

INFLUÊNCIA DO MOMENTO FLETOR NO MÓDULO DE CISALHAMENTO DE MATERIAIS POLIMÉRICOS

L.C. SILVA, leonardocandido@id.uff.br¹

L.C.S. NUNES, luizcsn@id.uff.br¹

¹Laboratório de Óptica-Mecânica (LOM), Departamento de Engenharia Mecânica (PGMEC-TEM), Universidade Federal Fluminense-UFF, Rua Passo da Pátria, 156, Bloco E, Sala 210, Niterói-RJ, CEP: 24210-240, Brasil.

Resumo: Neste trabalho foi desenvolvido um aparato para produzir um carregamento cisalhante em materiais hiperelásticos com baixa rigidez. Foram variadas as distâncias em que foram aplicados os cisalhamentos em 5 comprimentos diferentes. Durante os testes, as imagens dos corpos de prova foram captadas por uma câmera e, posteriormente, os deslocamentos foram obtidos usando o método de correlação de imagens digitais. Foram plotadas as curvas de tensão cisalhante versus deformação cisalhante, e verificada a influência do momento fletor no módulo de cisalhamento do material. Foi verificado que quanto maior a distância, menor é o módulo de cisalhamento e que ao reduzir a distância, o efeito do momento fletor tende a zero. O modelo teórico de Mooney-Rivlin foi ajustado aos dados experimentais para caracterizar o material.

Palavras-chave: Polímeros, Momento fletor, Cisalhamento

1. INTRODUÇÃO

Muitos pesquisadores realizam diferentes testes em materiais biológicos (Rashid *et al.*, 2013; Litte *et al.*, 2009), porém há uma dificuldade em se estudar tecidos biológicos pois são de difícil maneabilidade e há leis que dificultam o seu uso. Por outro lado, há aqueles que utilizam materiais sintéticos tais como silicone (Moreira e Nunes, 2017), ágar (Manickam *et al.*, 2014) e diversos outros elastômeros (Varnosfaderani *et al.*, 2017) como alternativa para mimetizar tecidos biológicos. Esses materiais são utilizados para substituir materiais biológicos, pois, os polímeros, na categoria de materiais sintéticos, são os que possuem propriedades mecânicas mais semelhantes.

Os tecidos biológicos que compõem o corpo humano são submetidos a diversos tipos de esforços mecânicos, tais como: compressão, tração e cisalhamento (Rashid *et al.*, 2013), reforçando ainda mais a importância do conhecimento de seu comportamento mecânico. Há diversos estudos que tratam do comportamento desses materiais submetidos a tração e compressão, porém, há um número relativamente menor de estudos que analisam o seu comportamento submetido a cisalhamento. Esse último fato, é devido à dificuldade no procedimento experimental. Alguns experimentos de cisalhamento foram realizados (Moreira e Nunes, 2017; Nunes, 2010), onde foi estudado o comportamento de polímeros submetidos a grandes deformações. Entretanto, algumas questões relacionadas à cisalhamento em materiais hiperelásticos continuam sendo motivo de discussão. Em diversos ensaios a tensão cisalhante é acompanhada de um momento fletor, é possível verificar que existe uma influência no módulo de cisalhamento do material. Ensaios que possuem influência do momento fletor apresentam um módulo de cisalhamento aparente (Gent e Meinecke, 1970; Payne, 1962), não sendo o módulo de cisalhamento real do material.

Dessa forma, o objetivo desse trabalho é estudar o comportamento de um material polimérico submetido a cisalhamento simples e verificar a influência do momento fletor no módulo de cisalhamento. Para a aplicação do cisalhamento foi desenvolvido um aparato. Através do método de correlação de imagens digitais (CID) será determinado o campo de deslocamento, e então obtida a curva tensão versus deformação. Através das curvas de tensão versus deformação será possível verificar a variação do módulo de cisalhamento com a influência do momento fletor. Para caracterizar melhor o material, foi utilizada a função de energia de deformação proposta por Mooney-Rivlin.

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para a fabricação do corpo de prova foi utilizado uma borracha líquida de silicone RTV2 do modelo 4-150 RTV da marca Moldflex (São Paulo, Brasil). O molde para a fabricação dos corpos de prova foi feito em alumínio conforme mostrado na Fig. 1(a). O silicone, em estado líquido, foi misturado com catalisador e colocado no molde. O corpo de prova, após o tempo de cura, foi retirado do molde e cortado com um comprimento de aproximadamente 7,5 cm, e área da seção transversal de 20 mm x 20 mm, conforme a Fig. 1(b).

