

MEDICÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA EM TECIDO ÓSSEO

Jefferson Gomes do Nascimento, Universidade Federal de Uberlândia, jeffersongomes@ufu.br
Alisson Augusto Azevedo Figueiredo, Universidade Federal de Uberlândia, alissonfigueiredo@hotmail.com.br
Fernando Costa Malheiros, Universidade Federal de Uberlândia, malheiros@ufu.br
Gilmar Guimarães, Universidade Federal de Uberlândia, gguima@ufu.br

Resumo. *Este trabalho apresenta a estimativa experimental da difusividade térmica do fêmur bovino usando apenas as temperaturas de uma única superfície de acesso. O experimento é realizado inserindo-se termopares em posições específicas na superfície de interesse do osso. Um fluxo de calor é imposto por meio de um soprador térmico. As temperaturas são coletadas em regime transiente e usadas no algoritmo de otimização baseado no método da seção áurea, onde os dados experimentais são minimizados com as temperaturas analíticas obtidas pela solução do problema térmico usando o método das funções de Green. Os resultados experimentais para a estimativa da propriedade térmica do osso apresentam boa precisão, com erro máximo de 5%.*

Palavras chave: *Difusividade térmica, Problemas Inversos, Estimativa de propriedades e Tecido ósseo.*

1. INTRODUÇÃO

O osso é um tecido biológico complexo, com fases minerais e orgânicas. A interação destas diferentes fases torna o osso um material de propriedades mecânicas únicas e complexas. Estas características são difíceis de serem previstas pois são anisotrópicas, ou seja as propriedades físicas dependem da direção em que são medidas (Karmani, 2006). Na física, os materiais podem ser definidos termicamente por certos parâmetros: condutividade e difusividade térmica, sendo que a condutividade térmica é conhecida como uma propriedade de transporte, fornece uma indicação da taxa na qual a energia é transferida no processo de difusão. Ela depende da estrutura física da matéria, atômica e molecular. Já a difusividade térmica mede a capacidade do material de conduzir energia térmica em relação a capacidade de armazenar (Incropera et al, 2007).

As medidas das propriedades térmicas são extremamente importantes para a predição do comportamento térmico em várias aplicações de engenharia. Por exemplo, o comportamento térmico das paredes do forno, ferramentas de usinagem, motor, geradores ou tecidos biológicos. Todos esses exemplos, no entanto, não permitem testes invasivos ou medições de temperatura interna.

Pode-se observar que a maioria dos métodos encontrados na literatura usam dados de medição de locais interiores ou precisam de duas superfícies para estimar as propriedades térmicas. Por exemplo, métodos clássicos, como método flash (Parker, 1961), método Angstrom (Zhu, 2016) e disco quente (Bohac, 2000). Outros procedimentos usam medições internas para estimar a condutividade térmica e a difusividade simultaneamente, ou medidas externas para estimar apenas uma propriedade térmica, como (Mohamed, 2010), (Betta, 2009), (Neven, 2009), (Monde, 2010) e (Martinez, 2015).

A estimativa de propriedades térmicas podem auxiliar em procedimentos cirúrgicos relacionados a furação de tecido ósseo. Tal procedimento necessita do controle da geração de calor causado durante a cirurgia. A parametrização desta fonte de calor apenas será possível mediante o conhecimento prévio das propriedades térmicas do tecido ósseo.

Este trabalho visa a estimativa da difusividade térmica do fêmur bovino através de uma técnica não-invasiva que utiliza apenas as temperaturas numa única superfície de acesso e os parâmetros geométricos da amostra. O método da seção áurea é usado como técnica de otimização para a determinação da propriedade térmica.

2. PROBLEMA DIRETO

A Figura 1 mostra o modelo térmico tridimensional, transiente e sem geração utilizado como base para estimativa da difusividade térmica. O problema é baseado na aplicação de um fluxo de calor em uma determinada região da amostra como pode ser observado pela região cinza da Figura 1, considerando-se que a amostra está inicialmente a uma temperatura uniforme $T_o = T_\infty$ em °C, enquanto todas as outras superfícies são expostas ao ambiente convectivo $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6$ em W/m^2K , e os dados de importância são as coordenadas do ponto 1 e do ponto 2. Este modelo térmico possui nomenclatura $X_{33}Y_{33}Z_{33}$ dada por: (Beck, J.V. et al., 1999).

