

DETECÇÃO DE COMPORTAMENTO CAÓTICO EM CÁPSULAS

Luiz Gustavo Pereira Roéfero, lgpr98gu@gmail.com¹

Fábio Roberto Chavarette, chavarette@gmail.com²

¹Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, SP, Brasil

²Departamento de Matemática, Faculdade De Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, SP, Brasil

Resumo: Neste trabalho foi feita a detecção e análise do comportamento caótico de um sistema vibro-impacto. Este sistema consiste em uma massa oscilando entre duas molas ideais e um amortecedor, essa oscilação ocorre com o auxílio de uma força harmônica. Esse sistema se encontra dentro de uma cápsula que se move em um meio com fricção. Para detectar os pontos de estabilidade e instabilidade foram usados dois diagramas obtidos com o Primeiro Método de Estabilidade de Lyapunov, um para cada parte do sistema, e para a análise dos pontos instáveis foi usado o método dos expoentes de Lyapunov.

Palavras-chave: Dinâmica Não-linear, Vibro-impacto, Sistema de Cápsulas

1. INTRODUÇÃO

Na engenharia, na medicina e em outras áreas há uma demanda muito grande de equipamentos que se movam independente de forças externas, neste contexto um sistema de cápsulas movido exclusivamente com uma força atuante no interior do dispositivo se torna interessante pela sua facilidade de locomoção em lugares nos quais são inacessíveis a mecanismos com pernas.

Embora o equipamento tenha um *design* relativamente simples, dependendo da escolha de parâmetros e condições iniciais, o sistema pode apresentar comportamento caótico onde seria impossível, sem um método de controle, a utilização do dispositivo para fins práticos. Para que esse sistema seja estável, é necessária uma análise separada entre a cápsula externa e a massa interna, quando ambas apresentarem pontos estáveis, o sistema será estável.

Para a detecção de parâmetros instáveis foi utilizado o algoritmo de Wolf que implementa o Primeiro Método de Estabilidade de Lyapunov e para análise de tais parâmetros visando obter pontos caóticos foi utilizado o método dos Expoentes de Lyapunov. Foi usado também o método de Runge Kutta de 4ª Ordem para a execução do plano de fase de cada uma das partes.

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL (OU PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL)

O sistema estudado é mostrado na figura 1.

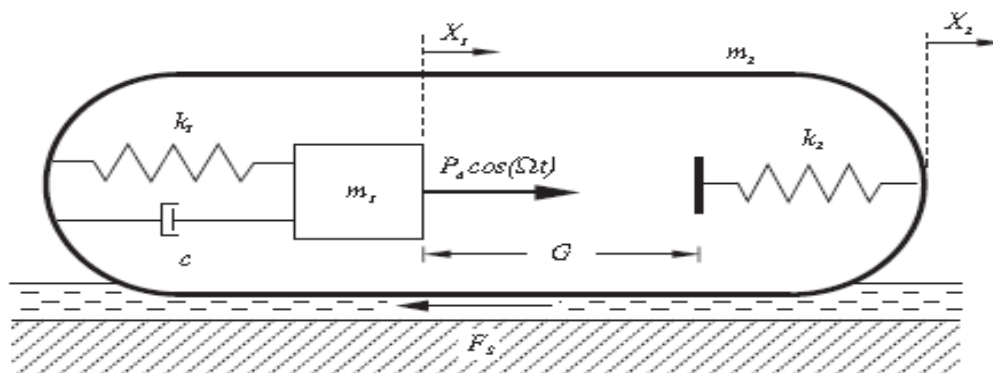


Figura 1. Modelo físico

O sistema funciona da seguinte forma: se $X_1 - X_2$ for maior que a dimensão G, a massa m_1 entra em contato a placa ligada à mola de constante k_2 , caso a força desempenhada pelo impacto for maior que a força de atrito seco do meio (F_s) a cápsula entra em movimento. Há também um amortecedor com coeficiente de amortecimento c trabalhando em cooperação com a mola de constante k_1 de modo a diminuir a transferência de energia do impacto quando a massa realiza seu movimento de retorno.

