parâmetros do material também podem ser encontrados com procedimentos numéricos [7] e mais recentemente o método 3D [10]. Existem também métodos que permite estimar esses parâmetros de propriedades de tração ou de dureza [6, 9].

Negligenciando os componentes transitórios de amolecimento cíclico ou endurecimento, as deformações locais necessárias para o cálculo do ciclo de vida são dadas de acordo com a Eq. 6 e pode ser diretamente relacionada com as cargas aplicadas através da estabilização da curva de tensão-deformação cíclica do material.

Para muitos materiais, a equação de Ramberg-Osgood pode ser utilizada para representar estas curvas:

$$\varepsilon_{11a} = \varepsilon_{11a}^e + \varepsilon_{11a}^p = \frac{\sigma_{11a}}{E} + \left(\frac{\sigma_{11a}}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (7)$$

Onde E é o módulo de Young, H' e n' são o coeficiente de resistência cíclica e o expoente de deformação cíclica para endurecimento, respectivamente. Estes parâmetros são ajustados a um conjunto de valores de amplitude de tensão $\times$ deformação que corresponde a ciclos de histerese estabilizados, geralmente na fase de meia vida dos testes de deformação-vida. Alguns métodos alternativos consistem em utilizar apenas um espécime submetido a múltiplos passos para aumentar ou diminuir a amplitude de deformação [10]. No caso de entalhe, além da curva de tensão-deformação cíclica, a amplitude de deformação na Eq. 6 também deve satisfazer algumas distribuições aproximadas de deformação, tais como os propostos por Neuber [12] e Glinka [13].

Para um determinado material, não há razões físicas para as amplitudes de deformação representadas na Eq.6 e Eq. 7 serem diferentes, mesmo quando são utilizados métodos alternativos para medir a curva cíclica. Este é o princípio da compatibilidade, que pressupõe que as propriedades elástico-plástico, não são afetadas pela duração dos ensaios de fadiga, isto é, a montagem das constantes em deformação-vida e as curvas de tensão-deformação são independentes do número de ciclos até à falha. Matematicamente esta compatibilidade é expressa pela equação:

$$\frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c = \varepsilon_{11a} = \frac{\sigma_{11a}}{E} + \left(\frac{\sigma_{11a}}{H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (8)$$

A Eq. 8 pode ser resolvida numericamente para o ciclo de vida (lado esquerdo) e para a tensão (lado direito) para cada valor de um vetor de amplitude deformação arbitrário definido. Este exercício numérico pode ser resolvido utilizando parâmetros de materiais independente ou compatível (para ser derivado este último). O resultado é uma curva numérica de tensão-vida que permite uma avaliação sobre as possíveis implicações na utilização desses parâmetros de materiais compatíveis, isto é, as constantes de tensão-deformação calculada a partir das curvas de deformação-vida, que incidem sobre cálculos de vida de fadiga.

3. ALUMÍNIO E SUAS LIGAS

O alumínio é um metal branco, muito leve, brilhante, não magnético, que funde por volta dos 660 °C, possui densidade em torno de 2,7 e tem uma elevada condutividade térmica e elétrica e é considerado como sendo não tóxico [14,15]. Como característica importante apresenta uma elevada resistência à corrosão, isto porque, recobre-se de óxidos, protegendo-se da oxidação. É um metal dúctil e maleável, de dureza relativamente baixa, razões pelas quais pode ser maquinado e conformado com relativa facilidade. Pelo fato de apresentar uma boa relação entre peso e resistência, tende cada vez mais a ser utilizado em detrimento de outros metais, numa vasta gama de aplicações. A principal limitação da utilização do alumínio e suas ligas é a sua baixa temperatura de fusão, que limita a temperatura de trabalho das respectivas ligas. O alumínio puro tem uma enorme capacidade de se ligar a quase todos os metais, mas apenas alguns são suscetíveis de produzir ligas com interesse industrial [16,17,18]. As ligas de alumínio são provavelmente as ligas mais versáteis entre todas as ligas passíveis de utilização e têm um baixo ponto de fusão (650 – 750 °C), traduzindo-se numa grande flexibilidade no processamento das mesmas e permitindo uma menor manutenção dos equipamentos de fusão. A adição de elementos de liga ao alumínio permite a alteração das propriedades da liga de modo a serem obtidas características mais apropriadas para a sua utilização nos diversos processos, assim como incutir determinadas características ao produto final como uma maior resistência mecânica, maior resistência à corrosão, entre outros. Os metais de adição mais comum são o silício, magnésio, manganês, zinco e ferro, com teores que, em geral, não vão além dos 10%. Na bibliografia é usual encontrar uma divisão nas ligas de alumínio em dois grandes grupos, consoante o seu modo de processamento [19].