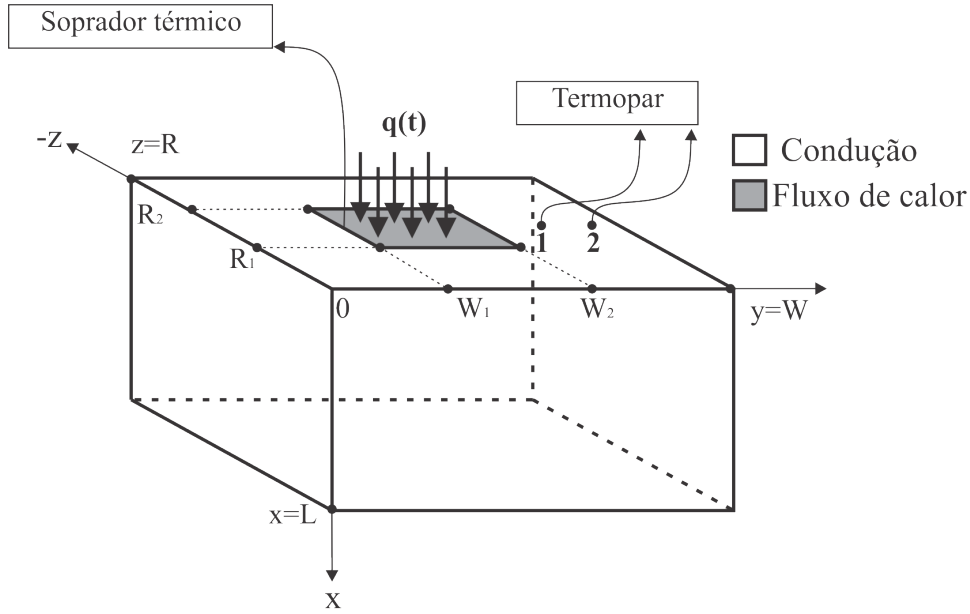


Figura 1. Problema direto com fluxo de calor q'' aplicado em $W_1 \leq y \leq W_2$ e $R_1 \leq z \leq R_2$, os pontos 1 e 2 representam o posicionamento dos termopares na amostra.

O problema direto apresentado na Figura 1 é governado pela Equação 1 (equação da difusão de calor).

$$\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} + \frac{\partial T^2}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

com condições de contorno dada pelas Equações 2 a 7.

$$k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q''(t) - h_1(T - T_\infty) \quad (2)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = h_3(T - T_\infty) \quad (3)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_5(T - T_\infty) \quad (4)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_2(T - T_\infty) \quad (5)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=W} = h_4(T - T_\infty) \quad (6)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=R} = h_6(T - T_\infty) \quad (7)$$

e a condição inicial dada pela Equação 8.

$$T(x, y, z, 0) = F(x, y, z) - T_\infty \quad (8)$$

Nas Equações 1 a 8 os parâmetros são dados por: α difusividade térmica em $[m^2/s]$, k a condutividade térmica dada em $[W/(mK)]$, $q''(t)$ é o fluxo de calor em $[W/m^2]$, o coeficiente de convecção térmica dado por $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6$ em $[W/mK]$, a temperatura inicial $T_o = F(x, y, z)$ e a temperatura do meio ambiente T_∞ dadas em $^\circ C$.

3. PROBLEMA INVERSO

As temperaturas são medidas em duas posições diferentes na mesma superfície em que o aquecimento é imposto. A função objetivo (Equação 9) é um erro quadrático entre as temperaturas medidas e analíticas (Equações 1 a 7) em ambas as posições. A difusividade térmica é obtida através da minimização da função objetivo ($F(\alpha)$).

$$F(\alpha) = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^N [Y_{i,j} - \theta_{i,j}] \quad (9)$$

Onde i e j são respectivamente o índice de superfície e tempo, $Y_{i,j}$ é a temperatura experimental, $\theta_{i,j}$ é a temperatura calculada pela Equação 9, s é o número de sensores de temperatura (termopares), N é o número total de medidas de tempo.