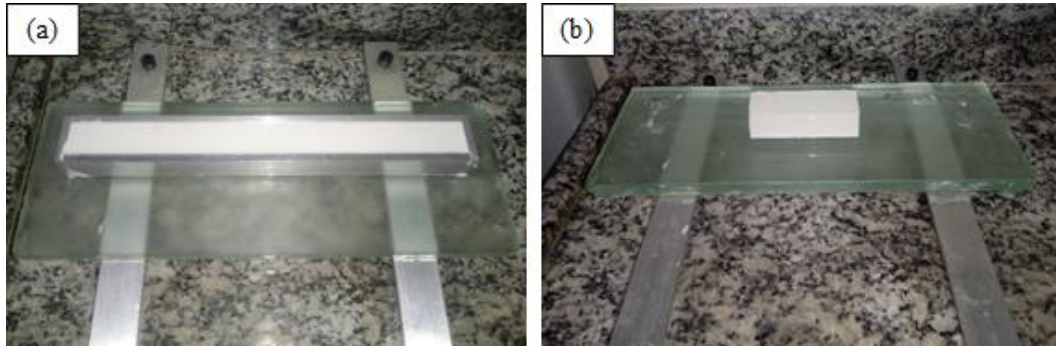


Figura 1. (a) Imagem do corpo de prova no molde; (b) Imagem do corpo de prova utilizado no experimento.

Para a aplicação do cisalhamento foi projetado um aparato ilustrado na Fig. 2(a). O aparato é dividido em duas partes: uma delas é fixada na célula de carga e a outra na mesa da máquina de tração. A distância “d”, ilustrada na Fig. 2(b), mostra a dimensão que foi variada nos testes em 5 valores diferentes: 4mm, 8mm, 12mm, 16mm, 20mm.

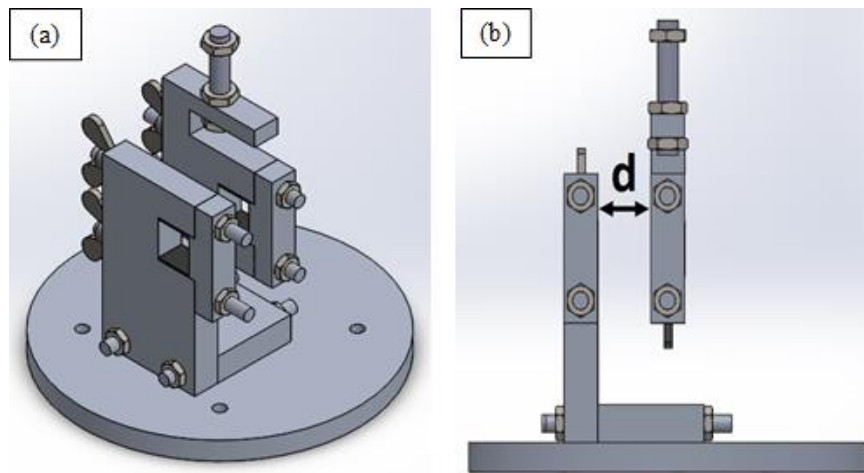


Figura 2. (a) Desenho do suporte; (b) Imagem do aparato mostrando a distância d.

Esse suporte foi montado em uma máquina de tração e essa máquina foi responsável pela aplicação do deslocamento/carregamento no suporte, que por sua vez, aplicou cisalhamento no corpo de prova conforme pode ser visto na Fig. 3(a). Foram realizados ensaios com 6 corpos de prova, no qual o mesmo corpo de prova foi testado nas 5 distâncias, totalizando 30 testes. Os ensaios foram realizados em temperatura ambiente ($\sim 25^{\circ}\text{C}$), com velocidade de 8mm/min. O arranjo do experimento é composto pelo corpo de prova preso no suporte projetado; uma célula de carga; uma câmera; e uma fonte de luz conforme mostrado na Fig. 3(b).