4. RELAÇÕES CONSTITUTIVAS NO CONTEXTO DA TEORIA DE DEFORMAÇÃO TOTAL

No regime elástico, a relação entre os tensores de tensão e deformação obedece à lei de *Hooke*, onde ν é o coeficiente de *Poisson*, que em forma compacta é:

$$\epsilon_{ij}^e = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_{kk}] \quad (9)$$

A relação entre a mudança do volume para o volume original (deformação volumétrica) $\epsilon_v = dV/V = \epsilon_{kk}$ é obtida multiplicando ambos os lados da lei de *Hooke* pelo delta de *Kronecker*, δ_{ij} .

$$\epsilon_{kk} = \frac{(1-2\nu)}{E} \sigma_{kk} \quad (10)$$

Para materiais dúcteis, as tensões multiaxiais são modeladas por $\bar{\sigma}$ e $\bar{\epsilon}_p$, tensão equivalente e pela quantidade de deformação plástica equivalente, tanto deles dimensionado diretamente em relação à densidade de energia de deformação desviador SED'.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} S_{ij} S_{ij}, \quad \bar{\epsilon}_p = \sqrt{\frac{2}{3}} e_{ij}^p e_{ij}^p \quad (11)$$

Na Eq. 11 S_{ij} e e_{ij}^p são os componentes do estado de tensão desviador e tensor de deformação plástica, respectivamente. Eles podem ser calculados pelas equações:

$$\begin{aligned} S_{ij} &= \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \\ e_{ij}^p &= \epsilon_{ij}^p - \frac{1}{3} \delta_{ij} \epsilon_{kk}^p \end{aligned} \quad (12)$$

Para materiais isotrópicos, os dados experimentais obtidos sob diferentes modos de carga, no regime plástico, devem cair na mesma curva, se forem utilizadas quantidades de tensões e deformações equivalentes para traça-los (por causa de sua proporcionalidade com SED). O tipo de relação da parte plástica de Ramberg-Osgood é frequentemente usado para representar essas curvas:

$$\bar{\epsilon}_p = \left(\frac{\bar{\sigma}}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (13)$$

As propriedades do material (ou as constantes de ajustes H e n) usadas na Eq. 11 são consideradas as mesmas obtidas a partir de testes de tensão clássicos. O módulo E_p é uma variável quantificável definida (Ver Figura 1):

$$E_p = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}_p} \quad (14)$$

Evidências experimentais em metais sugerem que a fase de deformação plástica prossegue sem nenhuma mudança no volume. Assim, uma relação de Poisson $\nu = 1/2$ está prevista para o regime plástico uma vez que este valor provoca $\varepsilon_v = 0$ na Eq. 10. O termo $\varepsilon_{kk}^p = 0$ na Eq. 12 resulta em:

$$\tilde{\varepsilon}_p = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p} \quad (15)$$

Com os elementos acima em mente, é possível formular uma relação constitutiva entre a deformação plástica e a tensão dos tensores semelhantes a Eq. 9. Por exemplo, o elemento com índice 11 do tensor de deformação plástica é:

$$\varepsilon_{11}^p = \frac{1}{E_p} \left[\sigma_{11} - \frac{1}{2} (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right] \quad (16)$$

A semelhança entre a Eq. 9 e Eq. 16 também indica que a Eq. 5 ainda pode ser utilizada para cálculos de deformação volumétrica, mesmo na presença de deformações plásticas. Generalizando a Eq. 16 para os outros componentes e utilizando a expressão para o módulo E_p a partir da Eq. 15 tem-se:

$$\varepsilon_{ij}^p = \frac{3 \tilde{\varepsilon}_p}{2 \tilde{\sigma}} S_{ij} \quad (17)$$

As relações constitutivas na teoria de deformação total são, então, obtidas após a soma dos componentes elásticos e plásticos do tensor de deformação.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{E} \left[(1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} \sigma_{kk} \right] + \frac{3 \tilde{\varepsilon}_p}{2 \tilde{\sigma}} S_{ij} \quad (18)$$

Para uma determinada relação de tensão biaxial $\lambda = \sigma_2/\sigma_1$ e $\sigma_3 = 0$ (plano de tensão) a Eq. 18 pode ser utilizada para incluir o efeito do estado de tensão na relação constitutiva para uma direção selecionada. Escolhendo por exemplo a primeira direção principal e definindo um novo módulo de Young E_λ (E, λ), a parte elástica de ε_{11} é:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^e &= \frac{\sigma_{11}}{E_\lambda} \\ E_\lambda &= \frac{E}{1 - \lambda \nu} \end{aligned} \quad (19)$$

O componente do estado de tensão desviador S_{11} na direção desejada pode ser obtido pela Eq. 12:

$$S_{11} = \frac{\sigma_{11}}{3} (2 - \lambda) \quad (20)$$

A tensão equivalente $\tilde{\sigma}$ (Eq. 11) e a deformação plástica equivalente $\tilde{\varepsilon}_p$ como uma função da primeira também são necessárias (Eq. 8). Para o estado de tensão particular investigado tem-se:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} &= \sigma_{11} \sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1} \\ \tilde{\varepsilon}_p &= \left(\frac{\sigma_{11}}{H} \sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1} \right)^{\frac{1}{n}} \end{aligned} \quad (21)$$

