

ESTUDO COMPARATIVO DE DOIS MODELOS TÉRMICOS PARA ESTIMAR PROPRIEDADES TÉRMICAS USANDO A TÉCNICA DE DIFERENTES FLUXOS DE CALOR

Nícolas Pinheiro Ramos¹, nicolas.pramos@outlook.com
Luís Felipe dos Santos Carollo², felipecarlo@ yahoo.com.br
Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva¹, metrevell@unifei.edu.br

¹Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI, Instituto de Engenharia Mecânica – IEM, Laboratório de Transferência de Calor – LabTC, Campus Prof. José Rodrigues Seabra, Av. BPS, 1303, Itajubá – MG.

²Centro Universitário de Itajubá - FEPI, Av. Dr. Antônio Braga Filho, 687, Itajubá – MG.

Resumo: Neste trabalho são apresentados dois modelos térmicos para estimar simultaneamente a condutividade térmica, λ , e a capacidade de calor volumétrica ρc_p de uma amostra de aço AISI 1045. Os modelos têm como base a equação de difusão do calor unidimensional em regime transiente. Análises dos coeficientes de sensibilidade das propriedades térmicas são realizadas. Duas intensidades de fluxo de calor são impostas na superfície superior da amostra afim de aumentar a sensibilidade para o processo de estimação. Na superfície oposta, cada modelo possui uma condição diferente: o primeiro modelo tem uma condição de isolamento e o segundo, por sua vez, tem uma condição de temperatura constante. Para estimar essas propriedades, uma função objetivo é minimizada utilizando o algoritmo Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). A temperatura numérica é obtida por meio da solução da equação do calor do modelo usando o Método das Diferenças Finitas (MDF) com formulação implícita. A temperatura experimental simulada é obtida por meio da adição de erros aleatórios nos dados numéricos. Para ambos os modelos, as propriedades térmicas estimadas tiveram boa precisão e apresentaram diferenças de aproximadamente 5% em comparação com a literatura.

Palavras-chave: condutividade térmica, capacidade de calor volumétrica, estimação simultânea, condução de calor, otimização.

1. INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento de novas metodologias mais precisas, cada vez mais é indispensável um correto e eficaz conhecimento da temperatura de um determinado material. Assim, conhecida a temperatura pode-se fazer simulações de uso intenso do material analisado, diminuindo-se assim a probabilidade de algum problema acontecer com o material quando o mesmo estiver submetido à sua situação usual. Pode-se ainda, contornar de maneira mais rápida e eficaz um eventual comportamento anormal que o material possa estar submetido.

Na engenharia há uma constante busca para se desenvolver materiais que possuam melhores propriedades termofísicas aliadas à um custo relativamente menor do que materiais que já estejam em uso. Por isso é de suma importância que existam trabalhos como o apresentado neste artigo, no intuito de determinar de maneira concisa as propriedades termofísicas e colaborar de maneira significativa para o desenvolvimento de métodos mais eficazes dentro da área de transferência de calor, bem como na engenharia mecânica como um todo.

Assim, todo engenheiro deve estar atento às características e comportamento dos materiais usados em seus projetos. O conhecimento das propriedades do material é fundamental na execução de projetos, evitando falhas, diminuindo custos e aumentando sua aplicação.

Citam-se como propriedades importantes a serem estudadas dentro deste contexto: a condutividade térmica, λ , isto é, a capacidade de conduzir calor do material. A condutividade térmica corresponde à quantidade de calor que é transmitida através da superfície de um material de espessura constante, pela diferença de temperatura entre as duas faces dessa superfície. A capacidade de calor volumétrica, ρc_p , representa a capacidade de um material de armazenar energia térmica. Estas duas propriedades são de extrema importância nos problemas de condução de calor.

Atualmente, existem várias técnicas para determinar as propriedades termofísicas dos mais diversos materiais (Jannot *et al.*, 2006, Jannot *et al.*, 2009, Xamán *et al.*, 2009, Jannot *et al.*, 2010, Thomas *et al.*, 2010). Estas técnicas podem determinar estas propriedades separada ou simultaneamente, além disso, a maioria destas estimativas ocorre rapidamente, com segurança e precisão.

Dois modelos térmicos para a estimação simultânea a condutividade térmica, λ , e a capacidade de calor volumétrica ρc_p são apresentados neste trabalho. Baseados na difusão unidimensional transiente, os modelos possuem condições diferentes. O primeiro modelo (modelo isolado) tem um fluxo de calor uniforme de duas intensidades imposto em sua superfície superior ($x = 0$), enquanto a superfície inferior ($x = L$) é mantida isolada. O segundo modelo (modelo com placa fria), por sua vez, tem em sua superfície inferior ($x = L$) uma placa fria de maneira a manter constante a temperatura nesse ponto. Esse último modelo térmico foi desenvolvido para propiciar a imposição de altos fluxos de calor em materiais com alta condutividade térmica, pois ele evita o superaquecimento da amostra nessa condição. Para garantir a unidimensionalidade foram usadas as superfícies laterais bem maiores do que a espessura, e o tempo total de experimento/simulação é pequeno.

