

MODELO PARA REPRESENTAR O COMPORTAMENTO DE UM POLÍMERO DE CARÁTER NÃO LINEAR

Caroline Cristine Duarte da Silva, carol.c.duarte@hotmail.com¹

Luiz Heleno Moreira Duque, luiz.heleno.duque@gmail.com²

Jayme Pereira de Gouvêa, jpg@metal.eeimvr.uff.br³

¹Escola de Engenharia Metalúrgica Industrial de Volta Redonda, Mestranda em Engenharia Mecânica, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, CEP 27255125, Volta Redonda-Rio de Janeiro.

²Escola de Engenharia Metalúrgica Industrial de Volta Redonda, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, CEP 27255125, Volta Redonda-Rio de Janeiro.

³Escola de Engenharia Metalúrgica Industrial de Volta Redonda, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, CEP 27255125, Volta Redonda-Rio de Janeiro.

Resumo: Na engenharia é de fundamental importância o estudo do comportamento dos materiais visando as mais diversas aplicações. Para se determinar o uso de um material em um sistema mecânico que está submetido a esforços, torna-se necessário saber as propriedades mecânicas do material utilizado e como ele irá se comportar durante os esforços solicitados. Neste artigo busca-se caracterizar um material polimérico para utilizá-lo como calços em uma simulação dinâmica de uma prótese ortopédica para um amputado transtibial. Foi idealizado um modelo de corpos múltiplos, onde a prótese ortopédica é constituída por dois calços que se conectam a ela com um material flexível. Para determinar as propriedades do polímero utilizado foram realizados ensaios experimentais de compressão segundo a norma ISO 7743. Foi implementado um filtro matemático nos dados obtidos para uma melhor análise dos mesmos. O modelo representativo do material foi implementado ao modelo multicorpos que simula o comportamento dinâmico da prótese.

Palavras-chave: Rigidez não Linear, Simulação Dinâmica, Multicorpos, Caracterização Experimental, Prótese

1. INTRODUÇÃO

Com a evolução do estudo dos materiais e desenvolvimento de técnicas de caracterização está sendo possível encontrar novos materiais que se encaixam em diversos usos da engenharia. Esses materiais podem ser dependentes da mobilidade molecular que é influenciada pela natureza química das macromoléculas, pela presença ou não de ramificações e de ligações cruzadas, do grau de cristalinidade, presença ou não de plastificante, carga, aditivos, orientação e outros aspectos relacionados à história térmica da amostra segundo Wasilkoski *et al.* (2006). Devido ao grande número de parâmetros, existe uma dificuldade em se determinar as propriedades mecânicas. Em razão dessa variação de parâmetros ao longo de aplicação da carga nos dados de propriedades mecânicas encontrados na literatura, é necessária uma especial atenção aos experimentos para uma melhor caracterização dos materiais a fim de apresentarem um desempenho satisfatório para uma determinada aplicação. Um tipo de material que tem uma ampla gama de utilização são os polímeros, em especial na área de desenvolvimento de próteses e órteses comumente se encontra material polimérico nesses dispositivos. Levando isso em consideração, neste artigo, busca-se a caracterização e a simulação de um material polimérico para sua utilização como calços de uma prótese ortopédica, com objetivo de reproduzir as funções do antepé e retropé em termos de rigidez e amortecimento.

O modelo utilizado para a simulação é um modelo de corpos múltiplos de massa concentrada. Dividiu-se o trabalho em três etapas: parte experimental, análise e filtragem dos dados obtidos e formulação do modelo multicorpos. A partir desse material polimérico ensaiado é criado um modelo de corpos múltiplos que utiliza integração numérica para obtenção das equações de movimento em função do tempo, sendo que a resolução dessas equações utiliza recursos computacionais, no caso foi utilizado o software Matlab.

