

PARÂMETROS LINEARES EQUIVALENTES DE AMORTECEDORES MAGNETO-REOLÓGICOS

Daniel L. Rodrigues, danielkumonaquidauana@gmail.com¹

Douglas D. Bueno, douglas.bueno@unesp.br²

Universidade Estadual Paulista - UNESP, Faculdade de Engenharia,¹ Departamento de Engenharia Mecânica,² Departamento de Matemática, Ilha Solteira, SP

Resumo: Este trabalho propõe uma forma alternativa de descrever o comportamento temporal de um dispositivo de amortecimento não linear magnetoreológico, através da utilização de parâmetros lineares equivalentes extraídos a partir de coeficientes de Fourier de funções de resposta em frequência, tal como rigidez dinâmica, impedância mecânica e massa aparente aplicáveis ao modelo não linear no domínio da frequência. Quantificou-se a energia dissipada tanto pelo modelo não linear quanto pelo modelo linear equivalente. Esta ferramenta permite significativa simplificação de análises de procedimentos no domínio da frequência, ao verificar que o modelo equivalente se aproxima consideravelmente do modelo não linear com respeito ao trabalho mecânico desenvolvido por ambos.

Palavras-chave: Amortecimento Não Linear, Magnetoreológico, Lineares Equivalentes

1. INTRODUÇÃO

Sistemas de atuação e amortecimento se encontram inseridos em diversas aplicações na sociedade e sobretudo são largamente utilizados no contexto de controle de vibrações, dentre outras aplicações, de forma a melhorar a segurança de elementos a serem preservados, como estruturas civis e aeronaves *e.g.* (Fujino, 1996), (Chen, 2014). Neste contexto existe considerável busca por materiais e dispositivos que possam suprir com eficiência a dissipação de energia necessária para manter tais sistemas livres de condições indesejáveis de instabilidade ou desconforto. Neste sentido, os amortecedores magneto-reológicos enquadram-se como potencial aplicação principalmente devido a sua característica semi-ativa a qual permite melhor resposta a diferentes entradas ao contrário de sistemas passivos, baixa quantidade de energia necessária para operação e considerável capacidade de dispersar energia sob a forma de trabalho mecânico.

Todavia, uma das questões centrais acerca de tais dispositivos se relaciona com a identificação dos modelos temporais que os regem, os quais apresentam significativa complexidade (B. F. Spencer Jr. *et al.*, 1996), a medida que dificilmente se consegue manipulá-los de forma a utilizá-los no domínio da frequência, onde grande parte das análises de estabilidade são realizadas. Assim, a representação destes dispositivos por modelos lineares equivalentes implica em importante simplificação nos processos de análise no domínio da frequência. Autores têm desenvolvido análises por meio de lineares equivalentes em superfícies de controle, incluindo a aproximação do modelo temporal de servo atuadores pelo seu primeiro harmônico no contexto de caracterização do comportamento aeroelástico de aeronaves com a finalidade de expor não linearidades de tais dispositivos acoplados (Huet, 2011).

Por conseguinte, propõe-se neste trabalho uma forma alternativa para descrever comportamentos de dispositivos não lineares por meio da análise da extração dos coeficientes de Fourier das funções de transferência nas frequências de excitação de forma a comparar o trabalho mecânico não linear com o modelo linear equivalente obtido.

2. MODELO TEMPORAL DE FORÇA MAGNETO-REOLÓGICA

Para descrever o comportamento não linear magnetoreológico, utilizou-se o modelo Bouc-Wen otimizado proposto por Spencer Jr. *et al.* explicitado na Eq. 1, em função de sua considerável capacidade de predição quanto a proximidade com dados experimentais quando comparado com outros modelos da literatura *e.g.* Bingham, Gamota-Fillisko e Bouc-Wen B. F. Spencer Jr. *et al.* (1996).