As propriedades são estimadas minimizando-se uma função objetivo. Para o primeiro modelo, utiliza-se dados experimentais, numéricos e experimentais simulados. Então, a função objetivo é definida pelo quadrado da diferença entre a temperatura experimental e a numérica e, posteriormente, pelo quadrado da diferença entre a temperatura experimental simulada e a numérica. Já para o segundo modelo, usa-se dados experimentais simulados e numéricos, e a função objetivo é definida pelo quadrado da diferença entre esses dados.

A temperatura experimental é medida posicionando um termopar na superfície inferior ($x = L$) da amostra. A temperatura numérica, por sua vez, é obtida por meio da solução da equação da difusão do calor usando o Método das Diferenças Finitas (MDF) com formulação implícita. Em relação à temperatura experimental simulada, ela é obtida adicionando-se erros aleatórios na temperatura numérica.

Os resultados para o primeiro modelo com dados experimentais para o aço AISI 1045 são apresentados em Carollo (2016), bem como para outros metais em Carollo (2016) e Ramos *et al.* (2016). Neste trabalho são apresentados os resultados para ambos os modelos com dados numéricos e experimentais simulados. Dessa forma, o presente trabalho procura apresentar um estudo comparativo entre dois modelos térmicos para estimação simultânea da condutividade térmica e da capacidade de calor volumétrica do aço AISI 1045, além de prover dados prévios para a montagem experimental do segundo modelo.

2. METODOLOGIA

2.1 Modelos Térmicos

O primeiro modelo térmico unidimensional trata-se de uma amostra localizada entre um aquecedor resistivo e um isolante térmico (Fig. 1). Adota-se uma espessura muito inferior às outras dimensões a fim de garantir a unidimensionalidade. Além disso, todas as superfícies são mantidas isoladas, exceto aquela onde o fluxo de calor é imposto ($x = 0$).

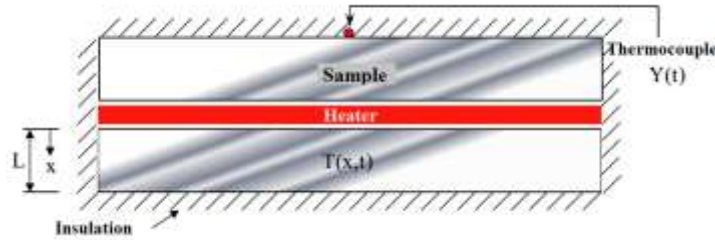


Figura 1. Modelo térmico unidimensional isolado (vista em corte).

A equação da difusão de calor, considerando a condição de propriedades constantes, que descreve o problema apresentado na Fig. 1 pode ser escrita como sendo:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (1)$$

sujeita às condições de contorno:

$$-\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = \phi(t) \quad \text{em } x = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = 0 \quad \text{em } x = L \quad (3)$$

e à condição inicial:

$$T(x, t) = T_0 \quad \text{em } t = 0 \quad (4)$$

sendo x a coordenada cartesiana, t o tempo, ϕ o fluxo de calor imposto, T_0 a temperatura inicial do corpo e L a espessura da amostra.

O segundo modelo consiste em uma amostra localizada entre um aquecedor resistivo e uma placa fria (Fig. 2). As superfícies laterais são isoladas, a superfície superior é aquecida com fluxos de calor constantes e a superfície inferior é mantida a uma temperatura constante de 15°C.

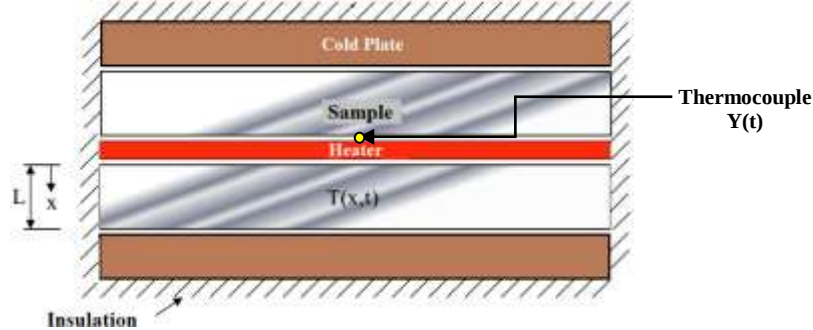


Figura 2. Modelo térmico unidimensional com placa fria (vista em corte).