Neste estudo, utilizou-se o método da seção áurea (Vanderplaats, 1984). O objetivo de um método de otimização é determinar a melhor configuração de um projeto sem ter que testar todas as possibilidades sendo que a vantagem deste método são: a redução do tempo gasto no desenvolvimento de um projeto, envolvem procedimentos sistematizados, possibilita tratar uma grande quantidade de variáveis de projeto, possibilidade de se obter algo melhor do que a configuração inicial do projeto e o processo de otimização não é influenciado pela intuição do projetista, sendo que as desvantagens são: custo computacional (número exagerado de variáveis e/ou iterações) requer uma iteração homem-máquina e existe uma certa dificuldade em se lidar com funções descontínuas ou com vários mínimos ou máximos locais.

4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O modelo térmico apresentado na Figura 1 pode ser comparado diretamente a amostra experimental de osso bovino sendo que o osso possui temperatura inicial igual à temperatura ambiente $T_0 = T_\infty$, o mesmo foi parcialmente aquecida por um soprador térmico de marca *Dewalt* com 2000W de potência numa região não isolada de 5cm de comprimento, como pode ser visto pela Figura 2 (b). Foram acoplados 6 termopares de superfície do tipo K distanciados de 1cm cada um Figura 2 (a), Porém no modelo térmico utilizado é necessário somente 2 termopares, ou seja dois pontos de medição de temperatura. Foram realizados três experimentos independentes. Nestes casos, foram tomados pontos com intervalos de tempo de 1s. O tempo de aquecimento foi de 15s.

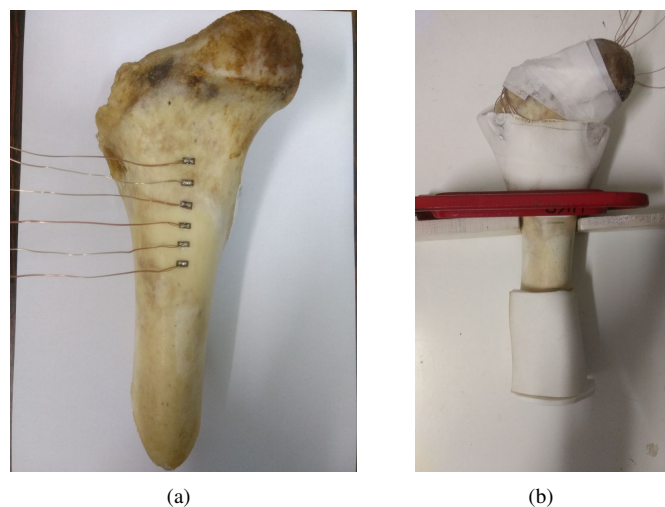


Figura 2. Experimento:(a) Osso com os termopares ;(b) Amostra isolada.

A Figura 3 representa bancada experimental, na qual utiliza-se de um computador e uma central de aquisição a qual tem a função de adquirir os sinais de temperatura enviados pelos termopares tipo K.

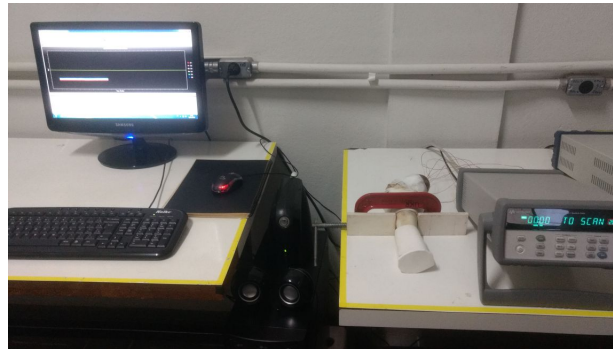


Figura 3. bancada experimental: da esquerda para direita tem-se o computador para tratar os dados, a amostra de osso ensaiada e a central de aquisição de dados.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 4 (a) representa os valores de temperatura experimentais em todos os termopares acoplados na amostra, mas para estimativa da difusividade térmica, foram utilizados somente os dados dos termopares 2 e 3 Figura 4, portanto comparando-se as Figura 4 (a) e (b), $T_2 = T_{x1}$ e $T_3 = T_{x2}$.