Após a substituição da Eq. 20 e Eq. 21 na Eq. 17 a deformação plástica na direção desejada é:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^p &= \left[\left(1 - \frac{\lambda}{2} \right)^n (\lambda^2 - \lambda + 1)^{\frac{1-n}{2}} \frac{\sigma_{11}}{H} \right]^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\sigma_{11}}{H_\lambda} \right)^{\frac{1}{n}} \\ H_\lambda &= \frac{H}{\left(1 - \frac{\lambda}{2} \right)^n (\lambda^2 - \lambda + 1)^{\frac{1-n}{2}}} \end{aligned} \quad (22)$$

Sempre que um novo H_λ (H, λ) for definido no mesmo sentido que foi feita anteriormente com E_λ , então, para a tensão plana com $\sigma_{11}/\sigma_{22} = \lambda$ e $\sigma_{33} = 0$ uma deformação efetiva total ε_{11} ($\sigma_{11}, n, E_\lambda, H_\lambda$) pode ser definida como:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_\lambda} + \left(\frac{\sigma_{11}}{H'_\lambda} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (23)$$

O estado de tensão de cisalhamento puro tem uma importância prática significativa porque é o carregamento do modo encontrado em elementos importantes das máquinas, tais como a transmissão de potência. Isto constitui um caso particular do plano de tensão, onde $\lambda = \sigma_{11}/\sigma_{33} = \tau_{12} = -1$ e para que o E_λ modificado do módulo de elasticidade e força coeficiente H'_λ , de acordo com a Eq. 19 e Eq. 22, respectivamente, são:

$$\begin{aligned} E_\lambda &= \frac{E}{2^{1+\nu}} \\ H'_\lambda &= \frac{H}{3^{\frac{n+1}{2}}} \end{aligned} \quad (24)$$

Note que também se pode usar a definição de deformação de cisalhamento de engenharia $\gamma_{ij} = 2 \varepsilon_{ij}$ ($i \neq j$) e Eq. 23 para a obtenção de uma equação constitutiva para o estado de tensão de cisalhamento puro que apenas diz respeito as quantidades de cisalhamento:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\tau}{G} + \left(\frac{\tau}{H'_\tau} \right)^{\frac{1}{n}} \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)} \\ H'_\tau &= \frac{H}{3^{\frac{n+1}{2}}} \end{aligned} \quad (25)$$

A curva cíclica uniaxial para a maioria dos materiais estruturais também está bem estruturada por Ramberg-Osgood na relação das coordenadas tipo ε_a x σ_a . Nova força cíclica H' e expoente de endurecimento n' substituem os monotônicos H e n na Eq. 23, respectivamente. Estas propriedades são quase sempre medidas na principal direção. Portanto, uma nova curva cíclica para o plano de tensão pode ser definida:

$$\varepsilon_{11a} = \frac{\sigma_{11a}}{E_\lambda} + \left(\frac{\sigma_{11a}}{H'_\lambda} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (26)$$

5. A RELAÇÃO DA DEFORMAÇÃO VIDA (CMB) NO CONTEXTO DA TEORIA DA DEFORMAÇÃO TOTAL

Coffin e Manson observou pela primeira vez a vida em fadiga relacionando-a com deformações plásticas por uma lei de relação de potência. Na época (1950), houve uma necessidade de concepção de componentes e estruturas em tensões acima do limite de resistência e a relação CMB surgiu nesta direção. Mais tarde, uma equação geral sob a forma $\varepsilon_a (2N_f)$ foi proposta, onde ε_a é a soma das deformações de amplitudes plásticas e elásticas (Eq. 6).

Quando o estado de tensão é diferente do uniaxial, mas nas direções principais permanecem imutável, isto é, para o carregamento proporcional, presume-se que a variável de controle é uma eficaz amplitude de deformação, $\tilde{\varepsilon}$, que mais uma vez, é composta por partes elásticas e plásticas:

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_a^e + \varepsilon_a^p = \frac{\tilde{\sigma}_a}{E} + \varepsilon_a^p \quad (27)$$

Dados de resistência de fadiga de baixo ciclo são relatados principalmente na direção principal, onde a tensão equivalente e deformação (de acordo com a Eq. 11 e Eq. 16, respectivamente) são reduzidas para $\tilde{\sigma}_a = \sigma_{11a}$ e $\tilde{\varepsilon}_p = \varepsilon_{11a}^p$. Em seguida, a Eq. 27 assume a forma:

$$\tilde{\varepsilon}_a = \frac{\sigma_{11a}}{E} + \varepsilon_{11a}^p = \varepsilon_{11a} \quad (28)$$

Se a amplitude de tensão eficaz é a força motriz para a nucleação de trincas por fadiga sob carregamento multiaxial, ela deve ter o mesmo papel para o caso uniaxial e do lado direito da Eq.6 e Eq. 27 pode ser igualada resultando em:

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_a &= \frac{\tilde{\sigma}_a}{E} + \tilde{\varepsilon}_a^p = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \\ \tilde{\sigma}_a &= \sigma'_f (2N_f)^b \\ \tilde{\varepsilon}_a^p &= \varepsilon'_f (2N_f)^c\end{aligned}\quad (29)$$

