

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS DE LÍQUIDOS COM CAVITAÇÃO VAPOROSA EM BOCAIS CONVERGENTE-DIVERGENTE

Jorge Luiz Maia Varella Junior, jorge_varella@id.uff.br¹

Felipe Bastos de Freiras Rachid, rachid@vm.uff.br¹

¹Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria 156 – Niterói – Rio de Janeiro – Brasil.

Resumo: No presente trabalho, busca-se validar um modelo termodinâmico proposto para o estudo da cavitação vaporosa, no âmbito dos bocais convergente-divergente que permitem a ocorrência de ondas de choque. Este modelo já se mostrou consistente na área das tubulações hidráulicas, e nele o escoamento é admitido como isotérmico e homogêneo sendo seu fluido entendido como uma mistura bifásica, formada por três constituintes todos eles compressíveis e que coexistem a cada ponto do espaço e instante de tempo sendo eles: um líquido, seu vapor e um gás inerte. Para isto, será realizada uma simulação numérica com o auxílio de um método numérico denominado, FCT (Flux-Corrected Transport) que permite resolver um sistema de equações diferenciais hiperbólicas e, além disso, obter uma solução para regime permanente, partindo do estado transiente. Foi realizado um estudo para um caso mais simples com ocorrência da onda de choque de forma a demonstrar a eficácia do método, tendo os resultados obtidos sido satisfatórios.

Palavras-chave: cavitação vaporosa, modelo termodinâmico, bocal convergente-divergente, simulação numérica, método FCT.

1. INTRODUÇÃO

A cavitação vaporosa é um fenômeno que está presente em diversas e importantes áreas da engenharia, podendo ocorrer em diversos equipamentos como: bombas, hélices propulsoras, tubulações empregadas no transporte de líquidos, válvulas de controle, etc. A cavitação vaporosa é a formação da fase vapor de um líquido em decorrência da redução da pressão a um valor abaixo da pressão de vapor. Esse processo se dá a temperatura aproximadamente constante e proporciona efeitos indesejáveis, como a queda do rendimento da bomba e da força de propulsão em hélices, assim como excessivos níveis de vibrações.

Como consequência, a cavitação vaporosa tem recebido atenção especial no projeto e operação desses equipamentos, tanto no regime permanente quanto no transiente, sendo objeto de diversos estudos teóricos e experimentais ao longo dos anos, como visto em Assumpção *et.al.* (2017).

Em Assumpção *et.al.* (2017), os processos de transformação de fase líquido-vapor decorrentes da cavitação são modelados à luz da Termodinâmica dos Processos Irreversíveis, considerando-se a presença de um gás inerte em conjunto com o vapor. O modelo admite como premissa básica que o fluido é formado por uma pseudo mistura de líquido, vapor e um gás inerte que compartilham da mesma velocidade e temperatura. Conforme demonstrado pelos autores, o gás inerte fornece de forma automática e consistente a condição necessária para descrever a pressão na qual os processos de mudança de fase líquido→vapor e vapor→líquido iniciam-se e cessam-se, satisfazendo incondicionalmente a Segunda Lei da Termodinâmica para diferentes valores da fração volumétrica de gás na mistura. O modelo desenvolvido foi aplicado com sucesso na descrição da abertura e fechamento da coluna de líquido em tubulações conduzindo líquidos em regime permanente.

Um dos efeitos relevantes decorrente da cavitação é a alteração da velocidade de propagação de onda no meio. Com formação da fase vapor a velocidade de onda no meio torna-se altamente não linear e dependente da pressão reinante no meio, sendo drasticamente reduzida a ponto de induzir localmente escoamentos com números de Mach iguais ou maiores do que unidade. Em determinados escoamentos, como visto em (Ferreira & Varela Junior, 2016), essa peculiaridade pode fazer surgir à presença de ondas de choque, como aquelas que ocorrem em escoamentos de gás em bocais convergente-divergente quando o escoamento torna-se sônico na garganta.

