

MODELAGEM E ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DO TIPO PONTE DE VIGAS INCORPORANDO ELEMENTOS COM MEMÓRIA DE FORMA

Armando Wilmans Nunes da Fonseca Júnior, armandowjunior@gmail.com¹

Filipe Oliveira Damasceno, filipeo.damasceno@hotmail.com²

Antonio Almeida Silva, antonio.almeida@ufcg.edu.br²

¹ Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - PPGEM

² Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Centro de Ciências e Tecnologia – CCT, Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica – UAEM, Rua Aprígio Veloso, 882, Bairro Universitário, 58429-900, Campina Grande, Paraíba, Brasil.

Resumo: O controle de vibrações na engenharia é de suma importância, tendo em vista as grandes oscilações que essas podem causar em sistemas, comprometendo seu funcionamento e segurança. Neste ramo, há um destaque para aplicações que incorporam as ligas com memória de forma (LMF) em estruturas. O presente trabalho tem como objetivo realizar o controle passivo de vibrações em modelos de estruturas do tipo ponte de vigas através da implementação de molas de liga com memória de forma superelásticas. O modelo matemático da ponte foi baseado em um elemento de viga engastado em uma extremidade e apoiado na outra, com as molas acopladas no vão da estrutura. Os experimentos foram realizados em vibração livre e após análise foi observado um aumento significativo do amortecimento e, por consequência, uma redução das amplitudes de vibração.

Palavras-chave: Controle de vibrações, Atenuação passiva, Ligas com memória de forma, Ponte de vigas.

1. INTRODUÇÃO

Durante o dia-a-dia é fácil observar a presença das vibrações mecânicas, elas cercam toda a natureza. Em certos casos as vibrações são desejadas, como em simples cordas de violão. No entanto, esse fenômeno também pode ter efeitos destrutivos. Sempre que a frequência natural de vibração de uma máquina ou estrutura coincidir com a frequência da excitação externa, um fenômeno conhecido como ressonância ocorre, este pode ocasionar sérios problemas em construções civis e outras estruturas, causando a ruptura de vigas de suporte devido ao aumento significativo da amplitude de oscilações, para casos levemente amortecidos. Portanto, é de suma importância o controle de vibrações. Neste ramo há um destaque para as ligas com memória de forma (LMF), pois são materiais inteligentes que têm duas principais propriedades: o efeito de memória de forma e a superelasticidade, as quais são utilizadas para o controle ativo e passivo de vibrações, respectivamente.

Em estudos recentes, Alam, Youseff e Nehdi (2007) e Jani et al. (2014) demonstram o grande potencial da aplicação de LMF em diversos campos, como medicina, construção civil, indústrias automobilística e aeroespacial. Liu et al. (2016) apresenta o uso de tirantes com LMF a fim de reduzir as vibrações flexionais e torcionais de uma ponte. Moraes (2017) desenvolveu um novo conceito de associação de molas de LMF em tendões para verificar a eficiência da implementação destas em um modelo com dois graus de liberdade simulando um edifício de dois andares. Resultados mostraram que obteve-se cerca de 60% de atenuação dos deslocamentos no primeiro modo de vibrar.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Ligas com Memória de Forma

Ligas com Memória de Forma (LMF) são ligas metálicas que sofrem transformações entre fases sólidas induzidas por mudanças de temperatura e/ou tensões apropriadas e que podem recuperar deformações aparentemente permanentes (OTSUKA & WAYMAN, 1998).

Entre as propriedades destas ligas, destacam-se o efeito memória de forma e a superelasticidade. O efeito memória de forma (EMF) envolve uma transformação cristalina termicamente induzida entre uma fase dúctil (Martensita) e uma fase de alta resistência (Austenita). Enquanto na fase de baixa temperatura, as ligas são facilmente deformáveis, quando aquecidas, elas transformam-se na fase austenítica e recuperam sua forma inicial. Esta propriedade é atualmente

utilizada no controle ativo de vibrações. Oliveira (2017) utilizou um conjunto de 8 molas de LMF no estado martensítico para suportar um mancal acoplado num sistema rotativo eixo-rotor. Durante o acionamento quando o sistema se aproximava da região de ressonância, as molas eram aquecidas e mudavam de fase, aumentando sua rigidez e passando pela região de ressonância com amplitudes reduzidas.