Na literatura, o polímero é conceituado como um material orgânico ou inorgânico, cuja estrutura consiste na repetição de pequenas unidades, definido por Canevarolo *et al.* (2006). Um polímero pode ter suas propriedades mecânicas determinadas a partir de ensaios mecânicos e sua caracterização é feita de acordo com seu comportamento a solicitações mecânicas. Segundo Stumpf *et al.* (2013), um polímero que não tem capacidade de amortecimento é

considerado apenas elástico, ou seja, não há perdas. Diz-se que um material é hookiano quando obedece a lei de Hooke, ou seja, tem comportamento linear, funcionando como uma mola que acumula energia com sua deformação, se ao aplicar uma força sua deformação é linearmente proporcional. Um polímero com uma grande capacidade de amortecimento se assemelha a um líquido viscoso. Uma área que é comum o uso de polímeros é a biomédica, os mais utilizados são: polietileno (PE), poliuretano (PU), politetrafluoretileno (PTFE), poliacetato (PA), polimetilmetacrilato (PMMA), polietileno tereftalato (PET), borracha de silicone (SR), polisulfona (PS) citados por Rodrigues *et al.* (2013).

Na biomecânica, durante a marcha humana sabe-se que os pés estão sujeitos a forças de reação do solo absorvendo o impacto a cada momento que o pé toca o solo, além de receber a descarga do peso corporal quando o indivíduo está parado de acordo com Morton *et al.* (1937). Uma maneira quantitativa de medir a distribuição de forças de reação do solo é com plataformas de forças e há estudos que calculam a distribuição de fadiga plantar como feitos por Bsiaux *et al.* (2008), como consequência há outros estudos realizados por Sacco *et al.* (2007) que leva em consideração o uso de calçados para amortecer o impacto.

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL E PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

Esta seção propõe a caracterização de um material a partir de uma norma estabelecida para o ensaio experimental, possibilitando a coleta e análise dos dados obtidos, permitindo levantar curvas de rigidez do material. E assim realizar uma simulação dinâmica do comportamento desse material quando utilizado como calços em uma prótese ortopédica durante a caminhada humana.

O experimento de compressão é realizado em uma máquina de ensaio universal marca EMIC modelo DL 2000, a qual está instalada no Laboratório de Ensaios Mecânicos da Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda (EEIMVR). O ensaio está em conformidade com a norma ISO 7743, que determina as dimensões da amostra, velocidade do ensaio, deformação máxima permitida e uso de lubrificação para a realização do ensaio. Foi utilizado como lubrificante um óleo mineral de viscosidade baixa. A célula de carga utilizada foi de 100 N, devido às dimensões e material da amostra. Os parâmetros do ensaio são retratados na Tab. 1.

Tabela 1. Parâmetros do ensaio.

	Velocidade	Força máxima	Deslocamento máximo
Corpo de prova	10 mm/min	80 N	2 mm

Devido à inúmera quantidade de dados obtidos no ensaio é necessária à implementação de um filtro matemático para uma melhor análise, com os dados obtidos na máquina montou-se um gráfico força versus deslocamento. A próxima etapa são as curvas de ajuste, inicialmente uma aproximação linear por uma reta, a segunda aproximação por um polinômio de terceiro grau. A primeira derivada dessas curvas de ajuste dos dados filtrados representa a rigidez do material, sobrepondo as curvas referentes às derivadas tem-se a rigidez equivalente do material.

Para a simulação da dinâmica dos calços, é necessário que se proponha um modelo que seja possível analisar o comportamento de cada elemento individualmente, levando-se em consideração que este elemento se interliga a outros elementos formando um sistema, segundo Tomazini *et al.* (2012). O modelo proposto é uma prótese ortopédica constituída de dois calços que se conectam ao restante da prótese por um material flexível representado pela associação de uma mola linear em paralelo com uma mola e um amortecedor em série, ambos não lineares, capaz de absorver o impacto. Na Fig. 1 é ilustrada a esquerda a planta do pé e as respectivas áreas correspondentes ao retopé e antepé, ainda na Fig. 1 a direita é esquematizado o sistema multicorpos, é considerado três corpos sendo que o corpo (1) representa o calço na posição do retopé, o corpo (2) representa o calço na posição do antepé, com suas respectivas forças excitadoras $F_1(t)$ e $F_2(t)$ e o corpo (3) representa o resto do corpo humano. Adota-se a hipótese que os três corpos se movimentam apenas do plano sagital e que $F_1(t)$ e $F_2(t)$ são forças verticais de reação do solo. O material flexível irá absorver o impacto e se deformar. Apenas é quantificada a deformação referente à translação dos corpos (1) e (2) na direção vertical. As forças $F_1(t)$ e $F_2(t)$ estão defasadas de 12° , correspondendo à diferença entre o momento em que o retopé toca o solo e o momento em que o antepé toca o solo.