Com o intuito de avaliar a capacidade do modelo termomecânico desenvolvido em Assumpção *et.al.* (2017), em descrever adequadamente o fenômeno descrito no parágrafo precedente, simulações numéricas foram conduzidas para um escoamento unidimensional de água em um bocal convergente-divergente. Para isso, o problema de valor inicial e de contorno regido por um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas foi resolvido numericamente com o auxílio do método numérico FCT (*Flux-Corrected Transport method*). O FCT, como exposto em (Sondermann, 2016),

é um método conservativo com acurácia de segunda ordem no espaço capaz de lidar e capturar gradientes severos e fortes descontinuidades no campo de escoamento. Resultados numéricos conduzidos para diferentes condições de contorno de velocidade e fração volumétrica à entrada e pressão à saída do bocal ilustram condições de escoamento distintas com gradientes espaciais severos e ondas de choque estacionárias.

2. EQUAÇÕES DO MODELO

Conforme mencionado anteriormente, admite-se no modelo, além da existência do líquido e do vapor, a presença de um gás inerte que coexiste com o vapor durante todo o domínio do escoamento, encarando-se assim o fluido como uma pseudo-mistura de duas fases, uma gasosa constituída pela combinação do vapor do líquido e pelo gás inerte, e outra fase líquida formada apenas pelo líquido. O escoamento é admitido como sendo isotérmico, homogêneo, transiente e unidimensional, sendo expresso em termos do instante de tempo t e da coordenada espacial x medida ao longo do comprimento de um bocal com área de seção reta variável A .

As equações básicas do modelo são apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial(\alpha\rho_g A)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\rho_g u A)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\alpha\rho_v A)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\rho_v u A)}{\partial x} = \Gamma A \quad (2)$$

$$\frac{\partial((1-\alpha)\rho_l A)}{\partial t} + \frac{\partial((1-\alpha)\rho_l u A)}{\partial x} = -\Gamma A \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho u A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 A + p A)}{\partial x} = p \frac{\partial A}{\partial x} \quad (4)$$

Nas quais $u = u(x, t)$ e $p = p(x, t)$ representam os campos espaciais de velocidade e pressão da mistura, $A = A(x)$ é a área de seção reta do bocal e $\alpha = \alpha(x, t)$ denota a fração volumétrica de gás, com $\alpha \in (0, 1)$. De acordo com as hipóteses admitidas, a massa específica da mistura é expressa pela relação:

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_l + \alpha \quad (5)$$

onde ρ_l , ρ_v e ρ_g representam as massas específicas do líquido, vapor e do gás inerte.

As Eqs. (1-3) fazem referência ao princípio da conservação da massa para o gás, o vapor e líquido respectivamente e a Eq. (4) retrata o princípio da conservação da quantidade de movimento linear para a mistura como um todo.

O termo Γ nos membros à esquerda das Eqs. (2) e (3) representa a taxa de transferência de massa por unidade de volume entre as fases líquida e gasosa decorrente da cavitação vaporosa. Quando $\Gamma < 0$ vapor se transforma em líquido e quando $\Gamma > 0$ ocorre o processo inverso, i. e., líquido se transforma em vapor. Se $\Gamma = 0$ não há transferência de massa entre as fases e os princípios de conservação da massa para o líquido e o vapor tornam-se independentes.

Para complementar as Eqs. (1-4) e se obter um modelo mecânico completo, equações constitutivas são necessárias de forma a descrever o comportamento mecânico dos constituintes da mistura;

$$p_l = c_l^2(\rho_l - \rho_l^o) \quad (6)$$

$$p_g = c_g^2 \rho_g \quad (7)$$

$$p_v = c_v^2 \rho_v \quad (8)$$

Nas quais ρ_l^o é uma constante material positiva associada ao líquido e c_l , c_g e c_v representam as velocidades de propagação de onda no líquido, gás e vapor, respectivamente. Na ausência de efeitos de tensão interfacial, é possível mostrar que a pressão da mistura é igual à pressão no líquido que por sua vez é a soma das pressões parciais de vapor e gás, como visto em (Freitas Rachid, 2003):

$$p = p_l = p_v + p_g \quad (9)$$

Num modelo com forte respaldo termodinâmico, a taxa de transferência de massa entre as fases líquida e gasosa em virtude do fenômeno de cavitação deve estar intrinsecamente relacionado a diferença de energia livre de Gibbs entre o líquido e o vapor, como visto em Assumpção *et.al.* (2017) e (Freitas Rachid, 2003). Em (Freitas Rachid, 2003), mostra-se, a partir da exploração da desigualdade de Clausius-Duhem via multiplicadores de Lagrange, que a taxa de transferência de massa num processo de natureza irreversível é expressa pela seguinte relação:

$$\Gamma = k(g_l - g_v) \quad (10)$$

Observa-se em Eq.(10) que Γ é função de um parâmetro k dependente da temperatura como pode ser visto em Eq.(11) e da diferença entre as energias livres de Gibbs para o líquido e para o vapor, g_l e g_v que serão mencionadas posteriormente.

$$k = \hat{k}(T) \quad (11)$$

As Eqs. (6-8), (9) e (10) formam um conjunto completo de equações constitutivas para as equações de balanço, Eqs. (1-4) de maneira a tornar possível que a segunda lei da termodinâmica seja completamente satisfeita. Para que o fenômeno estudado seja entendido completamente faz-se necessária a apresentação da diferença entre as energias livres de Gibbs.

Como exposto na Eq. (10) a diferença entre as energias livres de Gibbs do líquido e do vapor é a força motriz termodinamicamente falando, que proporciona a mudança de fase líquido-vapor. Na ausência de gás livre Eq. (9) reduz-se a forma de $P=P_l=P_v$, enquanto, Eq. (10) não se altera. Porém, a condição de equilíbrio termomecânico de uma mistura líquido-vapor requer que não haja mudança de fase de acordo com Eq. (10), isto é, o termo g_l-g_v na mesma deve ser igual à zero.

Em (Freitas Rachid, 2003) é visto que as condições referidas no parágrafo anterior garantem a existência de uma pressão de saturação P_{sv} dependente da temperatura, tal que $P=P_l=P_v=P_{sv}$, ou seja, para uma temperatura fixa existirá apenas uma pressão de saturação para qual uma mistura pura líquido-vapor estará em equilíbrio. Levando em conta, estas condições, prova-se então que a diferença entre a energia livre de Gibbs para o líquido e o vapor pode ser escrita como:

$$g_l - g_v = c_l^2 \log \left(\frac{p+c_l^2 \rho_l^o}{p_{sv}+c_l^2 \rho_l^o} \right) + c_v^2 \log \left(\frac{p_{sv}}{p_v} \right) + c_l^4 \rho_l^o \left(\frac{1}{p_{sv}+c_l^2 \rho_l^o} - \frac{1}{p+c_l^2 \rho_l^o} \right) \quad (12)$$

Mesmo que, haja gás livre na mistura Eq. (12) ainda é válida, porém a relação $P=P_l=P_v$, não é mais verdadeira. Ainda assim, Eq. (9) deve ser respeitada. Pode-se verificar também através de Eq. (12) que a condição de equilíbrio termomecânico, $g_l-g_v=0$, é satisfeita para diferentes valores de p_l e p_v , de acordo com a pressão parcial do gás na mistura.

Em outras palavras existirá mais de um estado de equilíbrio para uma mistura líquido-vapor-gás dependendo da pressão parcial do gás. De fato, fazendo $g_l-g_v=0$ e aplicando Eq. (9) em (12) é possível expressar a pressão em equilíbrio p_v para diversos valores da pressão da mistura p .

3.MÉTODO NUMÉRICO

Esta seção apresenta uma explicação sobre o método numérico utilizado neste trabalho, além disso, são definidas as condições iniciais e de contorno e o critério de convergência utilizado nas simulações.

O método em questão é o FCT, que como visto em (Sondermann, 2016) é utilizado para a resolução de equações hiperbólicas, problemas com ondas de choque e descontinuidades, que pode ser entendido como um esquema “preditor-corretor” com a difusão sendo introduzida na fase preditora e a anti-difusão na parte corretora.

O método FCT possui diversas aplicações desde que as equações sejam descritas na forma canônica das leis de conservação como exposto abaixo:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \mathbf{S} \quad (13)$$

Em Eq.(13), $\mathbf{Q}$ corresponde ao vetor de variáveis conservadas, $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ é o vetor de fluxo, $\mathbf{W}$ o vetor das variáveis primitivas, $\mathbf{H}(\mathbf{W})$ o de termos não conservativos e $\mathbf{S}(\mathbf{W})$ o vetor representativo do termo de fonte.