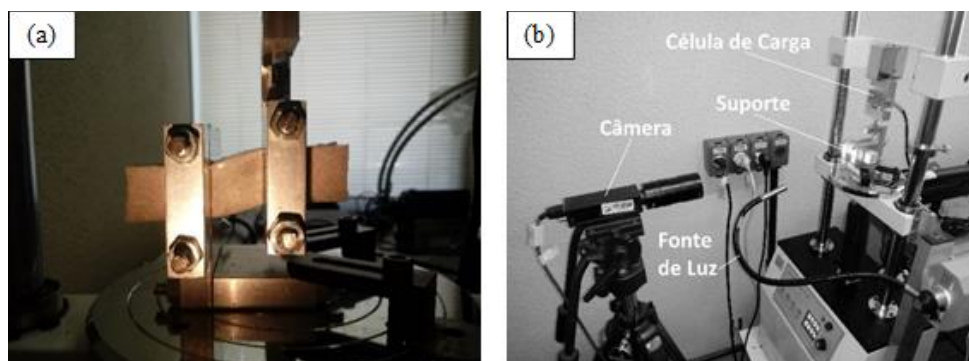


Figura 3. (a) Imagem do corpo de prova montado no suporte sendo cisalhado; (b) Imagem do arranjo experimental completo.

Para a gravação das imagens foi utilizada uma câmera CCD (Sony XCD-SX910). Para a determinação do campo de deslocamento, foi utilizado o método de correlação de imagens digitais (CID) e através do campo de deslocamento determinou-se a sua deformação. O método CID possui a principal vantagem de não necessitar de contato para medir deformação em corpos de prova. Para esse tipo de material, devido a sua grande flexibilidade, é interessante utilizar esse método devido à dificuldade em fixar medidores que necessitam de contato. Tal método, de forma simplificada, consiste em gerar um padrão de tinta no corpo de prova, e através desse padrão aleatório gerado, uma câmera capta a imagem e a partir de um software é possível comparar duas configurações do objeto e determinar o campo de deslocamento. A partir do campo de deslocamento, é possível determinar a deformação do objeto de estudo. Esse método é abordado com mais detalhes na literatura (Sutton *et al.*, 2009).

3. EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Será considerado a hipótese de que o corpo de prova está sendo submetido a cisalhamento simples, como mostrado na Fig. 4(a), onde o corpo de prova é submetido a um carregamento F e a parte central é cisalhada. Nesse caso, pode-se escrever as equações da configuração deformada como função da configuração de referência da seguinte forma

$$\begin{aligned} x_1 &= X_1 + kX_2 \\ x_2 &= X_2 \\ x_3 &= X_3 \end{aligned} \quad (1)$$

onde o k é chamado de quantidade de cisalhamento, sendo matematicamente igual a $\tan(\theta)$, e θ o ângulo formado entre o corpo de prova e o eixo X_2 , conforme indicado na Fig. 4(b)

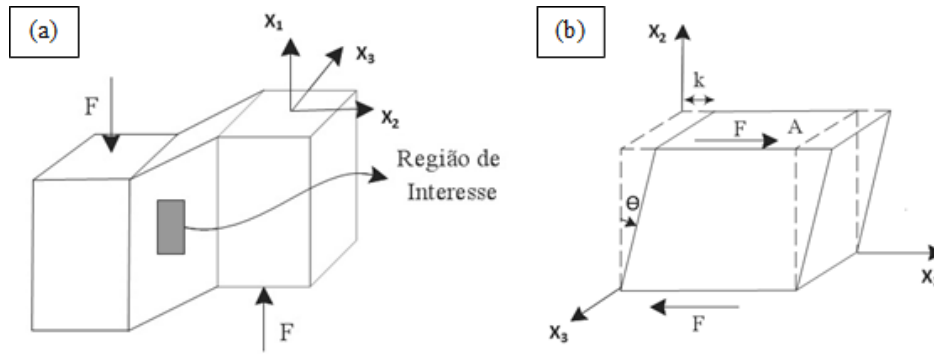


Figura 4: (a) Ilustração do corpo de prova sendo cisalhado; (b) Região central do corpo de prova deformado.