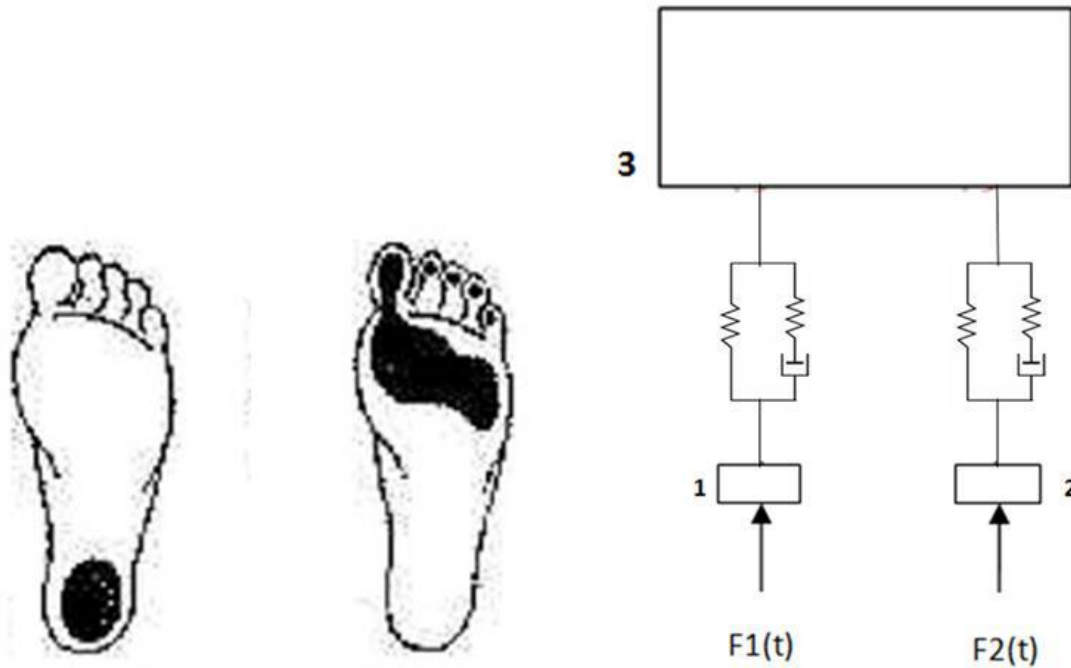


Figura 1. À esquerda área da planta do pé referente ao retropé e antepé respectivamente e a direita desenho esquemático do sistema multicorpos, onde corpos (1) e (2) ligados por dois elementos flexíveis ao corpo (3).

Para a simulação são necessários alguns parâmetros, como a escolha de um modelo humano, no caso uma indivíduo do sexo feminino amputado transtibialmente, com as seguintes características 1,55 m de altura e 55 kg, utilizando as dimensões antropométricas propostas por Winter *et al.* (1991), a rigidez obtida no ensaio e por ultimo, uma força excitadora do sistema que é uma função harmônica correspondente à marcha humana, os calços tem a dimensão do corpo ensaiado.