A malha do problema é definida através da Eq. (14) apresentada abaixo, na qual L e N correspondem ao comprimento do bocal e ao número de células computacionais respectivamente.

$$\Delta x = \left(\frac{L}{N} \right) = x_{j+1/2} - x_{j-1/2} \quad (14)$$

Em Eq.(14), as fronteiras das células são: $x_{j+1/2} = j\Delta x$ e $x_{j-1/2} = (j-1)\Delta x$, em que $j=1,...,N$ e o centro da célula está localizado em $x_j = (j-1/2)\Delta x$.

Uma aproximação numérica para a solução do problema proposto é descrita pela Eq. (15) na qual calcula-se o valor de $\mathbf{Q}_j^{n+1}$ no instante de tempo t^{n+1} indicado por Eq. (16), através da utilização de diferenças finitas.

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x} [\mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n] + \Delta t^n \left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)^n + \Delta t^n \mathbf{S}_j^n \quad (15)$$

$$t^{n+1} = t^n + \Delta t^n \quad (16)$$

Em Eqs. (15) e (16) entende-se que Q_j^n corresponde a uma aproximação de Q na posição x_j e no instante de tempo atual t^n , Δt^n refere-se ao intervalo de avanço no tempo e, além disso, $F_{j+1/2}^n$ e $F_{j-1/2}^n$ contabilizam os termos de fluxo no instante atual nas fronteiras das células e que são descritos por:

$$F_{j-1/2}^n = F_{j-1/2}(Q_{j-1}^n, Q_j^n) \quad (17)$$

$$F_{j+1/2}^n = F_{j+1/2}(Q_j^n, Q_{j+1}^n) \quad (18)$$

A Eq. (15) representa o sistema de equações diferenciais parciais mostrado em Eq. (13) em sua forma discretizada utilizando um esquema explícito e de primeira ordem para a discretização no tempo. Logo, o avanço no tempo deve ser escolhido em função de uma condição denominada CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) expressa abaixo, que se trata de um parâmetro positivo geralmente menor do que um.

$$\Delta t^n = CFL \frac{\Delta x}{\lambda_{max}^n} \quad (19)$$

O termo λ_{max}^n expresso em Eq. (16) expressa o maior autovalor, em valor absoluto, do domínio no escoamento no tempo t^n e que é calculado por Eq. (17), na qual N_{EQ} é número de equações que governam o problema:

$$\lambda_{max}^n = \max_j [\max_i |\lambda_j^i|], \text{ para } j = 1, \dots, N, i = 1, \dots, N_{EQ} \quad (20)$$

3.1. Sequência de Passos

Esta seção ilustra os passos que devem ser tomados na execução do FCT. Primeiramente obtém uma primeira aproximação para Q , denotada por $\tilde{Q}_j$ como ilustrado em Eq.(21) que pode ser entendida como uma aproximação em tempo intermediária entre n e $n+1$. O cálculo do fluxo F_j^{RI} , de Ritchmeyer, presente em Eq. (21) é mostrado em Eq. (22) e (23):

$$\tilde{Q}_j = Q_j^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x} [\hat{F}_{j+1/2}^{RI} - \hat{F}_{j-1/2}^{RI}] \quad (21)$$

$$\hat{F}_{j+1/2}^{RI} = F(\tilde{Q}_{j+1/2}) \quad (22)$$

$$\tilde{Q}_{j+1/2} = \frac{1}{2}(Q_{j+1}^n + Q_j^n) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t^n}{\Delta x} [F(Q_{j+1}^n) - F(Q_j^n)] \quad (23)$$

Na sequência calcula-se a parte difusiva da solução pelas Eqs. (24) e (25) nas quais $F_{j+1/2}^d$, indica a parte difusiva dos termos de fluxo na fronteira da célula e da mesma maneira Q_j^d têm o mesmo significado para Q , além disso, o termo $\nu_{j+1/2}$ representa o coeficiente difusivo que é definido como constante e igual a 0,125.