Para este modelo, as seguintes condições alteram-se:

$$T(x, t) = 15 \quad \text{em } x = L \quad (5)$$

$$T(x, t) = 15 \quad \text{em } t = 0 \quad (6)$$

3. COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE

O estudo dos coeficientes de sensibilidade contribui para determinar a configuração ideal do experimento para estimar as propriedades. Este estudo fornece informações como, por exemplo: o correto posicionamento dos termopares, o tempo dos ensaios, o intervalo de tempo da incidência do fluxo de calor imposto e o incremento de tempo para a leitura das temperaturas. Quanto maior o valor dos coeficientes, melhor é a possibilidade de obter as propriedades de forma confiável, porém a diferença entre eles não deve ser grande, com o intuito de evitar problemas como a otimização por somente uma propriedade.

O coeficiente de sensibilidade é definido como sendo a primeira derivada parcial da temperatura em relação ao parâmetro que se deseja analisar (λ e ρc_p), sendo escrito na forma apresentada na Eq. (7).

$$X_{ij} = P_i \frac{\partial T_j}{\partial P_i} \quad (7)$$

onde T é a temperatura calculada numericamente, P o parâmetro que deseja-se analisar (λ ou ρc_p), i o contador para o número de parâmetros e j o contador para o número de pontos. Como neste trabalho determina-se λ e ρc_p , tem-se: $i = 1$ para ρc_p e $i = 2$ para λ .

4. MÉTODO BFGS

Para realizar a estimativa das propriedades térmicas analisadas deve-se definir uma função objetivo que basicamente considera a temperatura experimental e a temperatura numérica. Desta forma, define-se essa função como sendo a diferença ao quadrado entre a temperatura experimental e a numérica. Logo, tem-se a seguinte equação:

$$F = \sum_{j=1}^m (Y_j - T_j)^2 \quad (8)$$

sendo m o número total de pontos, Y a temperatura experimental e T a temperatura numérica.

Desta forma, sabe-se que o valor ótimo para λ e ρc_p , ou seja, o valor que minimiza a função objetivo (Eq. 8) é o valor da propriedade que se deseja estimar. Para obter este valor pode-se utilizar técnicas de otimização, sendo que neste trabalho é utilizada a técnica sequencial de otimização BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) apresentada em Vanderplaats (2005). Esta técnica é uma particularidade dos Métodos da Métrica Variável. As vantagens deste método são a rápida velocidade de convergência e a facilidade para se trabalhar com inúmeras variáveis de projeto. Por

se tratar de um método de primeira ordem é necessário conhecer o gradiente da função objetivo. Para o cálculo do gradiente é utilizado neste trabalho o pacote computacional Design Optimization Tools - DOT (Vanderplaats, 2005). As vantagens desse método são a rápida convergência e a facilidade de se trabalhar com várias variáveis. Por ser um método de primeira ordem, é necessário o conhecimento do gradiente da função objetivo.

5. RESULTADOS E ANÁLISES

X_1 representa o coeficiente de sensibilidade para λ e X_2 para ρc_p . No caso do modelo isolado, X_1 é multiplicado por um fator para melhorar a visualização da curva. Para o primeiro modelo, na Fig. 4, observa-se que X_1 aumenta durante os primeiros 5s e depois permanece constante até a mudança no fluxo de calor. Esse comportamento é tido tanto para $x = L$ tanto para $x = 0$, sendo que esse último possui valores superiores; X_2 aumenta proporcionalmente com a temperatura, ou seja, aumenta durante todo o experimento/simulação. Em relação ao segundo modelo, X_1 possui uma forte variação entre 3 e 13s, indicando uma boa sensibilidade para λ . Essa variação pode ser explicada pela inércia térmica da amostra nesse modelo, uma vez que sua temperatura inicial é relativamente baixa; o comportamento de ρc_p acompanha a temperatura novamente. Após a diminuição do fluxo de calor a temperatura da amostra cai, fazendo com que X_2 tenha uma mudança brusca em 10s e se mantenha inalterado após 35s (Fig. 6). Figuras 3 e 4 correspondem ao modelo isolado e Figs. 5 e 6 ao modelo com placa fria. Nas Tabelas 1 e 2 são apresentados os resultados obtidos.