Com isso chega-se um sistema massa-mola-amortecedor, representado na Eq. (1), resolve-se por integração numérica no tempo pelo método matemático Runge Kutta, implementado no Matlab. Onde, M = matriz de inércia, C = matriz de coeficiente de amortecimento, K = matriz de rigidez, $F(t)$ = vetor de força excitadora em função do tempo e x = vetor deslocamento. A matriz de inércia contém as massas dos corpos utilizados no modelo físico, no total três, a matriz de rigidez acopla os graus de liberdade dos corpos, a matriz de amortecimento é definida pelo critério de amortecimento crítico do sistema e é representado na Eq. (2) e o vetor de força excitadoras é constituído pelas forças externas a que cada corpo está submetido. É válido ressaltar que a matriz de rigidez não tem valor constante, uma vez que a rigidez equivalente não é linear.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad (1)$$

$$C = 2\zeta\sqrt{MK} \quad (2)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Fig. 2 estão ilustrados os dados experimentais coletados no ensaio de compressão, o valor máximo de força do ensaio é de 80N correspondendo a um deslocamento máximo de 0,0017m. Nota-se que o material apresenta um comportamento não linear, ou seja, não é um material hookiano. Assumindo a hipótese de se realizar um ajuste linear e um ajuste por um polinômio de terceiro grau, conforme ilustrado na Fig. 2. Ambas as curvas apresentam uma boa aproximação para o comportamento dos dados experimentais, nota-se que em alguns trechos o ajuste linear é melhor e em outros trechos o ajuste polinomial de terceiro grau é melhor, o que é proposto no artigo é como definir uma rigidez equivalente diante de diferentes curvas de ajustes.

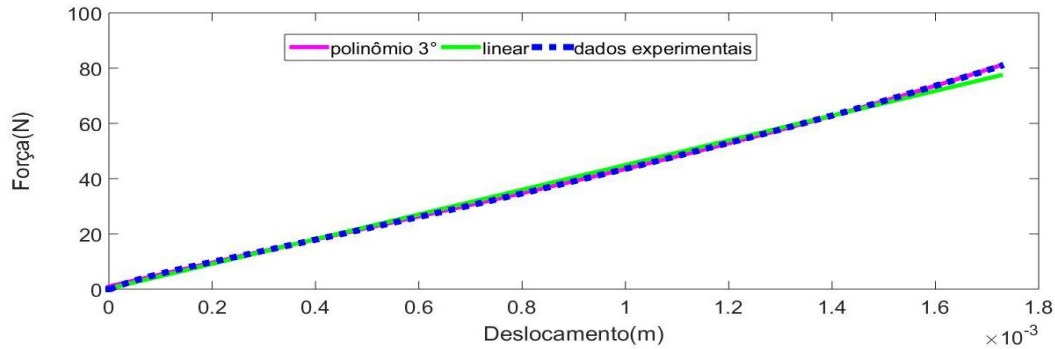


Figura 2. Dados experimentais e curvas de ajuste para Força x Deslocamento.

Apesar das aproximações por uma reta ou por um polinômio de terceiro grau, possam representar o comportamento do material ensaiado, quando se calcula a rigidez a partir da derivação da expressão correspondente com respeito ao deslocamento, os resultados obtidos são diferentes conforme ilustrado na Fig. 3.

Na Fig.3 é mostrada a variação da rigidez, a aproximação linear conduz a uma rigidez constante, correspondendo à linha cheia no gráfico ilustrado Fig. 3, porém a rigidez obtida do polinômio de terceiro grau gera uma curva de segundo grau que pode ser associada ao comportamento não linear do material, correspondendo à linha tracejada no gráfico ilustrado Fig. 3.

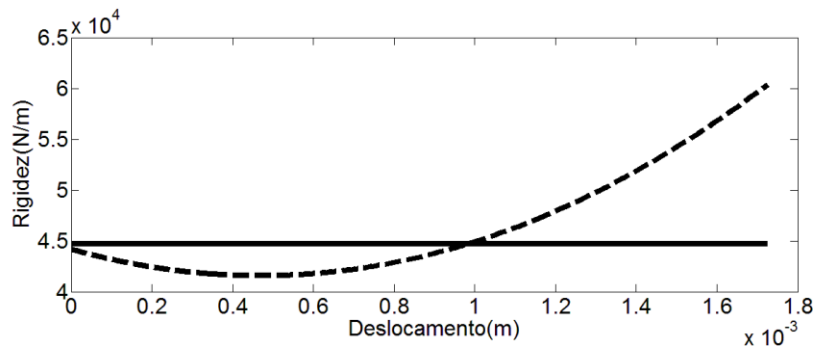


Figura 3. Gráfico de Rigidez x Deslocamento.