$$F_{j+1/2}^d = \nu_{j+1/2} (\tilde{Q}_{j+1}^n - \tilde{Q}_j^n) \quad (24)$$

$$Q_j^d = \tilde{Q}_j + (F_{j+1/2}^d - F_{j-1/2}^d) \quad (25)$$

Calcula-se então, a parte anti-difusiva da solução pela Eq. (26) na qual $F_{j+1/2}^{ad}$, indica a parte anti-difusiva dos termos de fluxo na fronteira da célula, além disso, o termo $\mu_{j+1/2}$ representa o coeficiente anti-difusivo que é definido como constante e igual a 0,125.

$$F_{j+1/2}^{ad} = \mu_{j+1/2} (\tilde{Q}_{j+1} - \tilde{Q}_j) \quad (26)$$

Como, dito anteriormente o FCT pode ser entendido como um método preditor-corretor, na qual a correção é feita na parte anti-difusiva da solução. Primeiramente calcula-se a diferença da parte difusiva de Q mostrada em Eq. (27), a mesma é utilizada no cálculo do fluxo corrigido F^{cad} em Eq. (29) assim, como o termo $\Delta Q_{j+3/2}^d$ cujo cálculo é mostrado em Eq.(28):

$$\Delta Q_{j+1/2}^d = Q_{j+1}^d - Q_j^d \quad (27)$$

$$\Delta Q_{j+3/2}^d = Q_{j+2}^d - Q_{j+1}^n \quad (28)$$

$$F_{j+1/2}^{cad} = S_{max} \left[0, \min \left[S \Delta Q_{j-1/2}^d, |F_{j+1/2}^{ad}|, S \Delta Q_{j+3/2}^d \right] \right] \quad (29)$$

O termo S em Eq. (29) faz referência a função sinal e é indicado por Eq. (30):

$$S = \text{sgn} F_{j+1/2}^{ad} \quad (30)$$

Por fim, calcula-se o termo de fluxo F no instante de tempo n, Eq. (31), utilizando os termos calculados em Eqs. (22),(24) e (29):

$$F_{j+1/2}^n = \hat{F}_{j+1/2}^{FCT} = \hat{F}_{j+1/2}^{RI} + \frac{\Delta x}{\Delta t^n} \left[F_{j+1/2}^{cad} - F_{j+1/2}^{ad} \right] \quad (31)$$

3.2. Condições de Contorno

Para determinação das condições de contorno é necessária uma análise de hiperbolicidade como realizada em (Sondermann, 2016), tendo a mesma, caráter local em cada contorno e sendo o número de condições prescritas função de cada característica que emanam do contorno para dentro do domínio. As condições de contorno são impostas em células fantasmas, que são adicionadas uma na entrada do bocal e a outra na saída do mesmo. Com isso, para os procedimentos do FCT descritos na seção (3.1) devem ser alterados ser consideradas as seguintes condições ilustradas nas Eqs. (32-36):

$$\check{Q}_0 = Q_0^n, \check{Q}_{N+1} = Q_{N+1}^n \quad (32)$$

$$Q_0^d = \check{Q}_0 = Q_0^n, Q_{N+1}^d = \check{Q}_{N+1} = Q_{N+1}^n \quad (33)$$

$$F_{1/2}^{cad} = S_{max} \left[0, \min \left[|F_{1/2}^{ad}|, S \Delta Q_{3/2}^d \right] \right] \quad (34)$$

$$F_{N+1/2}^{cad} = S_{max} \left[0, \min \left[S \Delta Q_{N-1/2}^d, |F_{N+1/2}^{ad}| \right] \right] \quad (35)$$

A condição inicial é imposta estendendo-se os valores das condições de contorno para o interior do bocal em t=0.

3.3. Critério de Convergência

Determina-se o critério de convergência para que as simulações atinjam o regime permanente por:

$$\max \xi(x_i^n)_j \leq 10^{-6} \quad (32)$$

$$\xi(x_i^n)_j = \frac{|x_i^{n+1} - x_j^n|}{\max\{1, |(x_i^n)_j|\}} \quad (33)$$

A variável $(x_i^n)_j$ em Eq. (32) e (33) é dependente do problema, na qual n representa os passos no tempo, e as variáveis i e j representam os parâmetros do escoamento determinados pelo vetor de variável primitiva **W** e o espaço de discretização respectivamente.