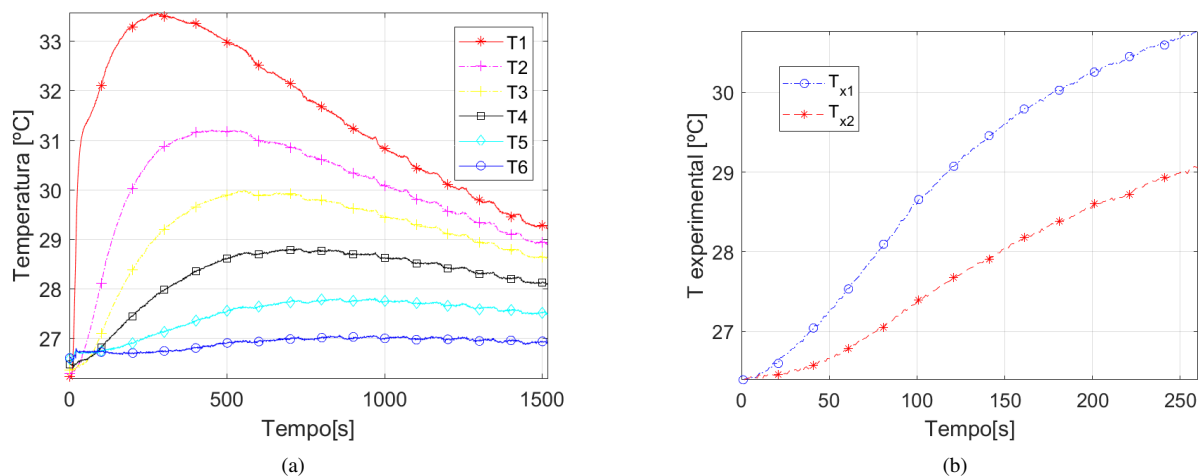


Figura 4. Temperatura:(a) dos termopares acoplados na amostra ;(b) dos termopares analisados.

A Tabela 1 representa os valores médios da difusividade térmica estimados por (Rodriguez, G.P et al, 2001)

Tabela 1. valores medidos da difusividade térmica, (Rodriguez, G.P et al, 2001).

Tipo da amostra	Espessura (μm)	α ($10^{-7} m^2/s$)
Osso denso bovino (corte longitudinal)	232 ± 4	4.4 ± 0.1
Osso denso bovino (corte transversal)	239 ± 4	5.6 ± 0.1

Para uma melhor comparação, utilizou-se a média da difusividade térmica de (Rodriguez, G.P et al, 2001). com $\alpha = 5 \times 10^{-7} (m^2/s)$. A Figura 5 (a) representa os valores da difusividade térmica estimados ao longo do tempo na amostra de osso bovino. Pela Figura 5 (a) observa-se que para os tempos iniciais não é possível estimar o parâmetro em questão, como pode-se observar na Figura 4 (b) uma variação de temperatura significativa ocorre somente após os 50 segundos de ensaio. Após esse tempo, pode observar-se que o método aplicado estima o parâmetro desejado com erro pequeno, como pode ser observado na Figura 5 (b)

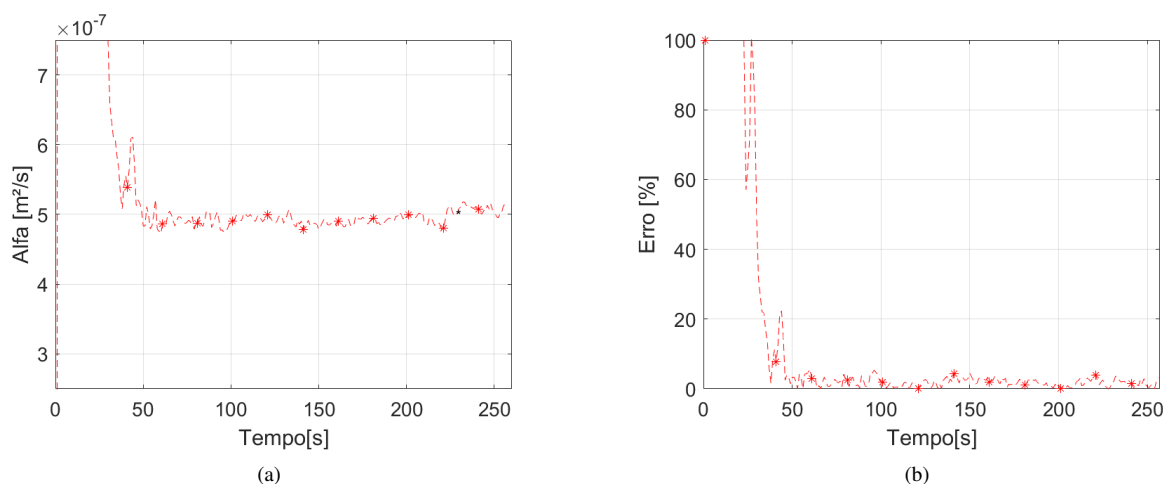


Figura 5. Resultado:(a) Difusividade Térmica ;(b) Erro.