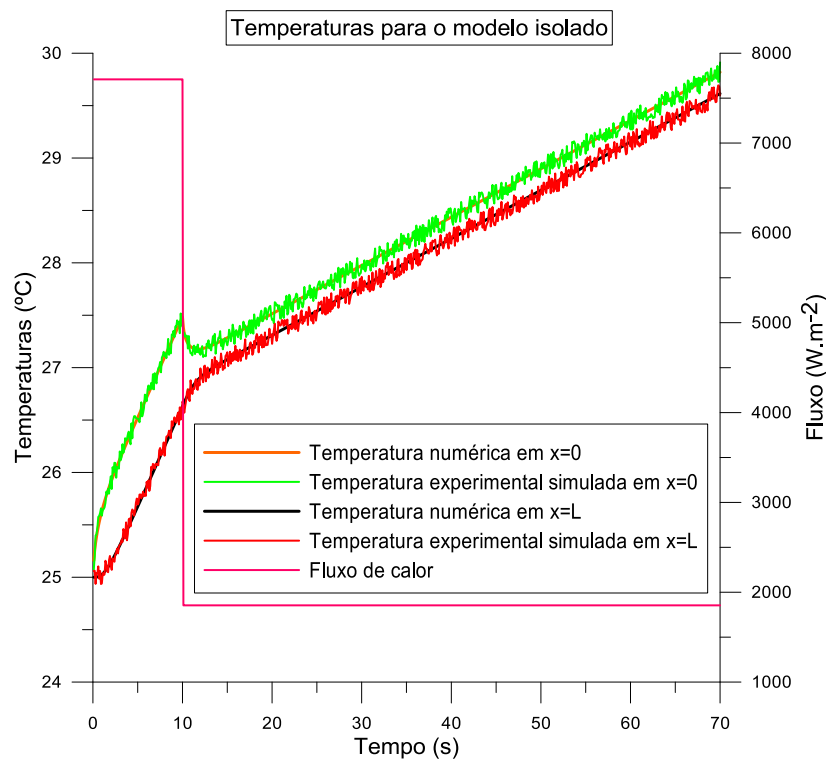


Figura 3. Temperaturas numérica e experimental simulada para o modelo isolado.

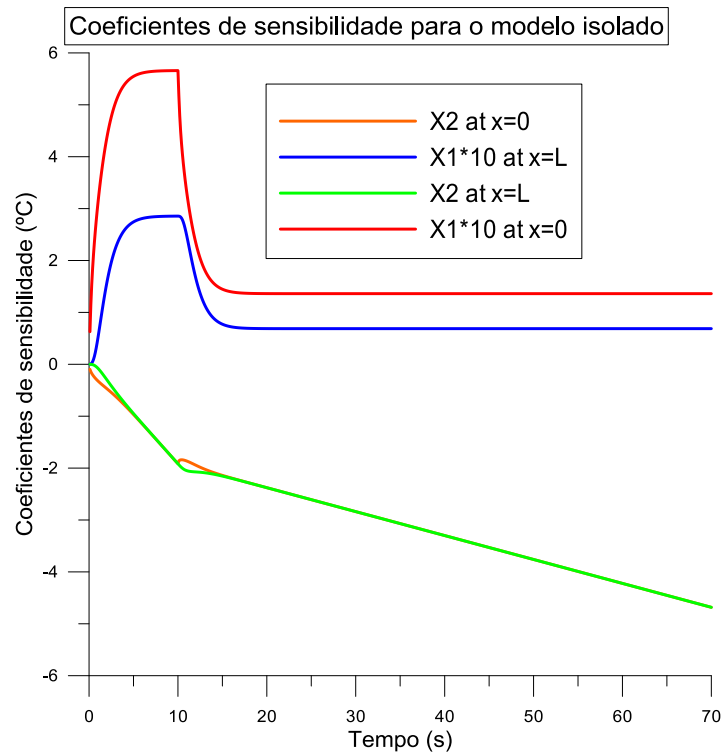


Figura 4. Coeficientes de sensibilidade para o modelo isolado.