Neste trabalho foi utilizada a equação que relaciona o tensor de Cauchy com o tensor deformação de Cauchy-Green à esquerda. O tensor gradiente de deformação para o caso de cisalhamento simples, usando a Eq. (1), é dado por

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

o tensor deformação de Cauchy-Green à esquerda é definido como

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} k^2 + 1 & k & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

os invariantes de $\mathbf{B}$ são dados por

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{tr}\mathbf{B} = k^2 + 3 \\ I_2 &= \frac{1}{2}[(\text{tr}\mathbf{B})^2 - \text{tr}\mathbf{B}^2] = k^2 + 3 \\ I_3 &= \det\mathbf{B} = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

O material escolhido possui a característica de ser isotrópico, homogêneo e incompressível. A equação constitutiva para materiais desse tipo segundo Holzapfel (2000), pode ser escrito como função apenas de I_1 e I_2 , logo

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\frac{\partial\psi}{\partial I_1}\mathbf{B} - 2\frac{\partial\psi}{\partial I_2}\mathbf{B}^{-1} \quad (5)$$

onde p é multiplicador de Lagrange que está associado a pressão hidrostática. Há materiais que são fortemente dependentes do primeiro invariante, conforme descrito por (Nunes e Moreira, 2013) e nesse trabalho também foi considerada essa hipótese, dessa forma a equação constitutiva fica da seguinte forma

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\frac{\partial\psi}{\partial I_1}\mathbf{B} \quad (6)$$

Substituindo a Eq. (3) na Eq. (6) para encontrar as equações dos componentes de tensão, tem-se

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = -p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 2\frac{\partial\psi}{\partial I_1} \begin{bmatrix} k^2 + 1 & k & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

como será considerado apenas a tensão de cisalhamento, a Eq. (7) se reduz a

$$\sigma_{12} = 2k\frac{\partial\psi}{\partial I_1} \quad (8)$$

4. MODELO DE MOONEY-RIVLIN

O material de estudo possui um comportamento altamente não-linear quando submetido a grandes deformações, dessa forma há modelos teóricos específicos para estudar o seu comportamento. Para esse trabalho, o material foi solicitado a uma deformação pequena, apresentando apenas comportamento linear e a função de energia de deformação escolhida foi a proposta por Mooney-Rivlin (Marckmann e Verron, 2006). Esse modelo teórico é dado por uma série polinomial de $(I_1 - 3)$ e $(I_2 - 3)$, da seguinte forma

$$\Psi = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij}(I_1 - 3)^i(I_2 - 3)^j \quad (9)$$

onde C_{ij} são parâmetros do material e $C_{00} = 0$. Em geral essa série é truncada até a terceira ordem, nesse caso seria necessário determinar 9 parâmetros do material (Marckmann e Verron, 2006). Nesse trabalho será utilizado apenas o modelo até a primeira ordem

$$\Psi = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (10)$$

substituindo a Eq. (10) na Eq. (8), temos

$$\sigma_{12} = 2kC_{10} = Gk \quad (11)$$

onde G é o módulo de cisalhamento.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 5 são ilustrados os campos de deslocamento (horizontal e vertical) para uma distância “d” de 20 mm e uma tensão $\sigma_{12} = 0,016$ MPa. Esses campos de deslocamentos foram obtidos através do método de correlação de imagens digitais (CID) descrito anteriormente. A Figura 5(a) é referente ao deslocamento na direção vertical, no qual é possível ver um comportamento característico de cisalhamento. A Figura 5(b) é referente ao deslocamento na direção horizontal. Em uma situação ideal, em um caso de cisalhamento simples, o campo de deslocamento u deveria ser nulo, porém,

experimentalmente é praticamente impossível, pois o corpo de prova tende a rotacionar no suporte realizando um movimento de corpo rígido. Dessa forma, esses valores são aceitáveis para valores experimentais, sendo muito pequenos em relação ao deslocamento na direção vertical.