Pode-se utilizar um procedimento semelhante ao demonstrado na Eq. 19 através da Eq. 21 para a obtenção das expressões para as partes elásticas e plásticas da amplitude de deformação total para o caso proporcional ($\lambda = \text{constante}$) no estado plano de tensão:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11a}^e &= \frac{\sigma_{11a}}{E_\lambda} = \frac{\tilde{\sigma}_a}{E_\lambda \sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1}} = \frac{\sigma'_f (2N_f)^b}{E_\lambda \sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1}} \\ \varepsilon_{11a}^p &= \frac{3}{2} \frac{\tilde{\varepsilon}_a^p}{\tilde{\sigma}_a} S_{11} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon'_f (2N_f)^c}{\sigma_{11a} \sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1}} \frac{\sigma_{11a}}{3} (2 - \lambda) = \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right) \frac{\varepsilon'_f (2N_f)^c}{\sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1}}\end{aligned}\quad (30)$$

Uma equação da deformação-vida modificada que inclui a influência do estado de tensão (através da relação de tensão biaxial λ) pode ser obtida depois que ambos os termos são somados da Eq. 25:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11a} &= \frac{\frac{(1 - \nu\lambda)\sigma'_f (2N_f)^b}{E} + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right) \varepsilon'_f (2N_f)^c}{\sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1}} = \frac{\sigma'_{f\lambda} (2N_f)^b}{E_\lambda} + \varepsilon'_{f\lambda} (2N_f)^c \\ \sigma'_{f\lambda} &= \frac{\sigma'_f}{\sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1}} \\ \varepsilon'_{f\lambda} &= \frac{\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)}{\sqrt{\lambda^2 - \lambda + 1}}\end{aligned}\quad (31)$$

Como já foi realizada para a relação constitutiva, a Eq. 31 também pode ser expressa em termos de deformação de cisalhamento para o caso particular (e importante) de cisalhamento puro ($\lambda = -1$):

$$\gamma_{12a} = \frac{\sigma'_f (2N_f)^b}{\sqrt{3}G} + \sqrt{3}\varepsilon'_f (2N_f)^c\quad (32)$$

6. CONDIÇÕES DE COMPATIBILIDADE

Em muitos casos, os carregamentos cíclicos nominais são suficientes para induzir tensão-deformação elástica e plástica no ponto de maior carregamento da estrutura.

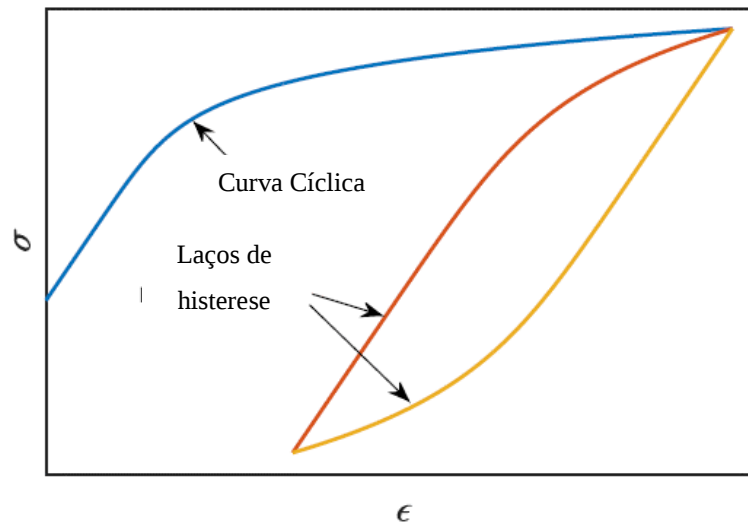


Figura 1- Trajetória inicial seguida pela curva cíclica tensão-deformação enquanto os laços de histerese são posteriormente modelados de forma natural expandindo esta curva por um fator de escala 2.

Negligenciando a parte transitória, é possível considerar que a tensão-deformação segue a mesma trajetória inicial da curva cíclica descrita pela Eq. 26. As formas dos laços de histerese podem ser aproximadas pela expansão direta da curva cíclica por um fator de escala 2. Este é o chamado comportamento *Masing* e é esquematicamente representado na Figura 1.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas do material em análise no âmbito do presente estudo [7].