$$F(t) = c_1 \dot{y}(t) + k_1 [x(t) - x_0] \quad (1)$$

onde c_1 é o coeficiente de amortecimento aparente de baixa velocidade, $\dot{y}$ é uma variável temporal evolucionária, k_1 é a rigidez devida ao acumulador de Nitrogênio, x é o deslocamento analisado e x_0 é o deslocamento inicial devido ao acumulador. Utilizou-se o método de integração numérica Runge-Kutta de quarta ordem para calcular as variáveis y e z em função de suas respectivas variáveis evolucionárias. Onde y é governado pela Eq. 2:

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{c_0 + c_1} \{ \alpha z(t) + c_0 \dot{x}(t) + k_0 [x(t) - y(t)] \}. \quad (2)$$

E z é governado pela Eq. 3:

$$\dot{z}(t) = -\gamma |\dot{x}(t) - \dot{y}(t)| z(t) |z(t)|^{n-1} - \beta [\dot{x} - \dot{y}(t)] |z(t)|^n + A [\dot{x}(t) - \dot{y}(t)] \quad (3)$$

Tal que $c_1 = 930 \text{ Nsec/cm}$, $k_1 = 5,4 \text{ N/cm}$, $x_0 = 18,9 \text{ cm}$, $c_0 = 53 \text{ Nsec/cm}$, $k_0 = 14 \text{ N/cm}$, $\alpha = 963 \text{ N/cm}$, $\beta = 200 \text{ cm}^{-2}$, $\gamma = 200 \text{ cm}^{-2}$, $n = 2$ e $A = 207$ são constantes pré definidas relacionadas com o comportamento magnetoreológico configurado a uma tensão elétrica de $1,5 \text{ V}$.

3. MODELO LINEAR EQUIVALENTE

Esta metodologia baseia-se em expressar o modelo não linear como função da combinação linear de pares de rigidez K_{eq} e amortecimento C_{eq} respectivamente extraídos a partir de coeficientes de Fourier nas frequências de excitação das funções de transferência de rigidez dinâmica impedância mecânica e massa aparente. Assim, por meio da Eq. 4, o modelo temporal de força linear equivalente pode ser admitido:

$$f_{eq}(t) = K_{eq}x(t) + C_{eq}\dot{x}(t) \quad (4)$$

onde $x(t)$ é o deslocamento desenvolvido ao longo do tempo e $\dot{x}(t)$ representa a velocidade respectiva. Aplicando a Transformada de Laplace, considerando que o sistema se encontra em equilíbrio em $t = 0$, a equação acima pode ser reescrita sob a forma da Eq. 5, em termos da variável s :

$$F(s) = K_{eq}X(s) + C_{eq}sX(s) \quad (5)$$

Por definição uma função de transferência determina a razão entre a Transformada de Laplace da resposta pela Transformada de Laplace da entrada de um sistema, assim, os conceitos de rigidez dinâmica D , impedância mecânica Z e massa aparente A podem ser aplicados relacionando-se respectivamente a razão da força pelo deslocamento, velocidade e aceleração:

$$\begin{Bmatrix} D(s) \\ Z(s) \\ A(s) \end{Bmatrix} = \frac{F(s)}{X(s)} \begin{Bmatrix} 1 \\ s^{-1} \\ s^{-2} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Avaliando o domínio s em função de $j\omega$ e substituindo a equação 5, a expressão acima pode ser expandida em termos de K_{eq} and C_{eq} como números complexos.

$$\begin{Bmatrix} D(j\omega) \\ Z(j\omega) \\ A(j\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_{eq} + j\omega C_{eq} \\ C_{eq} - j\omega^{-1} K_{eq} \\ -\omega^{-2} K_{eq} - j\omega^{-1} C_{eq} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