2.1.1. Superelasticidade

A superelasticidade é a capacidade que uma LMF apresenta de recuperar grandes níveis de deformação apenas com a retirada do carregamento aplicado. Este fenômeno é diretamente associado à transformação martensítica induzida por tensão e ocorre exclusivamente quando esta se encontra acima de sua temperatura crítica final de transformação austenítica (A_f), ou seja, para aplicações que requeiram esta propriedade, na condição inicial de trabalho a liga deve se encontrar completamente no estado austenítico. A liga pode ser deformada elasticamente em níveis maiores que metais tradicionais. Uma LMF de Níquel-Titânio (Ni-Ti) alcança deformações de até 8%, enquanto uma liga de aço geralmente não alcança valores maiores do que 1%.

Pode-se ver na Figura 1 a curva tensão-deformação de uma LMF superelástica. Percebe-se que os caminhos das tensões de carregamento e descarregamento são diferentes, este comportamento dá origem a uma histerese de tensão mecânica.

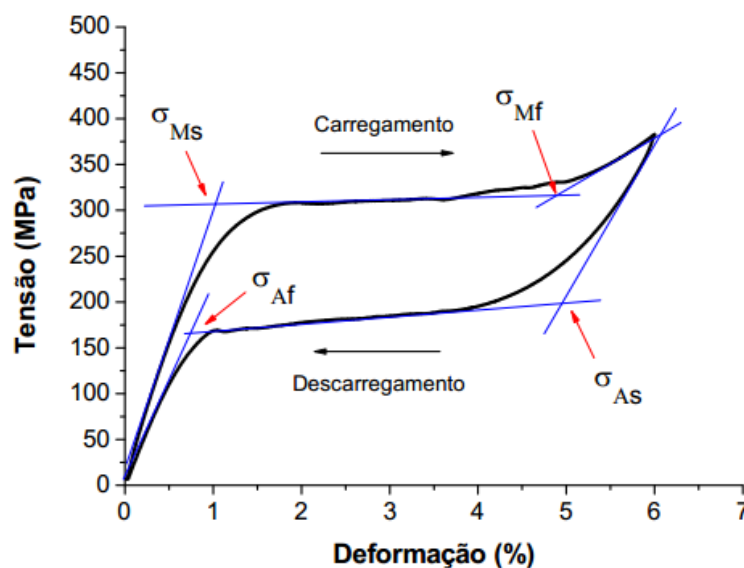


Figura 1 - Comportamento tensão-deformação de uma LMF superelástica (OLIVEIRA, 2014).

Fisicamente, essa histerese representa a energia recebida pelo material para sofrer a deformação. Durante o carregamento, a liga absorve energia para deformar-se, saindo da fase austenítica e começando a se transformar em martensita (Ms). Ao fim do carregamento a liga está totalmente na fase martensítica (Mf). Durante o descarregamento essa energia é dissipada para o meio na forma de calor e a liga volta a sua fase inicial. Isto implica em dizer que o material tem capacidade de dissipar uma parcela da energia utilizada para realizar o ciclo superelástico. Logo, quanto maior a histerese, maior a energia dissipada por cada ciclo. É devido a esta propriedade que as LMF superelásticas são usadas em dispositivos de controle passivo de vibrações.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Modelagem Matemática

A Figura 2 apresenta o modelo do sistema físico idealizado de uma ponte de viga, que consiste em uma chapa de alumínio engastada em uma extremidade e apoiada na outra, com uma massa concentrada numa dada posição x_m , sob excitação harmônica em x_f e sujeita a fios metálicos ou tirantes na forma de molas de LMF em x_s .

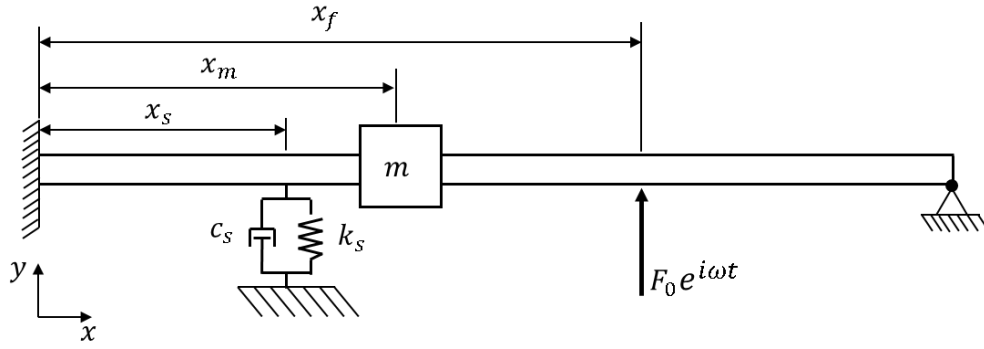


Figura 2 - Modelo da estrutura.