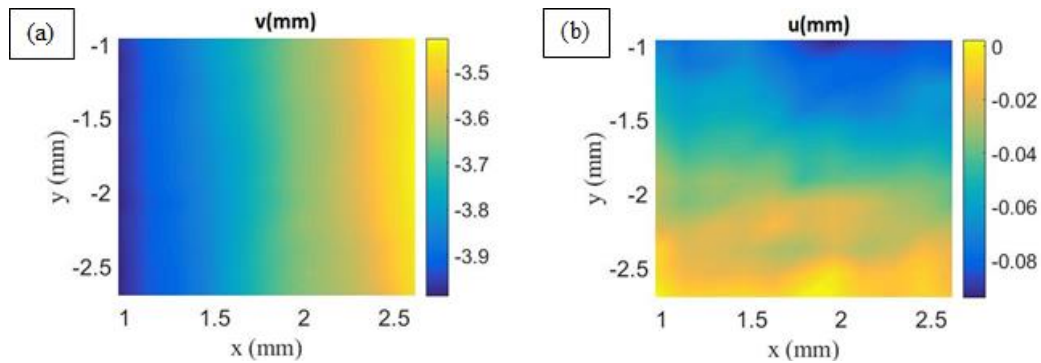


Figura 5. Campos de deslocamento para uma distância $d = 20$ mm e uma tensão $\sigma_{12} = 0,016$ MPa. (a) Campo de deslocamento na direção vertical; (b) Campo de deslocamento na direção horizontal.

Através do campo de deslocamento foi determinada a deformação cisalhante pela relação $\gamma = dv/dx$, que é igual a variável k mostrada anteriormente. Para cada uma delas foi plotado um gráfico de tensão cisalhante por deformação cisalhante como mostrado na Fig. 6. Foram executados testes em 6 corpos de provas no total e em cada corpo de prova foram variadas as 5 distâncias, gerando a barra de erro mostrada no gráfico da Fig. 6. É possível notar que quanto maior a distância, menor é o módulo de cisalhamento. Todas as curvas apresentaram um comportamento aproximadamente linear, como esperado. A curva referente a distância de 4 mm apresentou uma queda em uma região da curva, porém, esses pontos experimentais ficaram bem próximos dos valores da reta de ajuste, sendo um erro aceitável.

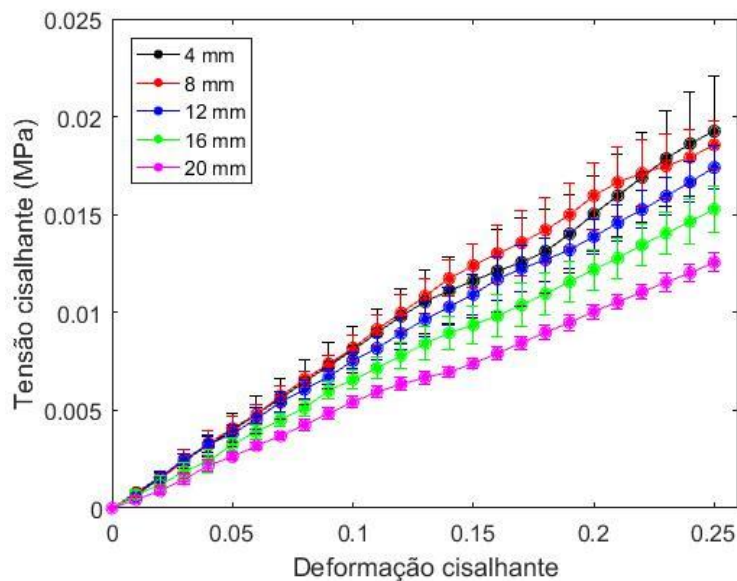


Figura 6. Tensão cisalhante versus quantidade de cisalhamento.

A Figura 7 mostra a curva que relaciona os valores dos módulos de cisalhamento versus a razão de aspecto (razão entre largura e distância “d” do corpo de prova) de cada uma das curvas. É possível verificar que os valores do módulo de cisalhamento das distâncias 4 mm e 8 mm são bem próximos, sendo possível constatar que há uma convergência para um valor fixo com a redução da distância. Essa constatação pode ser explicada pelo fato que ao reduzir a distância, se reduz a influência do momento fletor, que é quase nula para essas distâncias. Portanto, o valor do módulo de cisalhamento aparente tende ao valor real do módulo de cisalhamento do material.

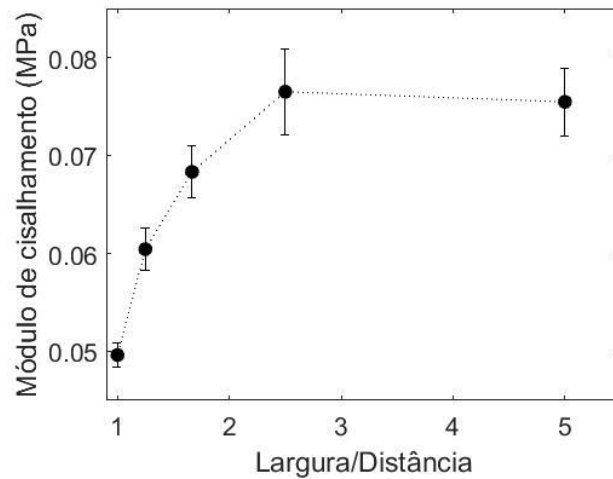


Figura 7. Gráfico da variação do módulo de cisalhamento com a razão de aspecto.