4. RESULTADOS

Com o intuito de mostrar a aplicabilidade de método FCT, foram realizadas simulação numéricas de casos presentes na literatura com os resultados obtidos pelo método numérico.

4.1. Escoamento de um Gás Perfeito em Regime Permanente na Presença de Onda de Choque

Simulou-se o caso do escoamento de um gás perfeito um bocal convergente-divergente que como mostrado em (Ferreira & Varella Junior, 2016) têm natureza unidimensional e acontece em regime permanente e sem atrito. As medidas do bocal utilizado nesta simulação estão na Tab.1 abaixo:

Tabela 1. Medidas bocal convergente-divergente

Seções do Bocal	Medidas (mm)
Convergente	$0 \leq x \leq 25,4$
Garganta	$25,4 < x \leq 31,8$
Divergente	$31,8 < x \leq 127$

Neste tipo, de processo caso a velocidade do fluido seja igual a do som no meio, i.e., Mach igual a 1, no momento em que ele atinge a região de área mínima do bocal, garganta formam-se dois ramos de solução na parte divergente do bocal.

Um destes ramos, têm natureza subsônica, isto é, valores de Mach menores do que um e outro têm caráter supersônico, i.e., Mach maior do que um. Como visto, em (Ferreira & Varella Junior, 2016) na parte subsônica as propriedades têm a tendência de recuperar integralmente seus valores iniciais, enquanto que no escoamento supersônico elas, variam conforme a solução analítica do problema.

A ocorrência da onda de choque acrescenta uma descontinuidade ao problema, gerando um grau de irreversibilidade que acaba por ocasionar que as variáveis do problema sofram um salto durante o processo. A onda de choque é obtida na parte divergente do bocal, ao fixar um valor intermediário entre as pressões de saída dos ramos subsônico e supersônico, fora deste intervalo não faz sentido pensar no fenômeno.

As equações básicas para o estudo do problema em questão estão apresentadas abaixo:

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u A)}{\partial x} = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial \rho u A}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 A + p A)}{\partial x} = p \frac{\partial A}{\partial x} \quad (35)$$

São representadas pelas Eqs. (34) e (35) a conservação da massa e da quantidade de movimento linear, nelas ρ , u e p representam a massa específica, a velocidade e a pressão do fluido respectivamente, enquanto A faz referência à área da seção transversal do bocal. Eq. (34) e (35) são descritas em sua forma canônica por:

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$S = \begin{bmatrix} -\rho u \frac{\partial A}{\partial x} \\ -\rho u^2 \frac{\partial A}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ u \end{bmatrix} \quad (39)$$

As condições de contorno utilizadas foram a pressão na saída do bocal e a velocidade na entrada. As Figs. (1) e (2) abaixo foram obtidas após a simulação do FCT atingir o regime permanente e ilustram o comportamento da pressão e da velocidade ao longo do bocal. Os resultados indicados por linhas tracejadas referem-se aos resultados obtidos pelo FCT, enquanto as linhas normais indicam a solução analítica do problema exposta em (Ferreira & Varella Junior, 2016):