A proposta desse artigo é determinar uma rigidez equivalente do material ensaiado, na Fig. 3 o ponto de interseção, que corresponde ao valor de deslocamento em que tanto a rigidez proveniente do ajuste linear quanto à rigidez proveniente do ajuste polinomial de terceiro grau tem o mesmo valor. Monta-se um gráfico de rigidez equivalente ilustrado na Fig. 4, como até 1mm de deslocamento a rigidez constante é predominante em valor numérico, adota-se que até este ponto o material tem comportamento linear, ou seja, uma mola linear descreve o comportamento elástico linear. Após o ponto de interseção, a rigidez passa a variar com o deslocamento, logo o material passou a ter um comportamento não linear levemente amortecido, ou seja, uma mola não linear e um amortecedor viscoso não linear são propostas para descrever o comportamento do material.

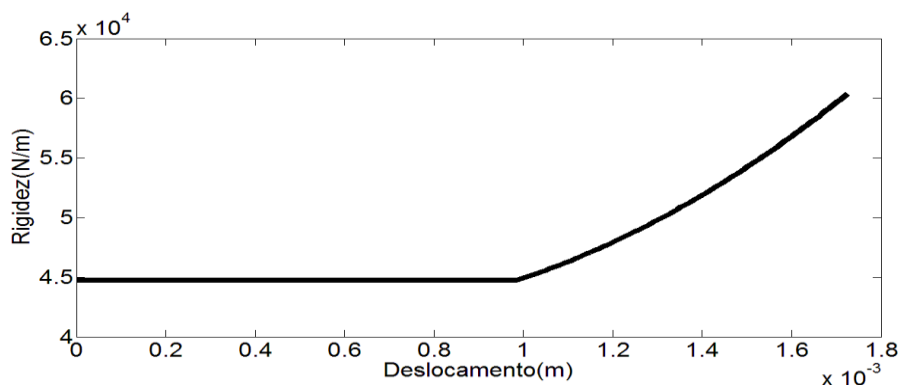


Figura 4. Gráfico de Rigidez equivalente x Deslocamento.

O modelo proposto da Fig. 4 exemplifica a propriedade mecânica de rigidez do material, com base no modelo matemático sugerido pelo artigo para descrever o comportamento do material. Até o ponto de interseção o material tem

apenas comportamento elástico linear, do ponto de interseção em diante passa a ter comportamento viscoso com amortecimento não linear. Para descrever as propriedades do material, durante a simulação, entra com valores numéricos da rigidez pelo tempo, este tempo é o tempo de ensaio do material, a descontinuidade na Fig. 4 apenas demonstra que haverá mudança de valor numérico para a rigidez a partir de certo tempo. Para um tempo maior de simulação do que o tempo de ensaio se faz uma estimativa de rigidez pelo método dos mínimos quadrados, ou seja, uma função de rigidez pelo tempo é importante ressaltar que o tempo de ensaio foi de 10,45 segundos. Adamczyk *et al.* (2017) realizou testes em uma esteira instrumentada em amputados transtibiais, em diferentes velocidades, com um “pé” prótese experimental ajustável, variando os valores de rigidez nominal, ou seja, não dimensionados para os parâmetros de cada indivíduo, para o antepé, 51N/mm a 58N/mm, e retópé, 43N/mm a 49N/mm, a faixa de valor encontrado para a rigidez equivalente no presente artigo é de 45N/mm a 60N/mm, comparando com os valores de Adamczyk *et al.* (2017), nota-se que está dentro de um limite aceitável.