4. RESULTADOS

A fim de se descrever o comportamento dos coeficientes de rigidez e amortecimento, os termos K_{eq} and C_{eq} foram explicitados com relação a suas partes reais $\Re$ e complexas $\Im$ constituinte, para cada função de transferência adotada. Como consequência, observa-se certa correlação entre as funções de transferência:

$$\begin{Bmatrix} K_{eq} \\ C_{eq} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Re[D(j\omega)] \\ \omega^{-1}\Im[D(j\omega)] \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\omega\Im[Z(j\omega)] \\ \Re[Z(j\omega)] \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\omega^2\Re[A(j\omega)] \\ -\omega\Im[A(j\omega)] \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Levando-se em consideração um plano de análise formado por pares de amplitude e frequência (A, ω) para um deslocamento harmônico de entrada, pode-se obter as superfícies que descrevem o comportamento dos parâmetros equivalentes, os quais ilustram comportamentos de aparente perda de amortecimento e aumento de rigidez ao longo da frequência para mesmas amplitudes de análise, conforme Figura 1.

A partir do cálculo da integral do diagrama de força pelo deslocamento pode-se calcular o trabalho mecânico desenvolvido pelo modelo não linear como pelo modelo equivalente, desta forma, realizando a razão respectiva entre os mesmos sob a forma W_{eq}/W , ilustrado na Figura 2, obtém-se que para a faixa de amplitudes e frequências analisadas o modelo equivalente se preserva de forma conservativa $W/W_{eq} \leq 1$ com erro percentual máximo e mínimo associados respectivamente iguais a 3,6 % e $9,6 \times 10^{-3}$ % para frequências de início da banda de estudo, o que promove a análise de amortecimento não linear por lineares equivalentes como possível ferramenta alternativa de análise no domínio da frequência.

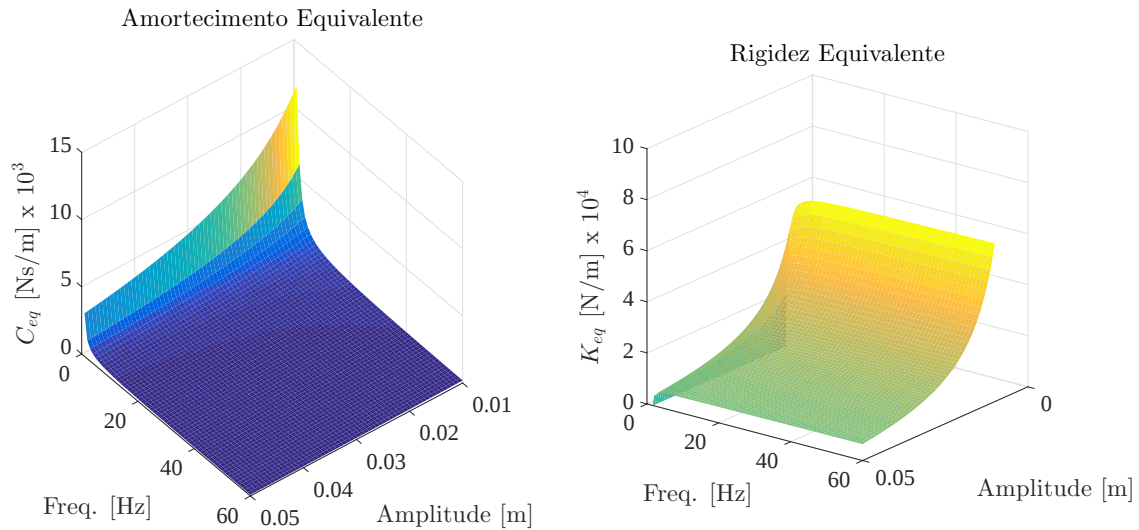


Figura 1: Comportamento dos parâmetros lineares equivalentes como função de (A, ω)