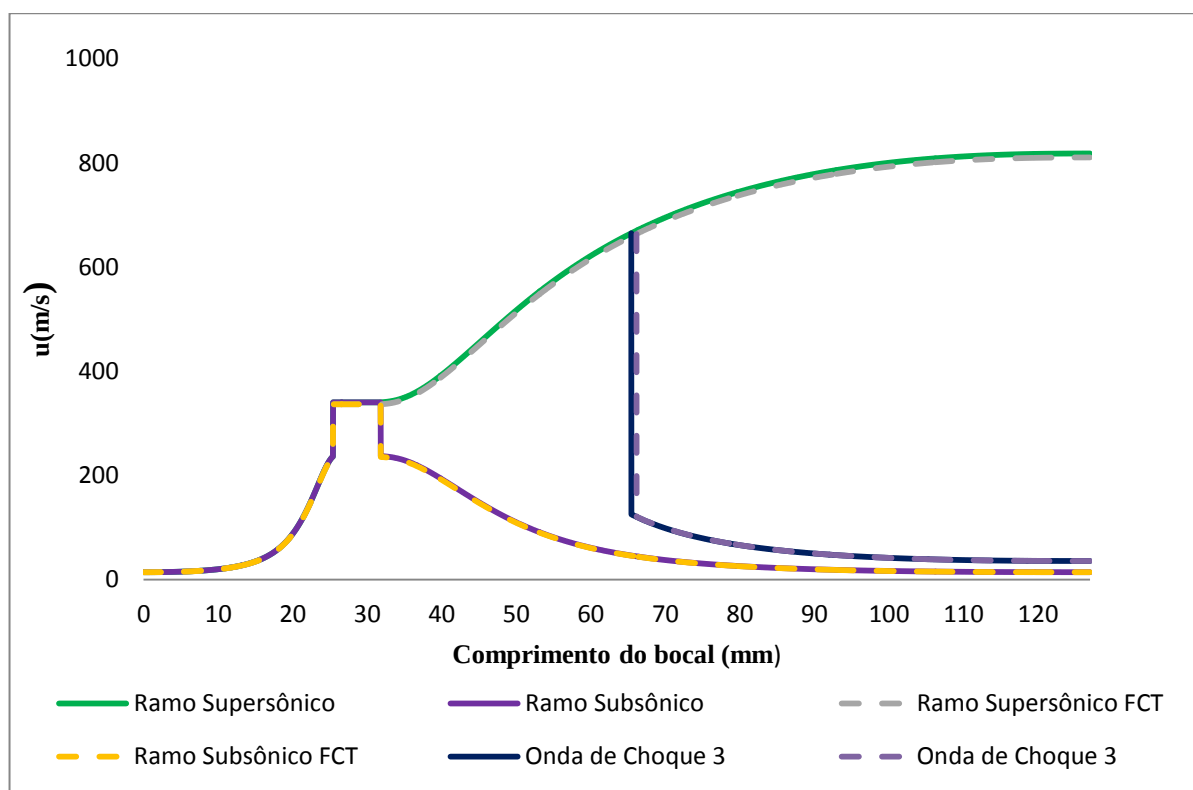


Figura 1. Velocidade ao longo do bocal

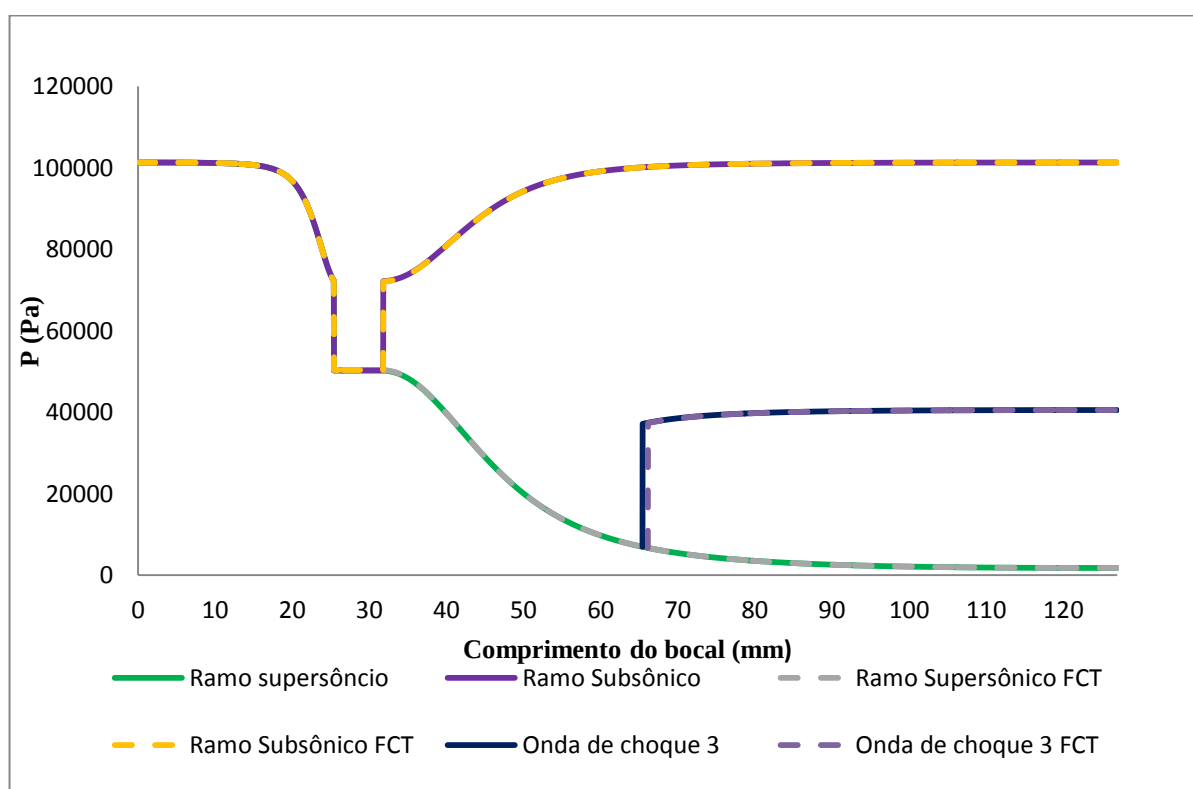


Figura 2. Pressão ao longo do bocal

Observa-se em Fig.(1) e (2) que o método numérico consegue demonstrar com considerável precisão o comportamento das propriedades e antes e depois do choque, além de conseguir capturar a posição em que o mesmo ocorre também com boa eficácia.

5. CONCLUSÕES

Pelo exposto, no trabalho mostra-se que realmente o FCT é um método importante e eficaz na reprodução do comportamento dos fenômenos estudados, além disso, o mesmo como era previsto conseguiu obter a posição da ocorrência da onda de choque.

Para o fenômeno da cavitação o método também é eficiente e retorna resultados bem parecidos com aqueles obtidos na literatura, tanto para a cavitação gasosa quanto para a vaporosa. É interessante mencionar que com o refino da malha a precisão do método aumenta consideravelmente.

6. REFERÊNCIAS

- Assumpção, A.H.; Martins-Costa, M.L.; Freitas Rachid, F.B.; Saldanha da Gama, R.M., 2017, "Modeling slack flow in hydraulic pipelines by means of consistent thermodynamic theory", International Journal of Non Linear Mechanics.
- Freitas Rachid, F.B., 2003, "A Thermodynamically consistent model for cavitation flows of compressible fluids", International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 38, pp. 1007-1018.
- Santos, I.F.R.; Varella Junior, J.L.M., "Escoamentos unidimensionais de fluido compressível com ondas de choque em bocais convergente-divergente", Niterói, 2016, 68 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica)- Curso de Engenharia Mecânica – Escola de Engenharia, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2016.