Para facilitar o manuseio das equações definiu-se as seguintes variáveis adimensionais.

$$\tau = \Omega_0 t, x_i = \frac{k_1}{P_f} X_i, y_i = \frac{dx_i}{d\tau} = \frac{k_1}{\Omega_0 P_f} \dot{X}_i, \dot{y}_i = \frac{dy_i}{d\tau} = \frac{k_1}{\Omega_0^2 P_f} \ddot{X}_i, f_s = \frac{F_s}{P_f}, f_b = \frac{F_b}{P_f}$$

E os parâmetros.

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \omega = \frac{\Omega}{\Omega_0}, \alpha = \frac{P_d}{P_f}, \xi = \frac{c}{2m_1\Omega_0}, \delta = \frac{k_1}{P_f} G, \beta = \frac{k_2}{k_1}, \gamma = \frac{m_2}{m_1}$$

Onde $i=1,2$. E P_f é o limiar de fricção de Coulomb.

O movimento do sistema é descrito pelas equações diferenciais.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1 \\ \dot{y}_1 &= \alpha \cos(\omega\tau) + (x_2 - x_1) + 2\xi(y_2 - y_1) - H_3\beta(x_1 - x_2 - \delta) \\ \dot{x}_2 &= y_2(H_1(1 - H_3) + H_2H_3) \\ \dot{y}_2 &= (H_1(1 - H_3) + H_2H_3)(-f_s - (x_2 - x_1) - 2\xi(y_2 - y_1) + H_3\beta(x_1 - x_2 - \delta))/\gamma \end{aligned} \quad (1)$$

Sendo $H_i(i=1,2,3)$ as funções H definidas como.

$$\begin{aligned} H_1 &= H(|(x_2 - x_1) + 2\xi(y_2 - y_1)| - f_b) \\ H_2 &= H(|(x_2 - x_1) + 2\xi(y_2 - y_1)| - \beta(x_1 - x_2 - \delta)| - f_b) \\ H_3 &= H(x_1 - x_2 - \delta) \end{aligned} \quad (2)$$

Para detectar os parâmetros que causam instabilidade no sistema foi executado o algoritmo de Wolf a fim de obter um diagrama de estabilidade através do Primeiro Método de Estabilidade de Lyapunov e para a análise caótica de tais pontos foi usado o método dos Expoentes de Lyapunov, foi então plotado o plano de fase tanto da cápsula quando da massa usando o método de Runge Kutta de 4ª ordem.

Todos os métodos foram utilizados em forma de algoritmos, os quais foram implementados no software livre Octave, portanto não houve nenhum problema em trabalhar com as funções heaviside visto que é uma função implícita do software.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a simulação numérica do sistema usou-se os seguintes parâmetros e condições iniciais.

Tabela 1. Parâmetros e condições iniciais.

α	ω	γ	f_b	f_s	δ	$x_1(0)$	$y_1(0)$	$x_2(0)$	$y_2(0)$
0.3	0.847	1	0.8	0.5	0.02	0.5	0.5	0.3	0.9

Após a implementação do algoritmo de Wolf para a análise da estabilidade do conjunto massa-cápsula, foi obtido o sistema linearizado (matriz jacobiana). Foi encontrado também os pontos de equilíbrio do sistema que se localizam na origem, ou seja, $x_1^*(t) = 0, y_1^*(t) = 0, x_2^*(t) = 0$ e $y_2^*(t) = 0$.