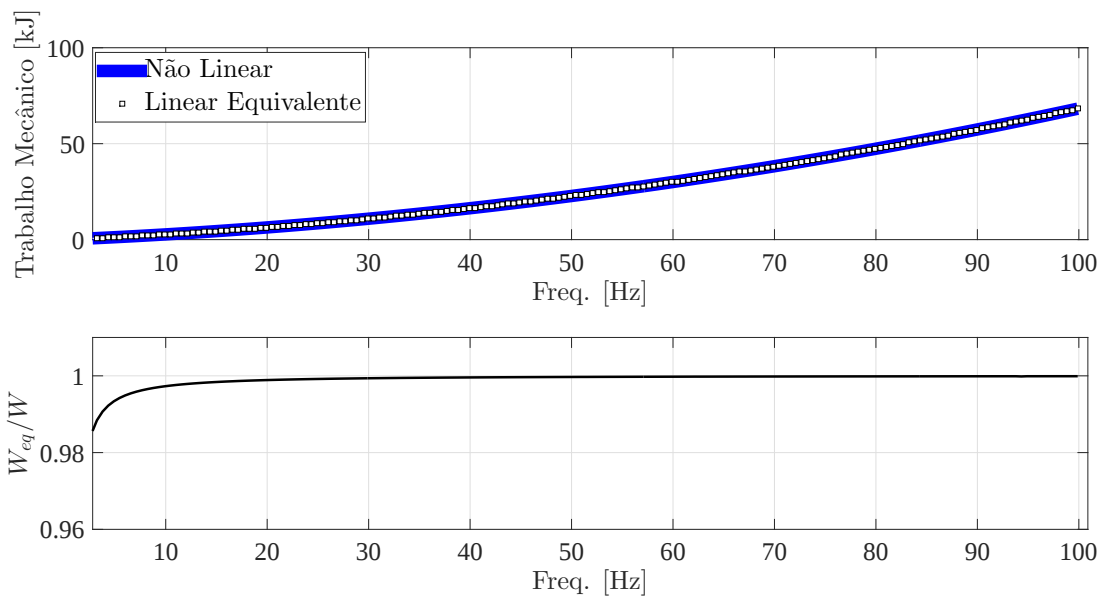


Figura 2: Trabalho mecânico dissipado para o modelo não linear e linear equivalente para amplitude de 50 mm.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com o obtido, pode-se representar um modelo temporal de amortecimento não linear magneto-reológico por um modelo linear equivalente com considerável aproximação de modo conservativo, garantindo significativa simplificação em procedimentos de análise no domínio da frequência.

AGRADECIMENTOS

Ao Departamento de Engenharia Mecânica, ao Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira e a FAPESP (Processo 2017/15337-1).

6. REFERÊNCIAS

- B. F. Spencer Jr., Dyke, S. and Sain, M. & Carlson, J., 1996. "Phenomenological model of a magnetorheological damper". *ASCE Journal of Engineering Mechanic*.
- Chen, F.; Liu, J.C.Y., 2014. "Flutter analysis of an airfoil with nonlinear damping using equivalent linearization". *Chinese Journal of Aeronautics*.
- Fujino, Y., S.T.B., 1996. "Structural control: Basic concepts and applications". In *Proc .ASCE Struct. Cong., XIV*.
- Huet, S., B.G.G.E., 2011. "Aeroelastic behavior of a falcon business jet in case of failed servo-actuator". In *15th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*.

7. RESPONSABILIDADES AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

LINEAR PARAMETERS OF MAGNETORHEOLOGICAL DAMPERS

Daniel L. Rodrigues, danielkumonaquidauana@gmail.com¹
Douglas D. Bueno, douglas.bueno@unesp.br²

Universidade Estadual Paulista - UNESP, Faculdade de Engenharia,¹ Departamento de Engenharia Mecânica,² Departamento de Matemática, Ilha Solteira, SP

Abstract: *This paper proposes an alternative way of describing the temporal behavior of a magnetorheological nonlinear damping device through the use of equivalent linear parameters extracted from Fourier coefficients of frequency response functions such as dynamic stiffness, mechanical impedance and apparent mass, applied to the nonlinear model in the frequency domain. The dissipated energy was quantified both by the nonlinear model and by the linear equivalent model in order to show that this tool implies in significant simplification of analysis of procedures in the frequency domain, by verifying that the equivalent model approaches considerably the nonlinear model with respect to the mechanical work developed.*

Keywords: *Nonlinear Damping, Magnetoreological, Linear Equivalents*