- Sondermann, C.N., "Simulação de escoamento bifásico em gasodutos com uma equação da energia para a mistura utilizando o método numérico FCT", Rio de Janeiro, 2016, 127 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)- Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

NUMERICAL SIMULATION OF LIQUID FLOWS WITH CAVITATION IN THE PRESENCE OF SHOCK WAVES IN A CONVERGENT-DIVERGENT NOZZLE

Jorge Luiz Maia Varella Junior, jorge_varella@id.uff.br¹
Felipe Bastos de Freiras Rachid, rachid@vm.uff.br¹

¹ Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria 156 – Niterói – Rio de Janeiro – Brasil

Abstract: This paper intends to validate a thermodynamic model proposed for the study of vaporous cavitation in the field of the convergent-divergent nozzles that allows the occurrence of shock waves. The model, whose consistency was already shown in the area of hydraulic pipes, admits an isothermal and homogenous flow that can be understood as a two phase mixture formed by three constituents. All these are compressible and coexist in each point of the space and instant of time, one constituent is the liquid itself and the two others are the liquid's vapor and an inert gas. The process validation was done with the use of a numerical method called Flux-Corrected Transport, FCT, that makes possible to obtain the solution of hyperbolic differential equation systems. First, with intend of showing the efficiency of the method was simulated a simpler case of a compressible flow in a convergent-divergent nozzle with the presence of shock waves for which the obtained results were satisfactory.

Keywords: vaporous cavitation, thermodynamic model, convergent-divergent nozzle, numerical simulation, FCT