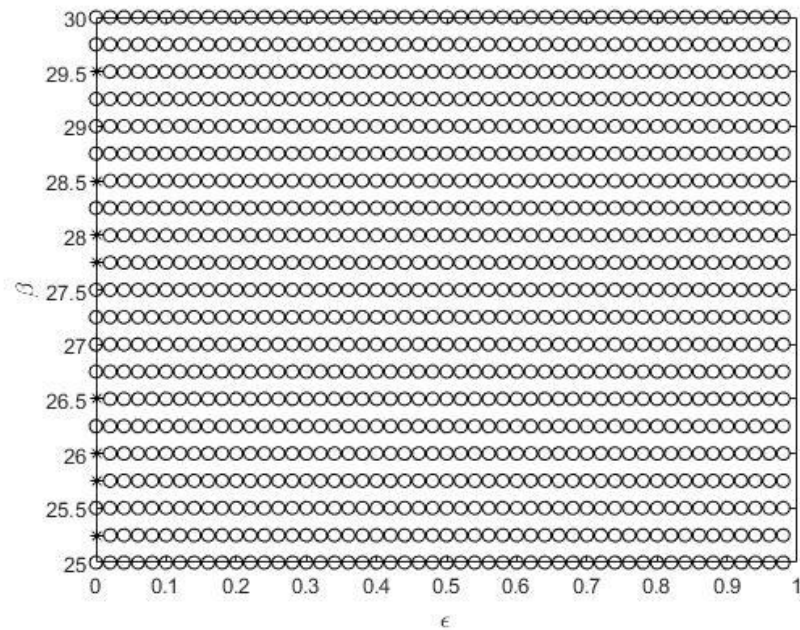
O sistema linearizado é mostrado a seguir.

$$l = (2 \cdot \xi \cdot (H(|x_1 - x_2 + 2 \cdot \xi \cdot y_1 - 2 \cdot \xi \cdot y_2| - f_b) \cdot (H(x_1 - \delta - x_2) - 1) - H(|x_2 - x_1 + \beta \cdot \delta - \beta \cdot x_1 + \beta \cdot x_2 - 2 \cdot \xi \cdot y_1 + 2 \cdot \xi \cdot y_2| - f_b) \cdot H(x_1 - \delta - x_2))) / \gamma - ((2 \cdot \xi \cdot \text{sign}(x_2 - x_1 + \beta \cdot \delta - \beta \cdot x_1 + \beta \cdot x_2 - 2 \cdot \xi \cdot y_1 + 2 \cdot \xi \cdot y_2) \cdot \Delta(x_2 - x_1 + \beta \cdot \delta - \beta \cdot x_1 + \beta \cdot x_2 - 2 \cdot \xi \cdot y_1 + 2 \cdot \xi \cdot y_2) - f_b) \cdot H(x_1 - \delta - x_2) + 2 \cdot \xi \cdot \Delta(f_b - |x_1 - x_2 + 2 \cdot \xi \cdot y_1 - 2 \cdot \xi \cdot y_2|) \cdot \text{sign}(x_1 - x_2 + 2 \cdot \xi \cdot y_1 - 2 \cdot \xi \cdot y_2) \cdot (H(x_1 - \delta - x_2) - 1)) \cdot (f_s - x_1 + x_2 - 2 \cdot \xi \cdot (y_1 - y_2) + \beta \cdot H(x_1 - \delta - x_2) \cdot (\delta - x_1 + x_2))) / \gamma$$

Onde $H()$ são as funções heaviside, $\Delta()$ são as funções Delta de Dirac e $\text{sign}()$ é função sinal.

Ainda usando o algoritmo de Wolf foram obtidos dois diagramas de estabilidade, um referente à estabilidade da massa e outro referente a estabilidade da cápsula.

(a)



(b)