A formulação matemática deste modelo se baseou em trabalhos já realizados por Liu et al. (2016) e Hamdan e Jubran (1991). A Eq. (1) representa a modelagem matemática em vibração livre, onde m é uma massa concentrada ao longo do vão da estrutura, ρA é densidade linear e EI representa a rigidez da viga, c é o amortecimento estrutural, C_s e K_s são as constantes de amortecimento e de rigidez da LMF e $\delta(x - x_0)$ é a função delta de Dirac.

$$[\rho A + \delta(x - x_m)m] \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + c \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + \delta(x - x_s) \left[k_s y(x, t) + c_s \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (1)$$

Essa equação representa uma solução do tipo:

$$y(x, t) = \phi_n(x) q_n(t) \quad (2)$$

Onde $q_n(t)$ representa a coordenada generalizada e $\phi_n(x)$ o respectivo modo de vibrar da estrutura.

Fazendo a substituição de (2) em (1), e considerando a ortogonalidade dos modos normais de vibração, pode-se multiplicar a equação por $\phi_n(x)$ e integrar no comprimento da viga (RAO, 2010), obtendo-se:

$$\int_0^1 [\rho A + \delta(x - x_m)m] \phi_n^2(x) \frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} dx + \int_0^1 EI q_n(t) \phi_n(x) \frac{d^4 \phi_n(x)}{dx^4} dx + \int_0^1 c \phi_n^2(x) \frac{dq_n(t)}{dt} dx + \int_0^1 \delta(x - x_s) \phi_n(x) \left[k_s \phi_n(x) q_n(t) + c_s \phi_n(x) \frac{dq_n(t)}{dt} \right] dx = 0 \quad (3)$$

Fazendo-se as devidas substituições em (3). Consegue-se chegar à equação (4),

$$[1 + \phi_n^2(x_m)m] \frac{d^2 q_n(t)}{dt^2} + \left[c_s \phi_n^2(x_s) + \frac{c}{\rho A} \right] \frac{dq_n(t)}{dt} + [\omega_n^2 + k_s \phi_n^2(x_s)] q_n(t) = 0 \quad (4)$$

Onde assumindo,

$$m_{eq} = \rho A [1 + \phi_n^2(x_m)m] \quad (5)$$

$$c_{eq} = \rho A c_s \phi_n^2(x_s) + c \quad (6)$$

$$\omega_{eq} = \sqrt{\omega_n^2 + k_s \phi_n^2(x_s)}. \quad (7)$$

Pode-se representar a equação (4) em seu formato padrão:

$$m_{eq} \frac{\partial^2 q_n(t)}{\partial t^2} + c_{eq} \frac{\partial q_n(t)}{\partial t} + \rho A \omega_{eq}^2 q_n(t) = 0 \quad (8)$$

Com solução típica da forma:

$$q_n(t) = X e^{-\xi \omega_{eq} t} \cos(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_{eq} t - \theta) \quad (9)$$

Onde:

$$C'_1 = \frac{y_0}{\phi_n(x_0)} \quad (10)$$

$$C'_2 = \frac{\dot{y}_0 + \xi \omega_{eq} y_0}{\phi_n(x_0) \sqrt{1 - \xi^2 \omega_{eq}^2}} \quad (11)$$

$$X = \sqrt{C_1'^2 + C_2'^2} \quad (12)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{C_2'}{C_1'} \right) \quad (13)$$

$$\xi = \frac{c_{eq}}{2m_{eq}\omega_{eq} \sqrt{\frac{\rho A}{m_{eq}}}} \quad (14)$$

3.2. Modelo experimental da estrutura

Na Figura 3 pode ser observada uma representação do modelo físico experimental idealizado, onde M representa o contrapeso utilizado para fazer a pré-carga da mola de LMF através de fios ou tirantes. Na Figura 4 são exibidos os modos de vibrar da estrutura, onde pode ser encontrado o ponto de deflexão máxima, no qual deverá ser colocado o elemento absorvedor, a massa concentrada m e o instrumento de medição da amplitude.

Para efeito de comparabilidade e para avaliar apenas a redução da amplitude através da incorporação dos absorvedores de LMF se faz necessário ter um referencial de análise, utilizando molas de aço com rigidez equivalente a fim de comparar as duas estruturas com propriedades similares.