A Eq. (11) foi ajustada aos dados experimentais de cada uma das 5 distâncias e foram determinados os valores do módulo de cisalhamento G , com os respectivos erros, mostrados na Tab. 1. É possível notar que os valores diminuem com o aumento da distância, como esperado. Nota-se também que os valores de 4 mm e 8 mm são bem próximos, pois com a diminuição da distância é reduzida a influência do momento fletor, como dito anteriormente. Na Figura 8 são apresentados os dados experimentais e as curvas do modelo de Mooney-Rivlin. Ao ajustar o modelo teórico truncado em sua primeira ordem, é possível constatar que o modelo é adequado para esses dados experimentais, visto que apresentam comportamento linear.

Tabela 1. Tabela com os valores de G do modelo teórico de Mooney-Rivlin.

Distância (mm)	Valores de G (KPa)
4	$76,92 \pm 0,95$
8	$78,68 \pm 1,24$
12	$70,93 \pm 0,93$
16	$61,77 \pm 0,63$
20	$50,44 \pm 0,48$

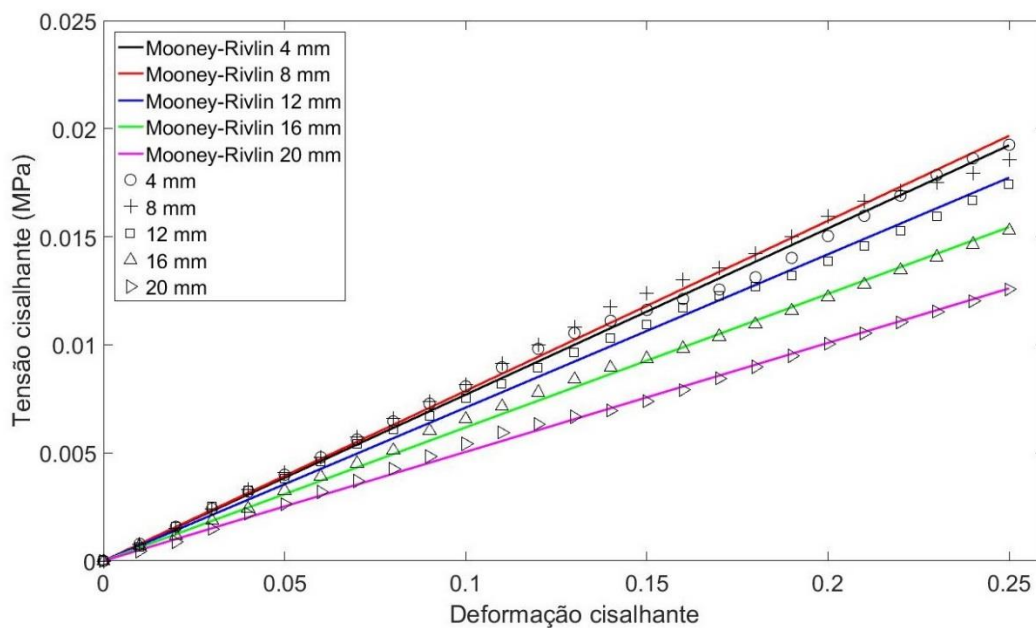


Figura 8. Gráfico das 5 curvas ajustadas pelo modelo teórico de Mooney-Rivlin.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi desenvolvido um aparato e executados testes com um uma borracha de silicone. Foram obtidos os dados experimentais e visto que há uma influência do momento fletor no módulo de cisalhamento do material. O valor do módulo de cisalhamento com a influência do momento fletor é chamado de módulo de cisalhamento aparente. Foi possível verificar que quanto maior a distância, menor é o valor desse módulo. Ao diminuir a distância, a influência do momento fletor tende a 0, onde é possível verificar que o valor do módulo de cisalhamento tende a um valor fixo, que é o valor do módulo de cisalhamento real do material. Foi realizado também um ajuste do modelo teórico de Mooney-Rivlin aos dados experimentais, e confirmado que o material apresenta comportamento linear, como o esperado. Em uma faixa da quantidade de cisalhamento a curva referente a distância de 4 mm houve um desvio do comportamento linear esperado. Esse desvio está relacionado com um erro experimental, e está dentro de uma faixa aceitável. A contribuição principal desse trabalho foi desenvolver um aparato alternativo para aplicação de cisalhamento e fornecer informações experimentais e teóricas para análises futuras e possíveis comparações com outros trabalhos publicados na área.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer as agências de financiamento do governo brasileiro FAPERJ, Capes e CNPq pelo suporte financeiro.