Material	E , GPa	ν	H' , MPa	n'	σ'_f , MPa	ϵ'_f	b	c
2024-T4	70430	1/3	808	0.098	765	0.334	-0.075	-0.649
7075-T651	70000	1/3	847	0.073	1221	0.259	-0.121	-0.803
7075-T65	72000	1/3	646	0.032	1296	0.202	-0.126	-1.231
7075-T6	71120	1/3	914	0.088	889	0.447	-0.077	-0.759
Al99.5	70000	1/3	446	0.335	118	0.017	-0.109	-0.314
AlCu4.5Mn	69050	1/3	704	0.072	777	0.269	-0.091	-0.742
AlCuMg1	72060	1/3	1770	0.234	1208	0.189	-0.138	-0.596
AlCuMg2	74100	1/3	648	0.062	688	0.515	-0.074	-0.831
AlCuMg2	74600	1/3	453	0.201	314	0.161	-0.091	-0.452
AlCuMg2	70280	1/3	840	0.108	809	0.162	-0.092	-0.636
AlCuMg2	73300	1/3	669	0.074	891	4.204	-0.103	-1.056
AlCuMg2	74500	1/3	590	0.04	974	2.169	-0.107	-0.957
AlCuMg2	73300	1/3	558	0.039	782	0.197	-0.082	-0.644
AlMg1SiCu	75000	1/3	334	0.108	371	0.023	-0.098	-0.394
AlMg4.5Mn	71500	1/3	646	0.111	582	0.126	-0.079	-0.533
AlMg4.5Mn	71500	1/3	562	0.08	707	0.731	-0.106	-0.839
AlMg4.5Mn	71500	1/3	674	0.116	545	0.039	-0.069	-0.45
AlMg5.1Mn	69050	1/3	636	0.084	699	0.2	-0.1	-0.655
AlMgCu1.5	70010	1/3	675	0.059	982	5.767	-0.107	-1.112
AlMgSi08	66000	1/3	453	0.052	445	0.005	-0.063	-0.427
AlMgSi1	74550	1/3	478	0.046	557	5.358	-0.068	-1.208
AlSi1	64000	1/3	1121	0.224	608	0.03	-0.098	-0.359
AlZnMgCu1.5	70940	1/3	1492	0.185	1039	0.099	-0.105	-0.526
AlZnMgCu1.5	72230	1/3	522	0.045	777	2.564	-0.095	-0.987
AlZnMgCu1.5	72230	1/3	567	0.061	702	2.142	-0.084	-0.937
AlZnMgCu1.5	71000	1/3	695	0.094	988	6.796	-0.14	-1.197

A mesma trajetória é seguida pelo material, quando testado, até a nucleação da trinca, isto é, coordenadas $\epsilon_a \times N_f$. O comportamento posterior é modelado pela Eq. 31. Portanto, a partir de um ponto de vista físico, a deformação total descrita pela Eq. 26 e Eq. 31 tem as mesmas componentes plásticas e elásticas:

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma_{11a}}{E_\lambda} &= \epsilon_{11a}^e = \frac{\sigma'_{f\lambda} (2N_f)^b}{E_\lambda} \\
 \left(\frac{\sigma_{11a}}{H'_\lambda} \right)^{\frac{1}{n'}} &= \epsilon_{11a}^p = \epsilon'_{f\lambda} (2N_f)^c \\
 \frac{\sigma_{11a}}{E_\lambda} + \left(\frac{\sigma_{11a}}{H'_\lambda} \right)^{\frac{1}{n'}} &= \epsilon_{11a} = \frac{\sigma'_{f\lambda} (2N_f)^b}{E_\lambda} + \epsilon'_{f\lambda} (2N_f)^c
 \end{aligned} \quad (33)$$

Esta condição de compatibilidade só pode ser garantida quando a seguinte relação se mantém entre as propriedades do material:

$$H'_\lambda{}^{comp} = \frac{\sigma'_{f\lambda}}{\epsilon'_{f\lambda}{}^{\frac{b}{c}}}, \quad n' = \frac{b}{c} \quad (34)$$

As novas constantes foram rotuladas como "comp" para reforçar o fato de que elas são estimadas a partir de outras constantes e não determinada de forma independente. O procedimento completo para obter a Eq. 34 foi descrito por Nieslony [1] e a relação baseia-se na independência das propriedades dos materiais sobre a vida N_f . Para verificar esta relação, neste trabalho, foram escolhidas as ligas metálicas listadas na Tabela 1 juntamente com as suas propriedades.

A partir da Eq. 26 e Eq. 34, a relação entre os expoentes de resistência cíclicos é independente sobre o estado de tensão.

7. CURVAS NUMÉRICAS TENSÃO-VIDA

As possíveis implicações que o uso das propriedades independentes e compatíveis do material pode ter sobre as curvas numéricas tensão-vida é o objetivo do presente trabalho. Encontrou-se numericamente a amplitude de tensão σ_a e o número de ciclos (N_f) que simultaneamente satisfizessem a terceira linha da Eq. 33 para um dado vetor das amplitudes de deformação total. Os valores do vetor ϵ_a variam entre 100 e 10000 $\mu\epsilon$. Dois conjuntos de constantes foram utilizados: independente (H'_λ e n' , [Tabela 1]) e compatível (H'^{comp}_λ e n'^{comp} , Eq. 34). O resultado deste exercício numérico são os vetores $N_{fi}(\lambda)$, $\sigma_{11ai}(\lambda)$ e $\sigma_{11ai}^{\text{comp}}(\lambda)$. A partir deles pode-se definir de forma experimental a relação da compatibilidade elástica e plástica da tensão entre cada componente e da deformação total da lei constitutiva (Eq. 26) com a tensão-vida (Eq. 31) como:

$$\begin{aligned} R_e &= \frac{\sigma_{11a}}{\sigma'_{Dl}(2N_f)^b} \\ R_p &= \frac{\left(\frac{\sigma_{11a}}{H'_\lambda}\right)^{\frac{1}{n'}}}{\epsilon'_{Dl}(2N_f)^c} \\ R_e^{\text{comp}} &= \frac{\sigma_{11a}^{\text{comp}}}{\sigma'_{Dl}(2N_f)^b} \\ R_p^{\text{comp}} &= \frac{\left(\frac{\sigma_{11a}^{\text{comp}}}{H'^{\text{comp}}_\lambda}\right)^{\frac{1}{n'^{\text{comp}}}}}{\epsilon'_{Dl}(2N_f)^c} \end{aligned} \quad (35)$$