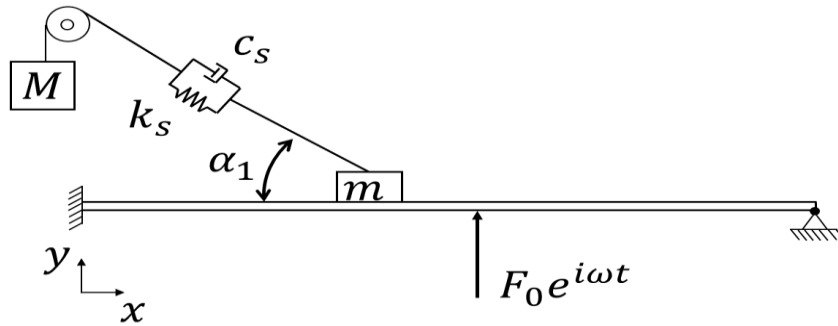


Figura 3 - Representação do Modelo experimental.

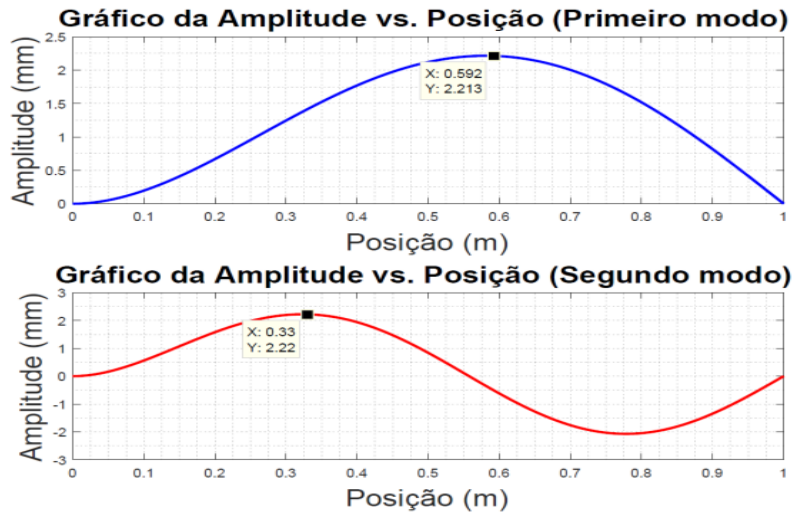


Figura 4 - Modos de vibrar do sistema.

A Tabela 1 mostra as características do modelo experimental.

Tabela 1 - Parâmetros usados para modelagem.

Parâmetros	Valores
Comprimento da ponte	1 m
Densidade da ponte (ρ)	2770,0 kg/m ³
Espessura	3,175 mm
Largura	101,6 mm
Módulo de Young (E)	71,0 GPa
Massa concentrada	0,12695 Kg

3.3. Seleção do absorvedor dinâmico

Para a escolha das minimolas de LMF se fez necessário ter uma noção da deformação máxima que as mesmas podem sofrer em função da deformação vertical da ponte. As minimolas apresentam um laço histerético quando sujeitas à carga e descarga numa dada faixa de tensões. Segundo Moraes (2017), para esse tipo de mola LMF superelástica o maior valor de energia dissipada se encontra numa faixa de 80 a 500% de deformação linear da mola (Fig. 6), logo se faz necessário que o deslocamento efetivo dos absorvedores esteja operando dentro dessa faixa. A mola com comprimento útil de 2,5 mm (M7) foi escolhida devido ao fato desta formar o maior laço histerético dada a deflexão vertical da ponte (Fig. 5).

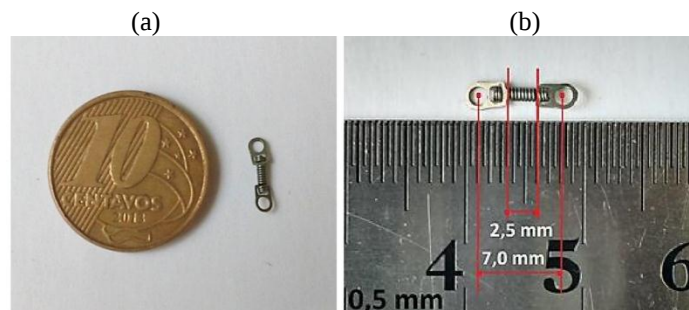


Figura 5 - Minimola superelástica M7 com LMF (Ni-Ti). (a) Proporção comparativa; (b) Comprimento efetivo e entre olhais (MORAES 2017).