Implementando a rigidez equivalente no modelo de corpos múltiplos e resolvendo a equação do movimento por integração numérica, num intervalo de tempo de 5 segundos, que é menor que o tempo de ensaio, ou seja, tem todos os valores da rigidez equivalente. Na Fig. 5 está representado o deslocamento na direção vertical do calço retópé representado na linha cheia e do calço antepé representado na linha tracejada, ficando ambos com o valor máximo em torno de 6 mm. Com o passar do tempo às amplitudes lentamente vão diminuindo devido ao amortecimento. Nota-se aproximadamente dois ciclos e meio em cinco segundos o que significa uma frequência de 0,5 Hz, o que está de acordo com a frequência da passada humana realizada em uma cinemetria feita no Laboratório de Biomecânica da EEIMVR, em um indivíduo saudável do sexo feminino de 1,55m e 55 kg.

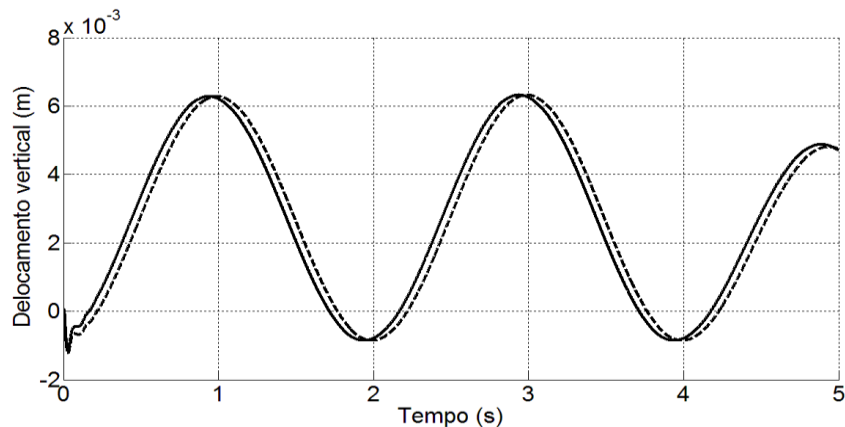


Figura 5. Deslocamento vertical dos calços x Tempo.

Para o modelo proposto traçou-se o diagrama de estado, que é um gráfico em que o eixo da abscissa corresponde à velocidades e o eixo da ordenada corresponde à acelerações, este gráfico mostra se o sistema tem possibilidade de caos (daí o nome estado), o que pode ocorrer quando este gráfico passa pelo zero, ou seja: velocidade e aceleração nulas ao mesmo tempo, o que impõe ao sistema um estado de energia mecânica zero (energia cinética zero e energia potencial zero), e com energia mecânica zero ou o sistema está em repouso absoluto ou tem trajetória imprevisível (o que caracteriza possibilidade de caos).

Na Fig.6 está representado um diagrama de estado do calço do retópé, nota-se que não há ruídos nem há flutuações, o único momento em que ambos os valores são nulos, tanto para velocidade e aceleração, é no início da simulação já que a condição inicial de velocidade do retópé para a simulação dinâmica é nula, com isso pode se afirmar que o sistema não entrará em caos.