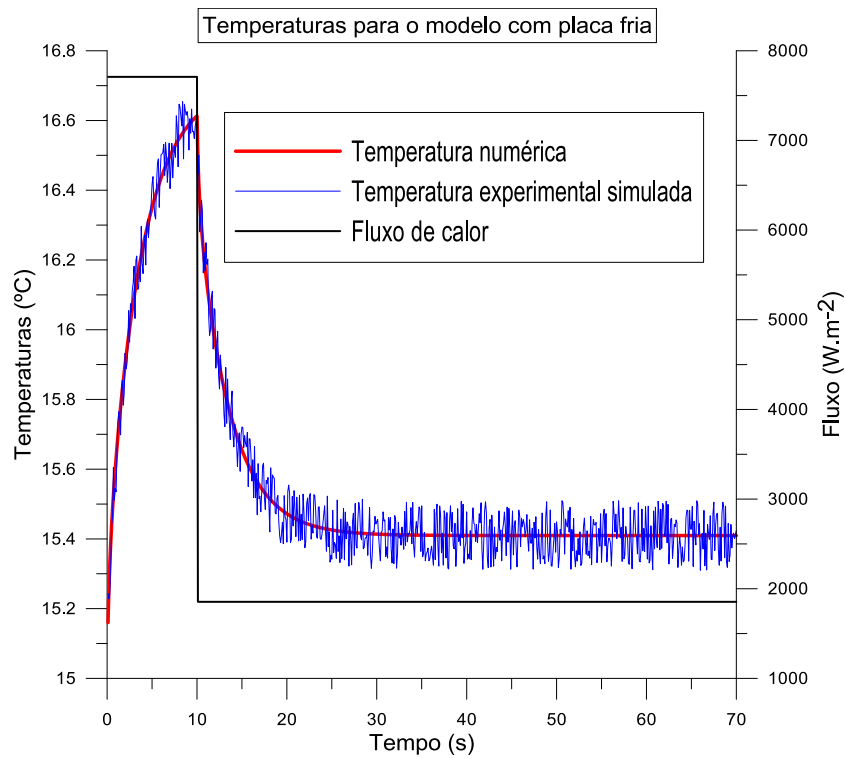


Figura 5. Temperaturas numérica e experimental simulada para o modelo com placa fria.

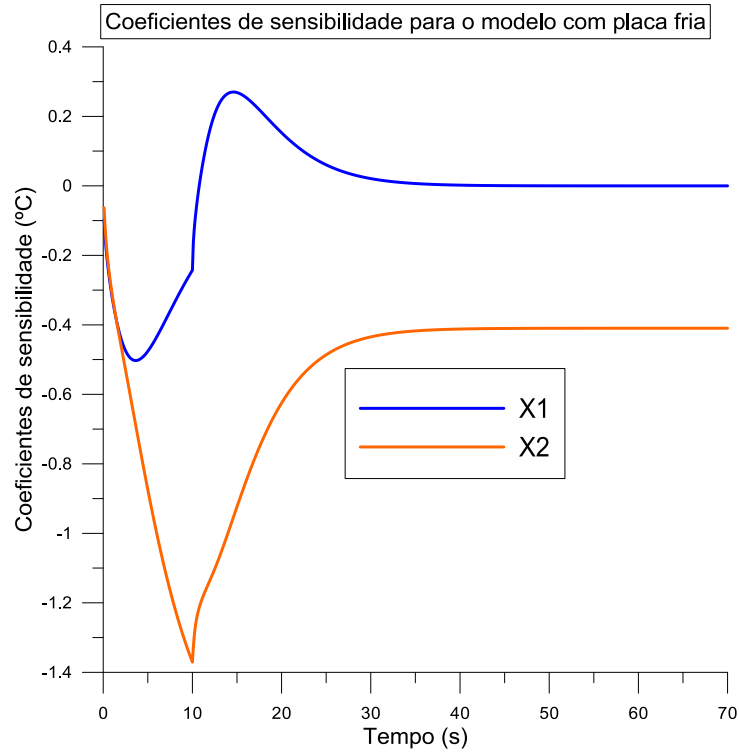


Figura 6. Coeficientes de sensibilidade para o modelo com placa fria.

Tabela 1. Valores obtidos para o aço AISI 1045 usando o modelo com placa fria.

Modelo com placa fria			
Erros aleatórios de $\pm 0,1$ °C		Erros aleatórios de $\pm 0,25$ °C	
λ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (Ws/m ³ K)	λ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (Ws/m ³ K)
54,8423	3,5322	54,8711	3,5228
55,6621	3,5051	56,5266	3,5347
54,9741	3,5238	53,6287	3,4944
55,2142	3,5297	53,9471	3,4875
53,8746	3,5174	55,2149	3,5269
53,5108	3,4996	56,5472	3,5177
55,3571	3,5199	53,2178	3,4847
55,2795	3,4873	54,9687	3,5294
53,6476	3,5255	54,1159	3,5341
54,5788	3,5013	55,8728	3,4986
Média			
54,6941	3,5142	54,8911	3,5131
Diferença (%) – Carollo (2016)			
4,2	1,0	5,5	1,0

Tabela 2. Valores obtidos para o aço AISI 1045 usando o modelo isolado.