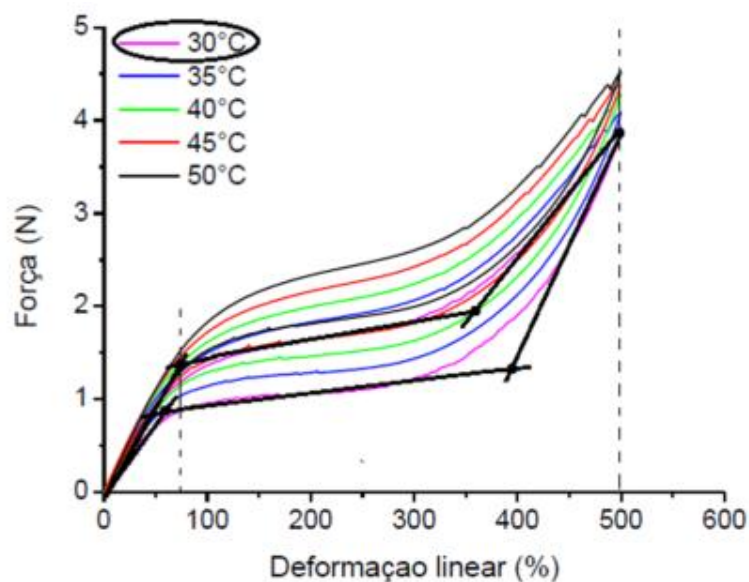


Figura 6 - Comportamento do laço histerético para diferentes temperaturas (MORAES, 2017).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As Figuras 7 e 8 mostram alguns resultados das simulações e dados experimentais sob vibração livre sem considerar a massa concentrada. Para cada condição, calculou-se o decremento logarítmico e os fatores de amortecimento do sistema, conforme a Tabela 2. Estes serão utilizados como dados de entrada na modelagem analítica.

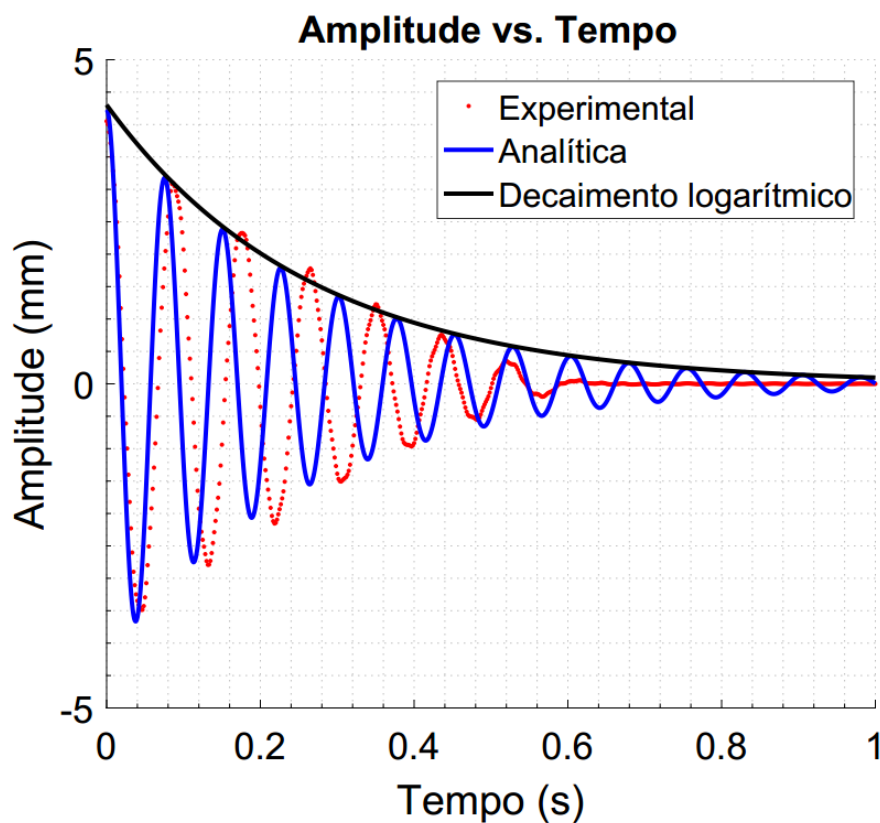


Figura 7 - Vibração livre sem massa concentrada e com molas de aço.