A representação gráfica da relação $R_e \times \epsilon_a$ (Figura 2) demonstra a relação de compatibilidade, onde as cores representam as ligas conforme Tabela 1.

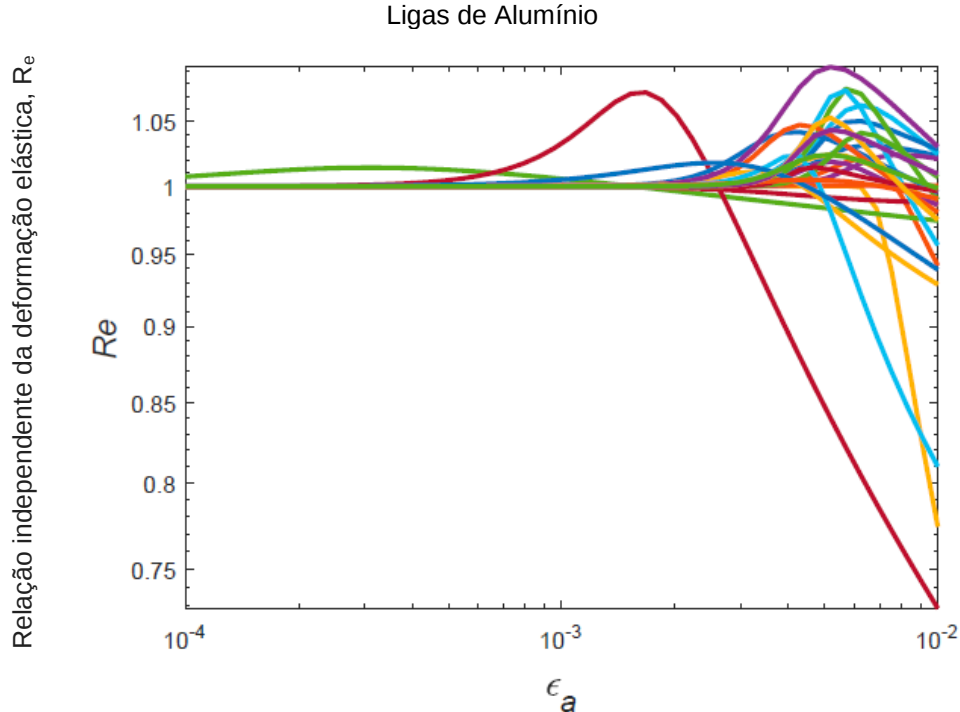


Figura 2 - A representação gráfica da relação entre a parte elástica das equações RO e CM, usando constantes independentes para várias razões de tensão uniaxial.

A Figura 3 representa a relação $R_p \times \epsilon_a$, onde as cores representam as ligas conforme Tabela 1.

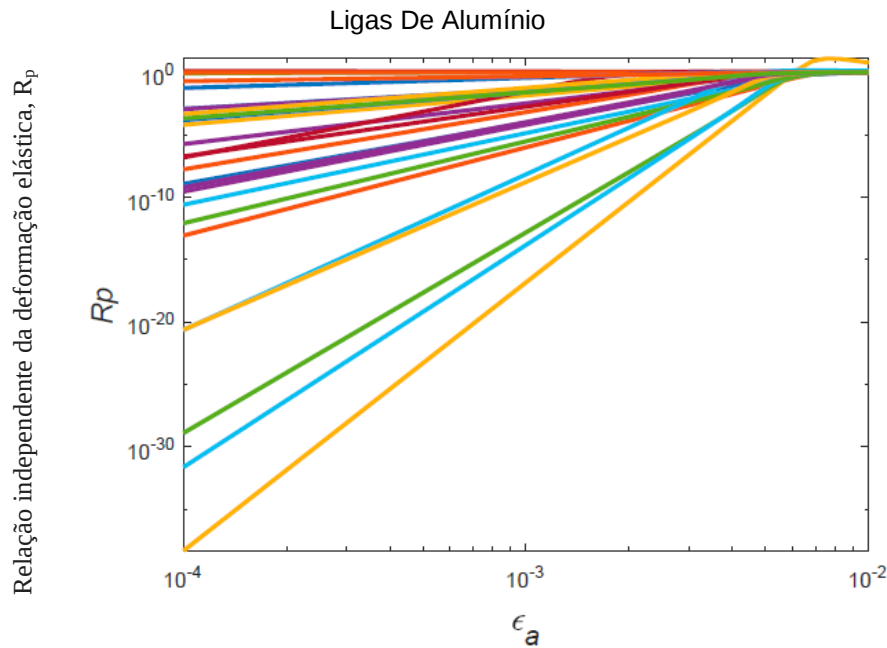


Figura 3 - A representação gráfica da relação entre a parte plástica das equações RO e CM, usando determinadas constantes de forma independente. A compatibilidade não é assegurada com os componentes de deformação plástica de RO e é inferior ao seu equivalente na equação CM.