Modelo isolado							
Erros aleatórios de $\pm 0,1$ °C				Erros aleatórios de $\pm 0,25$ °C			
$x = 0$		$x = L$		$x = 0$		$x = L$	
λ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (Ws/m ³ K)	λ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (Ws/m ³ K)	λ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (Ws/m ³ K)	λ (W/mK)	$\rho c_p \times 10^{-6}$ (Ws/m ³ K)
52,1712	3,5020	51,4715	3,4981	53,6802	3,4838	50,4543	3,5072
51,9874	3,4852	52,1527	3,4752	51,9007	3,4996	52,1248	3,5202
53,0152	3,5188	50,8841	3,4962	53,2078	3,5123	50,7885	3,4825
52,5598	3,4928	51,5620	3,4875	53,4477	3,4772	49,8428	3,4799
52,7637	3,5264	52,0587	3,5088	53,2137	3,5312	51,1764	3,5155
53,0976	3,4994	52,1964	3,5227	52,9914	3,5088	50,7452	3,4981
52,2744	3,5031	51,5724	3,4901	50,9354	3,5174	49,5667	3,5256
53,6317	3,5202	51,7122	3,4703	53,5426	3,4771	50,5554	3,5164
52,5418	3,4819	50,8051	3,5128	52,6623	3,4820	51,1563	3,4789
51,0193	3,5177	51,8726	3,4778	52,7842	3,5287	48,8421	3,5377
Média							
52,5062	3,5033	51,6017	3,4957	52,8424	3,4988	50,7123	3,5027
Diferença (%) – Carollo (2016)							
0,9	0,7	0,8	0,3	1,5	0,7	2,9	0,8

Fez-se também testes de igualdade de variâncias para testar a equivalência de variâncias entre os resultados obtidos por ambos os modelos. A análise de variância procura dar respostas através da comparação das localizações dos diferentes grupos. Esta comparação é feita a partir da análise da dispersão presente no conjunto de dados (Martins, 2007).

Na análise individual de cada referência utilizou-se o método de Bonferroni. Enquanto que para a análise conjunta dos dados, foram utilizados o método de comparações múltiplas e o método de Levene. O nível de significância utilizado na análise dos dados foi de $\alpha = 0,05$, ou seja, adotou-se um nível de confiança de 95%. Na análise conjunta, se o valor P for maior que 0,05, confirma-se a hipótese de que as variâncias são estatisticamente equivalentes. Sendo tal situação válida para os dois métodos. O modelo isolado é tratado por M1 e o modelo com placa fria por M2.

Os resultados individuais para os dados de λ , obtidos pelo método de Bonferroni, são apresentados na Tab. 3.

Tabela 3. Valores obtidos na análise estatística para os dados de λ .

Referência	Nº de dados	Desvio padrão	Intervalo de confiança
M2 – $\pm 0,1$ °C	10	0,76524	(0,435263, 1,82754)
M2 – $\pm 0,25$ °C	10	1,17275	(0,726501, 2,57157)
M1 – $x = 0 - \pm 0,1$ °C	10	0,71430	(0,312260, 2,21955)
M1 – $x = L - \pm 0,1$ °C	10	0,48457	(0,238953, 1,33483)
M1 – $x = 0 - \pm 0,25$ °C	10	0,84400	(0,270701, 3,57453)
M1 – $x = L - \pm 0,25$ °C	10	0,92628	(0,456866, 2,55103)

O nível de confiança individual obtido foi de 99,1667%.

Para o método de múltiplas comparações obtém-se o valor P igual a 0,097 e para o método de Levene igual a 0,304 (Fig. 7). Sendo ambos maiores que 0,05 se comprova a equivalência dos resultados.