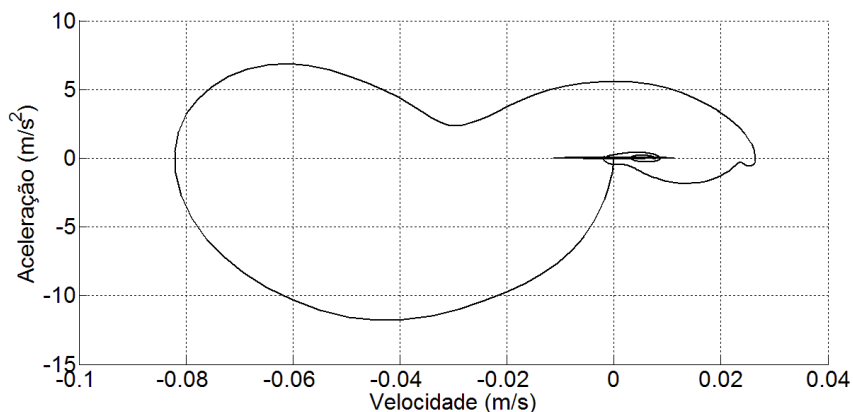
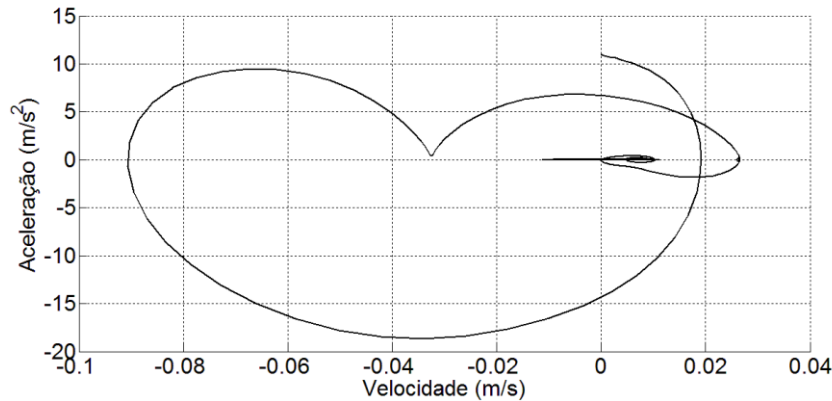


Figura 6. Diagrama de estado do calço retropé.

Também é traçado um diagrama de estado para o calço do antepé representado na Fig.7, nota-se que novamente não há nenhum ruído e nenhuma flutuação, sendo que apenas na origem dos eixos ambas (velocidade e aceleração) são nulas, isso ocorre porque a condição inicial da simulação, velocidade do antepé é nula. Com isso pode se afirmar que o sistema não entrará em caos.

**Figura 7. Diagrama de estado do calço antepé.**

Ambos os calços parecem ter dinâmicas estáveis, além disso, há uma diferença nos diagramas de estado nos calços do retropé e antepé, respectivamente. Essa diferença pode ser explicada pela posição geométrica de ambos no modelo corpos múltiplos, uma vez que o retropé é mais próximo do tornozelo que o antepé. As velocidades e acelerações encontrada na simulação da dinâmica do sistema estão dentro de faixa aceitável para a marcha humana, se comparadas aos valores de velocidades de caminhada em uma esteira, Adamczyk *et al.* (2017) com variação de valores de 0,7 m/s a 1,5 m/s, para amputados transtibiais.

4. CONCLUSÃO

Com a metodologia utilizada nesse trabalho foi possível realizar um procedimento de tratamento de dados coletados de um ensaio de compressão de um polímero, de maneira a obter a rigidez equivalente de um material de caráter não linear, esta rigidez se mostrou na faixa de 45N/mm a 60N/mm, condizente com a literatura, com isso foi proposto um modelo matemático que utiliza esse polímero não linear, adotando o $\zeta=0.10$ para determinar-se o coeficiente de amortecimento.

Foi possibilitado, a partir de curvas geradas do ensaio a implementação desse material como elementos flexíveis no modelo de corpos múltiplos, durante uma faixa de tempo de 5 segundos, simulou-se um modelo de corpos múltiplos em que esse material flexível se conecta três corpos sólidos, as massas e localização de centro de massa dos corpos seguem um modelo antropométrico. No fim analisa-se o comportamento dos calços pospostos para uma prótese ortopédica, mostrando-se estáveis de acordo com os parâmetros biomecânicos como, por exemplo, a frequência de caminhada de 0,5Hz, a velocidade chegando num valor máximo próximo de 0,1m/s tanto para o antepé e retropé. E com diagramas de estado foi possível perceber que o sistema não apresenta risco de caos.