A relação da deformação com a compatibilidade elástica R_e^{comp} e plástica R_p^{comp} , deve corresponder a toda unidade de amplitude de deformação ϵ_a porque um conjunto de propriedades do material é calculada uma a partir da outra, como na Eq. 34. A relação entre as tensões de amplitude são obtidas para uma determinada deformação total pela solução numérica da Eq. 33 usando constantes compatíveis e independentes σ_a , tal como definido na equação a seguir, que melhor representa os efeitos estudados no regime total. Esta relação está representada na Figura 4, que mostra que as tensões de amplitude só são subestimadas em menos de 5 % quando se utiliza parâmetros compatíveis em vez dos independentes.

$$R_a = \frac{\sigma_a^{comp}}{\sigma_a} \quad (36)$$

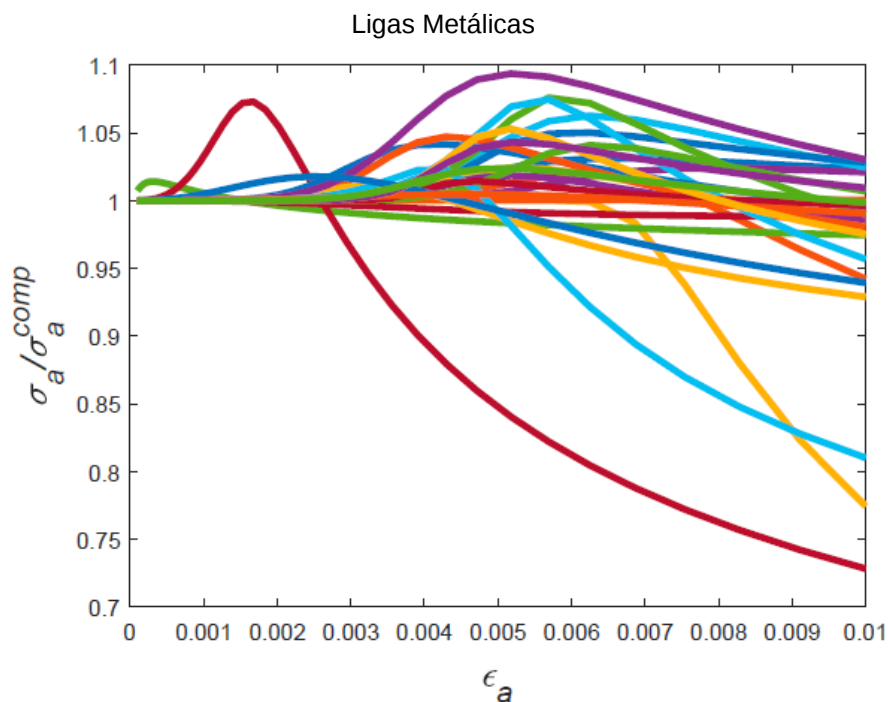


Figura 4 – Relação entre σ_a e a amplitude tensão principal, numericamente calculada pela Eq. 33, usando constantes compatíveis e independentes, versus as amplitudes de deformação principais.

8. CONCLUSÃO

As conclusões relativas ao presente estudo são:

As relações de deformação utilizando constantes independentes exibem falta de compatibilidade exatamente na faixa oposta das suas respectivas faixas de validade, ou seja, as relações de deformação elástica irão desviar-se da unidade no regime de baixo ciclo de fadiga (LCF) ao tempo que a relação de deformação plástica mostra um comportamento semelhante, mas no regime de alto ciclo de fadiga (HCF).

A utilização de parâmetros compatíveis, como esperado, garante uma relação da deformação perto da unidade (compatibilidade total) em toda a gama de valores de deformação estudados.

A relação de tensão foi utilizada então procurando uma análise que inclua os dois regimes de fadiga. Esta relação mostra diferenças insignificantes. Como consequência, as curvas numéricas de tensão x vida são indistinguíveis e, ao menos para o material utilizado na simulação, a utilização de parâmetros compatíveis em lugar dos independentes, não ocasionaria maiores problemas no projeto à fadiga.