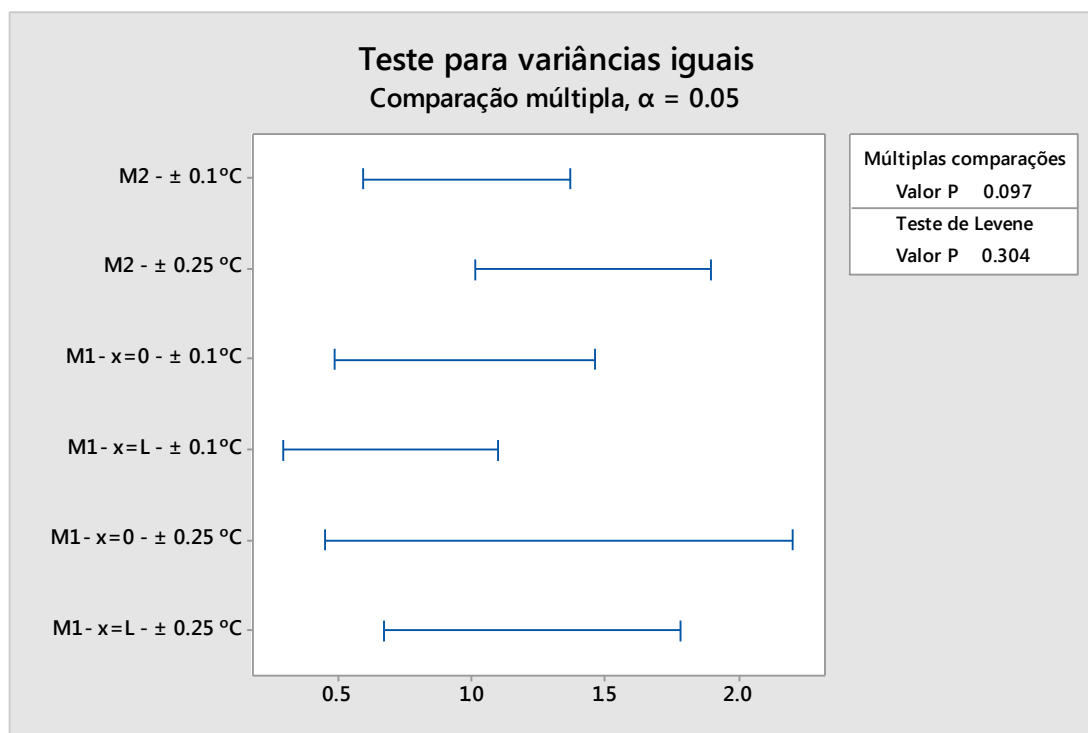


Figura 7. Resumo do teste de variâncias para λ .

Apresenta-se agora a análise estatística para os dados de ρ_{cp} .

Tabela 4. Valores obtidos na análise estatística para os dados de ρ_{cp} .

Referência	Nº de dados	Desvio padrão	Intervalo de confiança
M2 - $\pm 0,1$ °C	10	0,0149548	(0,0084200, 0,0360801)
M2 - $\pm 0,25$ °C	10	0,0197225	(0,0128514, 0,0411143)
M1 - $x = 0 - \pm 0,1$ °C	10	0,0154868	(0,0098663, 0,0330207)
M1 - $x = L - \pm 0,1$ °C	10	0,0171685	(0,0101184, 0,0395707)
M1 - $x = 0 - \pm 0,25$ °C	10	0,0208878	(0,0140003, 0,0423321)
M1 - $x = L - \pm 0,25$ °C	10	0,0206032	(0,0130001, 0,0443549)

O nível de confiança individual obtido foi de 99,1667%.

Para o método de múltiplas comparações obtém-se o valor P igual a 0,773 e para o método de Levene igual a 0,699 (Fig. 8). Sendo ambos maiores que 0,05, comprova-se a equivalência dos resultados.

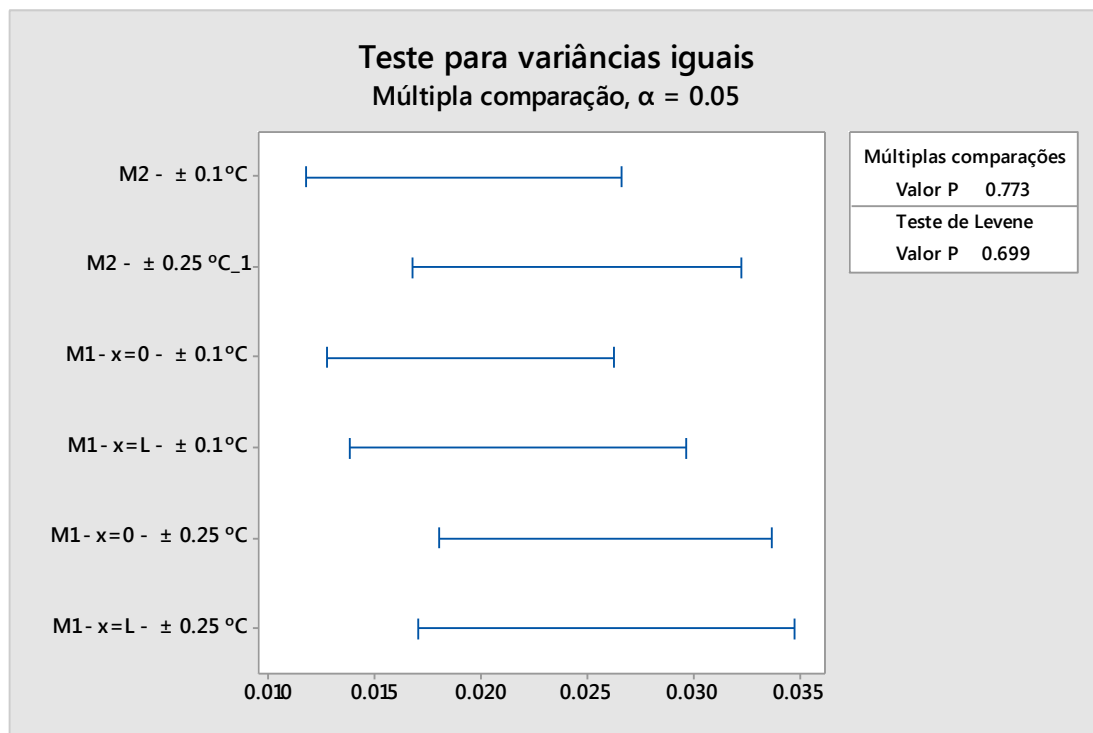


Figura 8. Resumo do teste de variâncias para ρ_{cp} .