Extraí-se a média dos valores estimados da difusividade térmica Figura 5 (a) entre os valores de tempo de 50 á 100 segundos. Os resultados obtidos podem ser visto na Tabela 2, sendo que a primeira coluna é dada pela média da difusividade térmica estimada com a incerteza da medição, e a segunda coluna é o valor médio teórico também com a incerteza da medição.

Tabela 2. valores estimados e médios da difusividade térmica.

$\alpha_e (10^{-7} m^2/s)$	$\alpha_m (10^{-7} m^2/s)$	Erro%
4.90 ± 0.2	5 ± 0.1	2.04

onde α_e é a difusividade térmica estimada e α_m é o valor médio da Tabela 1 (Rodriguez, G.P et al, 2001). Observa-se que o erro entre o valor estimado e o valor da literatura apresenta um erro relativamente pequeno de 2.04 %, com isso, pode se inferir que a técnica de estimativa da difusividade térmica utilizada nesse artigo pode ser empregada em materiais anisotrópicos como o osso bovino.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta a estimativa experimental da difusividade térmica do fêmur bovino usando apenas as temperaturas de uma única superfície de acesso sem a necessidade de conhecer o fluxo de calor imposto. O trabalho em questão apresenta resultados com erro inferior a 5% para o intervalo de análise de acordo com artigo analisado. Portanto, a contribuição científica do trabalho está relacionado a um novo método de estimativa de propriedades térmicas e como perspectivas futuras, objetiva-se estimar a condutividade térmica do tecido ósseo.

7. REFERÊNCIAS

- Beck, J. V.; Blackwell, B. and Clair, C. R. Inverse Heat Conduction: Ill-posed Problems. New York, NY: Wiley-Interscience, 1995.
- Betta, G.; Rinaldi, M.; Barbanti, D.; Massini, R. A quick method for thermal diffusivity estimation: Application to several foods. Journal of Food Engineering, v.91, p.34-41, 2009.
- Bohac, V. et al. Parameter estimations for measurements of thermal transport properties with the hot disk thermal constants analyzer. Rev. Sci. Instrum., v. 71, p. 2452-2455, 2000.
- Incropera, F.P., Dewit, D. P., Bergman, T.L., Lavine, A. S. Fundamentos da Transferência de Calor e de Massa. sexta edição, 2007.
- Karmani, S. The thermal properties of bone and the effects of surgical intervention. Current Orthopaedics, v. 20, p.52-58, 2006.
- Martinez, K.; Marin, E.; Glorieux, C.; Bernaa, L.L.; Calderon, A.; Rodriguez, P. G.; Ivanov, R. Thermal diffusivity measurements in solids by photothermal infrared radiometry: Influence of convection and radiation heat losses. International Journal of Thermal Sciences, v. 98, p.202-207, 2015.

- Mohamed, I. O. Development of a simple and robust inverse method for determination of thermal diffusivity of solid foods. *Journal of food engineering*, v. 101, p.1-7, 2010.
- Monde, M. ; Kosaka, K.; Mitsutake, Y. Simple measurement of thermal diffusivity and thermal conductivity using inverse solution for one-dimensional heat conduction. *International journal of heat and mass transfer*, v. 5, p.5343-5349,2010.
- Parker, W. J. et al. Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity, and thermal conductivity. *Journal of Applied Physics*, v. 39, p. 1680-1684, 1961.
- Rodriguez, G. P., Arenas, C. A., Hernández, R. A. H., Stolik, S., Orea, A. C., Sinencio, F. S.; Measurement of Thermal Diffusivity of bone, Hydroxyapatite and Metals for Biomedical Application. *Analytical Sciences*, V. 17,2001.
- Vanderplaats, G. N. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. New York, NY: Mcgraw-Hill College, 1984.
- Zhu, Y. Heat-loss modified angstrom method for simultaneous measurements of thermal diffusivity and conductivity of graphite sheets: The origins of heat loss in angstrom method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 92, p. 784-791, 2016.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro das agências de fomento CNPq, CAPES e FAPEMIG.

9. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.