9. REFERÊNCIAS

- [1] Branco, C., Fernandes, A., Castro, P., Fadiga de Estruturas Soldadas, Fundação Calouste Gulbenkian –Lisboa, 1999.
- [2] Stephens RI, Fatemi A, Stephens RR, Fuchs HO (2000), Metal fatigue in engineering, 2nd ed. Wiley Interscience.
- [3] Murakami S, Continuum Damage Mechanics: a continuum mechanics approach to the analysis of damage and fracture, Springer 2012.
- [4] Murakami Y, Ferdous Md S, Makabe C, Low cycle fatigue damage and critical crack length affecting loss of fracture ductility, International Journal of Fatigue 82 (2016), 89-97.
- [5] Murakami Y, Miller KJ, What is fatigue damage? A view point from the observation of low cycle fatigue process, International Journal of Fatigue 27 (2005), 991-1005.
- [6] Kim KS, Chen X, Han C et. al. Estimation methods for fatigue properties of steels under axial and torsional loadings, International Journal of Fatigue, 24 (2002), 783-793.
- [7] Nieslony A, Kurek A, Dsoki C et. al. A study of compatibility between two classical fatigue curves models based on some selected structural materials, International Journal of Fatigue, 39 (2012), 88-94.
- [8] Dowling NE (2009), Mean stress effects in strain-life fatigue, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 32, 1004-1019.
- [9] Troshchenko VT, Khamaza LA, Strain-Life curves of steels and methods for determining the curve parameters, Strength of Materials, 42 (6) 2010, 647-659.
- [10] Jones A, Hudd RC (1999), Cyclic stress-strain curves generated from random cyclic strain amplitude tests, International Journal of Fatigue, 21, 521 – 530.
- [11] Nieslony A, Dsoki C, Kaufmann H et. al. (2008), New method for evaluation of the Manson–Coffin–Basquin and Ramberg–Osgood equations with respect to compatibility, International Journal of Fatigue, 30, p. 1967-1977.
- [12] Neuber H (1961), “Theory of Stress Concentration for shear-strained prismatic bodies with nonlinear stress-strain law”. Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics, Series E, vol. 28, No. 4, pp. 544-550.
- [13] Glinka G (1985), “Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks”. Engineering Fracture Mechanics, vol. 22, No. 3, pp. 485-508.
- [14] Marques, Flávio (2010). Desenvolvimento do processo de vazamento em coquilhas rotativas. Porto: FEUP.
- [15] Kalpakjian, Serope e Steven Schmid (2009). "Manufacturing Engineering and Technology." no. 6th.
- [16] Mesquita, Adolfo Sá. (1971). Tecnologia da fundição de ligas de alumínio. Metalurgia. Lisboa: INII.
- [17] Hatch, John E. (1984). Aluminium properties and physical metallurgy. Ohio: American Society for metals.
- [18] Marques, Flávio. (2010). Desenvolvimento do processo de vazamento em coquilhas rotativas. Porto: FEUP.
- [19] Davis, Joseph R. 1993. Aluminum and aluminum alloys. ASM Specialty Handbook. Materials Park, Ohio: ASM International.

10. RESPONSABILIDADE AUTORAL

“Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

NUMERICAL STRESS-LIFE CURVES FOR THE ALUMINUM ALLOYS BASED ON THE INFLUENCE OF COMPATIBLE AND INDEPENDENT PARAMETERS OF COFFIN-MANSON-BASQUIN E RAMBERG-OSGOOD EQUATIONS.

Luiz Carlos de Andrade Ribeiro Junior, luiz.ribeirojunior@globomail.com¹
Jorge Alberto Rodriguez Duran, jorge.a.r.duran@gmail.com¹

¹Volta Redonda School of Metallurgical Engineering, Federal Fluminense University, Volta Redonda 27255-125, Rio de Janeiro, Brazil

Abstract. *In the strain-based approach for fatigue analysis, the local strain history must be estimated from external loads. Normally the same strain-controlled tests conducted for the determination of the curves $\epsilon_a \times N_f$ or Coffin-Manson-Basquin equations (CMB), are used to define the stress-strain cyclic curve $\epsilon_a \times \sigma_a$ or Ramberg-Osgood (RO). In spite of the fact that the strains are the same, an independent set of parameters is used for fitting each equation to the experimental data. Although they have a ϵ_a in common, each curve is adjusted by an independent set of parameters. To ensure the necessary physical compatibility between the same deformations, some explicit relationship between the parameters must exist. The present paper discusses the influence that the use of both types of parameters, independent and compatible, has on the numerical stress-life curves of the (CNTV) numerical curves of aluminum alloys. By numerical stress-life curves we mean the stress amplitudes and the lives that result from the numerical solution of both, the strain-life and the stress-strain relations, for the same strain amplitude. The CNTV are obtained as a result of the numerical solution of the CMB and RO equations, separately, for the same strain amplitude. The effects of stress state are also considered in the present study since the two equations are modified according to the theory of total deformation of the plasticity and by the introduction of a relation of tensions between the main tensions in the flat state of the tensions. The principal finding of the present paper is that, for the studied material, the CNTV that result from the use of compatible and independent parameters are indistinguishable for the same stress state. Consequently, there are no important implications on life time calculations when the cyclic stress-strain curve is estimated in such a way that compatibility conditions for the aluminum alloys studied.*

Keywords: low-cycle fatigue, Coffin-Manson equation, Ramberg-Osgood model, lifetime predictions