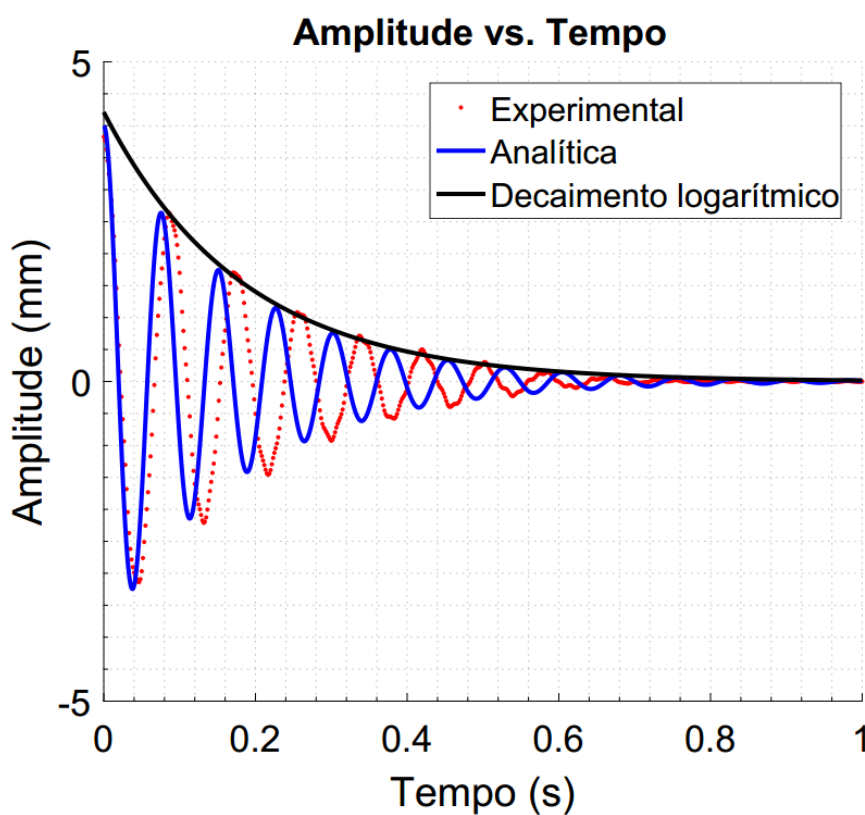


Figura 8 - Vibração livre sem massa concentrada e com molas de LMF.

Na Tabela 2, pode-se observar que há um aumento bastante significativo do fator de amortecimento quando se comparam os resultados experimentais realizados com as molas de LMF em relação às molas de Aço, da ordem de 43,48% de aumento relativo.

Tabela 2 - Fatores de amortecimento encontrados pelo método do decremento logarítmico.

	Experimentos	Fator de amortecimento	Aumento percentual
Sem massa	Molas de Aço	0,046	-
	Molas de LMF	0,066	43,48%
Com massa	Molas de Aço	0,037	-
	Molas de LMF	0,051	37,84%

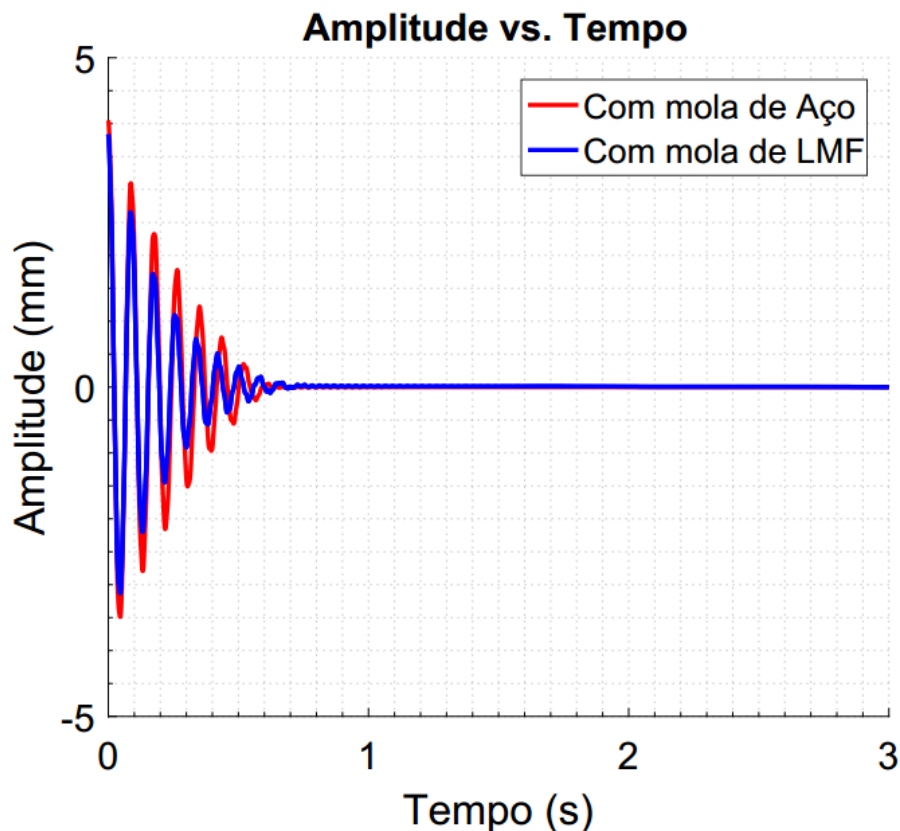
A Tabela 3 resume os valores das frequências naturais obtidas para as várias configurações do sistema quando sujeito à vibração livre, e seus respectivos erros percentuais, para fins de análise.