8. REFERÊNCIAS

- Gent, A., Meinecke, E., 1970, "Compression, Bending, and Shear of Bonded Rubber Blocks", *Polymer Engineering and Science*, Vol. 10, pp. 48-53.
- Holzappel, G.A., 2000, "Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering", John Wiley & Sons Ltd.
- Little, J., Percy, M., Tevelen, G., Evans, J., Pettet, G., Adam, C., 2009, "The Mechanical Response of the Ovine Lumbar Anulus Fibrosus to Uniaxial, Biaxial and Shear Loads", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 3, pp. 146-157.
- Manickam, K., Machireddy, R.R., Seshadri, S., 2014, "Characterization of Biomechanical Properties of Agar Based Tissue Mimicking Phantoms for Ultrasound Stiffness Imaging Techniques", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 35, pp. 132-143.
- Marckmann, G., Verron, E., 2006, "Comparison of Hyperelastic Models for Rubber-like Materials", *Rubber Chemistry and Technology*, American Chemical Society, Vol. 79, pp. 835-858.
- Moreira, C.S., Nunes, L.C.S., 2017, "Simple Shearing of Rubberlike Materials Filled with Parallel Fibers at Large Strain", *Journal of Composite Materials*, Vol. 51(11), pp. 1643-1651.
- Nunes, L.C.S., 2010, "Mechanical Characterization of Hyperelastic Polydimethylsiloxane by Simple Shear Test", *Materials Science and Engineering A*, Vol. 528, pp. 1799-1804.
- Nunes, L.C.S., Moreira, D.C., 2013, "Simple Shear under Large Deformation: Experimental and Theoretical Analyses", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 42, pp. 315-322.
- Payne, A., 1962, "Effect of Compression on the Shear Modulus of Rubber", *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 36, pp. 675-681.
- Rashid, B., Destrade, M., Gilchrist, M.D., 2013, "Mechanical Characterization of Brain Tissue in Simple Shear at Dynamic Strain Rates", *Journal of the Mechanical Behavior of biomedical materials*, Vol. 28, pp. 71-85.
- Sutton, M.A., Orteu, J.J., Schreier, H.W., 2009, "Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements", Springer Science and Business Media LCC.
- Varnosfaderani, M., Daniel, W., Everhart, M., Pandya, A., Liang, H., Matyjaszewski, K., Bobrynin, A., Sheiko, S., 2017, "Mimicking Biological Stress-Strain Behaviour with Synthetic Elastomers", *Nature International Journal of Science*, Vol. 549, pp. 497-501.

9. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

INFLUENCE OF BENDING ON THE SHEAR MODULUS OF POLYMERS

L.C. SILVA, leonardocandido@id.uff.br¹

L.C.S. NUNES, luizcsn@id.uff.br¹

¹Laboratory of Opto-Mechanics (LOM), Department of Mechanical Engineering (PGMEC-TEM), Universidade Federal Fluminense-UFF, Rua Passo da Pátria, 156, Bloco E, Sala 210, Niterói-RJ, CEP: 24210-240, Brazil.

Abstract. *In this work an apparatus was developed to apply shear loading in low stiffness hyperelastic materials. The distance in which the shear was applied was varied considering five different lengths. During the tests, images of the specimens were captured by a camera and then displacements were obtained using the digital image correlation method. The curves of shear stress versus shear strain were plotted and the influence of bending on the material shear modulus was verified. It was verified that with increasing length, the shear modulus decreases and it was found that with decreasing length, the effect of bending tends to zero. The theoretic model of Mooney-Rivlin was fitted to the experimental data to characterize the material.*

Keywords: *Polymer, Bending, Shear*