É válido mencionar que como trabalhos futuros seria necessário um procedimento adequado para determinar valores do coeficiente de amortecimento, realizando teste dinâmico neste material polimérico. Outra consideração é avaliar na simulação o movimento do tornozelo, o que está sendo desenvolvido e será apresentado em um trabalho futuro.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem os apoios da PGMEC/UFF e Capes.

6. REFERÊNCIAS

- Adamczyk, P. G., Roland, M., Hahn, M. E., 2017, "Sensitivity of biomechanical outcomes to independent variations of hindfoot and forefoot stiffness in foot prostheses", *Human Movement Science*, Vol. 54, pp. 154-171.
- Bsiaux, M., Moretto, P., 2008, "The effects of fatigue on plantar pressure distribution in walking", *Gait & Posture*, Vol. 28, No.4, pp. 693-698.
- Canevarolo JR., 2006, "Ciências dos polímeros: um texto básico para tecnólogo e engenheiros", Ed. Artliber-Editora, São Paulo, Brasil, 35 p.

- Morton, D. J., 1937, "Foot disorders in general practice", Journal of the American Medical Association, Vol. 1112-9.
- Rodrigues, L. B., 2013, "Aplicações de biomateriais em ortopedia", Estudos Tecnológicos em Engenharia, Vol. 9, No. 2, pp. 63-76.
- Sacco, I. C. N., Tessutti, V. D., Aliberti, S.; Hamamoto, A. N., Gomes, D. R., Costa, M. S. X., 2007, "Força reação do solo durante a marcha com uso do tênis e sandália plataforma", Fisioterapia em Movimento, Vol. 20, No. 3, pp. 55-62.
- Stumpf, C., 2013, "Determinação de propriedades mecânicas de materiais viscoelásticos através de ajuste de modelo", Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Tomazini, J. E., Martins, M. S., Cortez, P. J., 2012, "Modelamento Multicorpos do sistema Musculoesquelético", Revista Ciências em Saúde, Vol. 2, No.4.
- Wasilkoski, C. M., 2006, "Comportamento mecânico de materiais poliméricos", Tese, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Winter, D. A., 1991, "The biomechanics in motor control of human gait: normal, elderly and pathological", Ed. John Wiley & Sons-Inc, Waterloo, Canadá, 417 p.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

"Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho".

MODEL TO REPRESENT THE BEHAVIOR OF A POLYMER OF NON LINEAR CHARACTER

Caroline Cristine Duarte da Silva, carol.c.duarte@hotmail.com¹

Luiz Heleno Moreira Duque, luiz.heleno.duque@gmail.com²

Jayme Pereira de Gouvêa, jpg@metal.eeimvr.uff.br³

¹Escola de Engenharia Metalúrgica Industrial de Volta Redonda, Mestranda em Engenharia Mecânica, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, CEP 27255125, Volta Redonda-Rio de Janeiro.

²Escola de Engenharia Metalúrgica Industrial de Volta Redonda, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, CEP 27255125, Volta Redonda-Rio de Janeiro.

³Escola de Engenharia Metalúrgica Industrial de Volta Redonda, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, CEP 27255125, Volta Redonda-Rio de Janeiro.

Abstract. In engineering is of fundamental importance the study of the behavior of the materials aiming at the most diverse applications. In order to determine the use of a material in a mechanical system that is subjected to stress, it becomes necessary to know the mechanical properties of the material used and how it will behave during the requested efforts. This article aims to characterize a polymeric material to be used as a wedge in a dynamic simulation of an orthopedic prosthesis for a transtibial amputee. A multiple body model was devised, where the orthopedic prosthesis consists of two wedges that connect to it with a flexible material. To determine the properties of the polymer used were experimental compression tests according to ISO 7743. A mathematical filter was implemented in the data obtained for a better analysis of the same. The representative model of the material was implemented in the multibody model that simulates the dynamic behavior of the prosthesis.

Keywords: Nonlinear Stiffness, Dynamic Simulation, Multi Bodies, Experimental Characterization, Prosthesis