6. CONCLUSÕES

Ambos os modelos apresentaram bons coeficientes de sensibilidade mostrando que a técnica de diferentes fluxos de calor possui eficácia. O modelo isolado obteve resultados mais próximos daqueles apresentados em Carollo (2016). Entretanto, os dois modelos apresentam resultados estaticamente equivalentes, fato observado por meio de uma análise de variâncias. O modelo com placa fria, por sua vez, é mais indicado na estimação de λ , pois permite a imposição de altos fluxos de calor sem o risco de superaquecimento. Por outro lado, altos fluxos de calor no modelo isolado fariam a amostra alcançar altas temperaturas, dificultando a utilização de materiais isolantes comuns, como o policloreto de vinila (PVC) e o poliestireno expandido.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, à FAPEMIG e à CAPES pelo aporte financeiro.

8. REFERÊNCIAS

- Carollo, L. F. S., 2016, Aplicação de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para a Estimação Simultânea de Propriedades Termofísicas de Materiais Metálicos em Função da Temperatura, Tese de Doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil.
- Jannot, Y., Acem, Z. and Kanmogne, A., 2006, "Transient hot plate method with two temperature measurements for thermal characterization of metals". Measurement Science & Technology, Vol.17, pp. 69-74.
- Jannot, Y., Degiovanni, A. and Payet, G., 2009, "Thermal conductivity measurement of insulating materials with a three layers device". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 1105-1111.
- Jannot, Y., Felix, V. and Degiovanni, A., 2010, "A centered hot plate method for measurement of thermal properties of thin insulating materials". Measurement Science & Technology, Vol. 21, pp. 1-8.
- Martins, C. M. T., 2007, "Análise de variância". Curso de Estatística Computacional. Departamento de Matemática. Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.
- Ramos, N. P., Dovichi, F. B., Silva, S. M. M. L. E., 2016, "Aprimoramento da Técnica de Diferentes Intensidades de Fluxo de Calor para Estimação de Propriedades Térmicas", IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2016, Fortaleza, Brazil.
- Thomas, M., Boyard, N., Lefèvre, N., Jarny, Y. and Delaunay, D., 2010, "An experimental device for the simultaneous estimation of the thermal conductivity 3-D tensor and the specific heat of orthotropic composite materials". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 53, pp. 5487-5498.
- Vanderplaats, G.N., 2005. Numerical Optimization Techniques for Engineering Design. McGraw Hill, USA, 4th edition.
- Xamán, J., Lira, L. and Arce, J., 2009, "Analysis of the temperature distribution in a guarded hot plate apparatus for measuring thermal conductivity". Applied Thermal Engineering, Vol. 29, pp. 617-623.

9. RESPONSABILIDADE AUTORAL

“O(s) autor(es) é(são) o(s) único(s) responsável(is) pelo conteúdo deste trabalho”.

COMPARISON STUDY OF TWO DIFFERENT THERMAL MODELS TO ESTIMATE THERMAL PROPERTIES USING THE DIFFERENT HEAT FLUX INTENSITY METHOD

Nícolas Pinheiro Ramos¹, nicolas.pramos@outlook.com
Luís Felipe dos Santos Carollo², felipecarlo@ yahoo.com.br
Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva¹, metrevel@unifei.edu.br

¹Federal University of Itajubá - UNIFEI, Institute of Mechanical Engineering, Heat Transfer Laboratory - LabTC, BPS Avenue 1303, Itajubá - MG - Brazil.

²Universitary Center of Itajubá - FEPI, Dr. Antônio Braga Filho Avenue 687, Itajubá - MG - Brazil.

Abstract. This work presents two models for the simultaneous estimation of thermal conductivity, λ , and volumetric heat capacity, ρc_p , in a sample of AISI 1045 steel. The thermal models used are based on a transient one-dimensional heat diffusion equation. Based on the analysis of the sensitivity coefficients, two different intensities of heat flux are used on the top surface. On the bottom surface, each model has a different condition: the first one has an insulation condition and the other one has a constant temperature condition. To estimate these properties, an error function is minimized by applying the Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) algorithm. The numerical temperature is obtained by the solution of proposed thermal model using the Finite Difference Method with an implicit formulation. The synthetic temperature is obtained by the addition of residual in the numerical data. For both models, the estimated properties are in good agreement with literature and presented differences around 5 %.

Keywords: thermal conductivity, volumetric heat capacity, simultaneous estimation, heat conduction, optimization.