Tabela 3 - Erros relativos entre as frequências analíticas e experimentais em vibração livre.

		ω_d Experimental (Hz)	ω_d Analítica (Hz)	Erro (%)
Sem massa	Molas de Aço	11,53	13,16	12,34%
	Molas de LMF	11,76	13,33	11,78%
Com massa	Molas de Aço	10,00	11,36	11,97%
	Molas de LMF	10,34	11,36	8,97%

De acordo com a Tabela 3, pode-se observar que os erros se apresentam da mesma ordem de grandeza, para os dois tipos de estrutura, sem e com a massa concentrada. Observa-se também que os erros máximos são da ordem de 12%.

Nas figuras 9 e 10 são apresentadas duas curvas de resposta superpostas em termos de deslocamento, onde pode ser bem caracterizado a redução das amplitudes de vibração quando se adicionam as molas de LMF relativas às molas de aço convencionais.

**Figura 9 - Comparação de dados experimentais em vibração livre sem massa concentrada.**

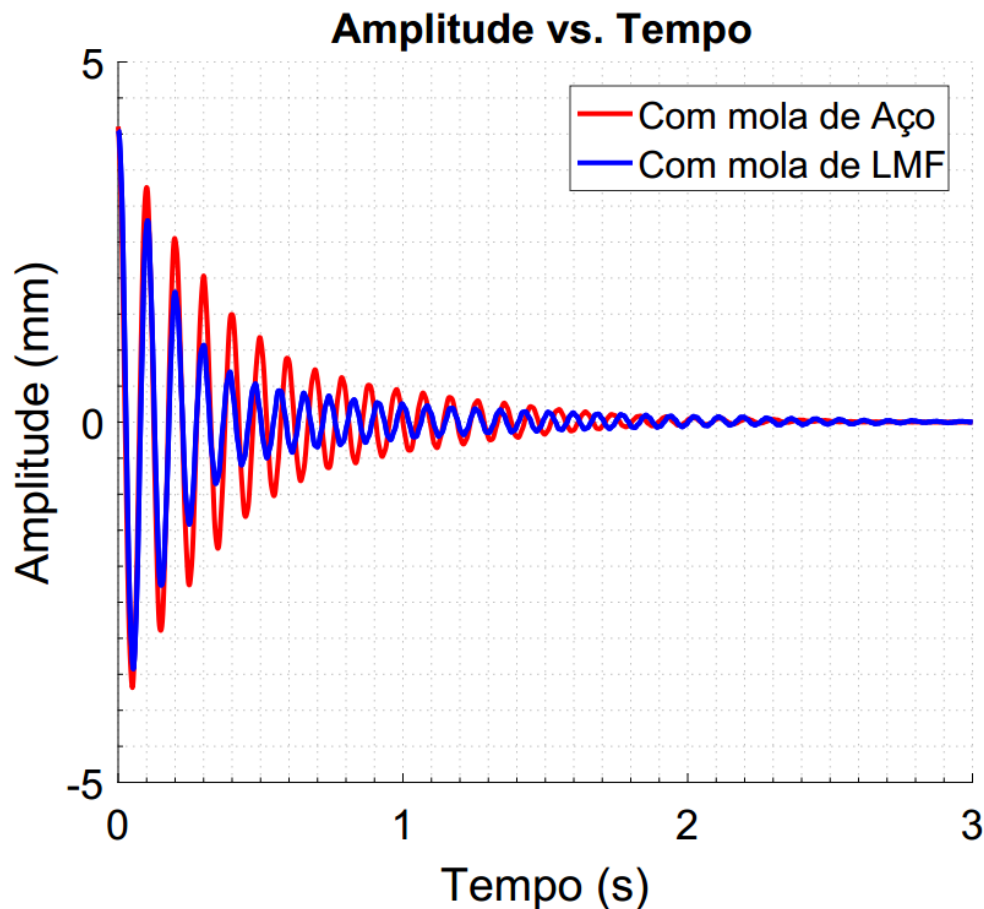


Figura 10 - Comparação dos dados experimentais em vibração livre com massa concentrada.

5. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos pelo método analítico se mostraram bem representativos para fins de comparação com os valores obtidos nos experimentos, obtendo-se um erro máximo na frequência natural de 12,34% para a vibração livre. Este erro pode ser associado à utilização da suposição da ortogonalidade dos modos, que foi usado para simplificação das equações.

Para efeitos de comparação da resposta da ponte de viga em vibração livre, utilizou-se na estrutura molas de aço e de LMF, ambas com a mesma rigidez, garantindo que as comparações fossem realizadas entre sistemas similares. Logo, pôde-se chegar à conclusão de que as reduções das amplitudes ocorreram graças ao efeito exclusivo do amortecimento histerético das molas de LMF. Em vibração livre, o valor da redução de amplitude chegou a 43,48%.

Essa redução não foi maior devido ao fato da estrutura apresentar, na região de ressonância, uma frequência mais elevada, logo as molas diminuem a sua capacidade de dissipação de energia. Outra razão foram as amplitudes de vibração da ponte, a deformação ideal das molas em função desta última era de 500%, no entanto, nos experimentos só foi possível alcançar uma deformação de 242,5% devido a limitações da estrutura e de equipamentos.

6. REFERÊNCIAS

ALAM, M.; YOUSSEF, M.; NEHDI, M. **Utilizing shape memory alloys to enhance the performance and safety of civil infrastructure: a review**. Can. J. Civ. Eng., Vol. 34, p. 1075–1086. 2007.

HAMDAN, M. N.; JUBRAN, B. A. **Free and Forced Vibrations of a Restrained Cantilever Beam Carrying a Concentrated Mass**. J KAU: Eng. Sci., vol. 3, Pg. 71-83.1991.

JANI, J. M.; LEARY, M.; SUBIC, A.; GIBSON, M. A. **A review of shape memory alloy research, applications and opportunities**. Materials and Design, Vol. 56, p. 1078-113. 2014.

LIU, A. R.; LIU, C. H.; FU, J. Y.; PI, Y. L.; Huang, Y. H.; Zhang, J. P. **A Method of Reinforcement and Vibration Reduction of Girder Bridges Using Shape Memory Alloy Cables.** *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. World Scientific Publishing Company. Vol. 17. No. 7. Setembro de 2016.

MORAES, Y. J. O. **Análise Dinâmica Aplicada ao Controle Passivo de Vibrações em Estrutura do Tipo Pórtico Incorporando Minimolas Superelásticas de Nitinol.** Campina Grande, PB. 114p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – PPGEM/UAEM, Universidade Federal de Campina Grande, 2017.

OLIVEIRA, A. G. **Concepção e Análise Dinâmica de Sistema com Controle de Mancel Adaptativo Incorporando Molas LMF.** Campina Grande, PB, 2017. 122 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – PPGEM/UAEM, Universidade Federal de Campina Grande, 2017.

OLIVEIRA, H. M. R. **Estudo Experimental do Comportamento Térmico e Dinâmico de Fios de Liga com Memória de Forma Niti em Regime Superelástico.** Campina Grande, PB, 2014. 113 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – PPGEM/UAEM, Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

OTSUKA, K.; WAYMAN, C. M. **Shape Memory Materials.** Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations.** 5ª ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2010.

7. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

MODELING AND DYNAMIC ANALYSIS OF GIRDER BRIDGES STRUCTURES INCORPORATING SHAPE MEMORY ELEMENTS

Armando Wilmans Nunes da Fonseca Júnior, armandowjunior@gmail.com¹

Filipe Oliveira Damasceno, filipeo.damasceno@hotmail.com²

Antonio Almeida Silva, antonio.almeida@ufcg.edu.br²

¹ Federal University of Campina Grande – UFCG, Postgraduate Program in Mechanical Engineering - PPGEM

² Federal University of Campina Grande – UFCG, Science and Technology Center – CCT, Academic Unit of Mechanical Engineering – UAEM, Aprígio Veloso Street, 882, University District, Zip Code: 58429-900, Campina Grande, Paraíba, Brasil.

Abstract. *Vibration control in engineering is of utmost importance, considering the amount of oscillations that these may deliver to systems, compromising their operation and safety. In this field, there is a highlight for applications incorporating shape memory alloys (SMA) in structures. This paper shows the passive vibration control of a girder bridge structure model through the implementation of superelastic shape memory springs. The mathematical model of the bridge was based in a beam element clamped at one end and supported at the other, with springs attached to the structure span. The experiments were carried out in free vibration and after analysis, a significant increase of the damping was observed and, consequently, a reduction of the vibration amplitudes.*

Keywords: *Vibration control, Passive attenuation, Shape memory alloys, Girder bridges.*