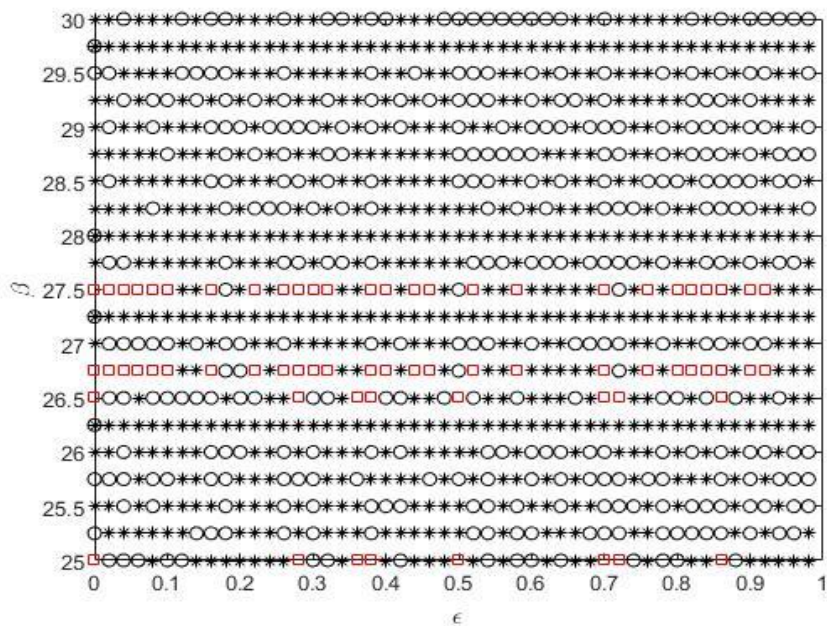


Figura 2. (a) Diagrama de estabilidade da massa. (b) Diagrama de estabilidade da cápsula

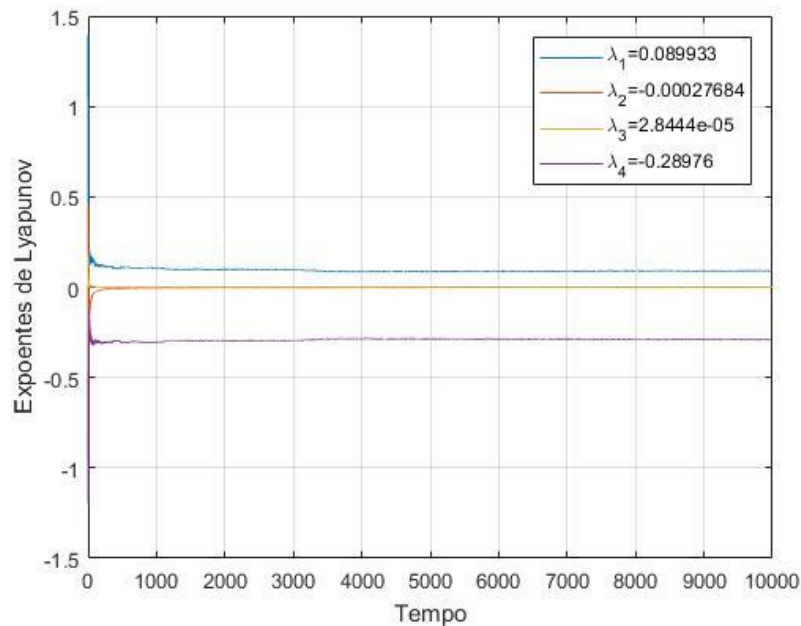
Foi programado para que os círculos fossem os pontos cujos parâmetros desempenham comportamento estável, os asteriscos fossem os pontos cujos parâmetros desempenham comportamento instável e os quadrados vermelhos fossem os pontos degenerados.

Observando o diagrama de estabilidade da massa pode-se ver que a massa é estável em quase todos os pontos, exceto em alguns pontos quando $\xi = 0$, este resultado é plausível pois este parâmetro implica que o coeficiente de amortecimento é nulo, causando instabilidade no sistema.

Já realizando a análise do diagrama de estabilidade da cápsula podemos ver que há muitos pontos instáveis e alguns casos degenerados. Este tipo de comportamento gera um certo interesse voltado para uma análise mais detalhada dos pontos instáveis.

Com base nos dois diagramas observou-se em quais pontos o sistema era instável e foi escolhido arbitrariamente o ponto (0.1,30) para a aplicação dos expoentes de Lyapunov de modo a identificar um possível estado caótico para esses parâmetros.

(a)



(b)

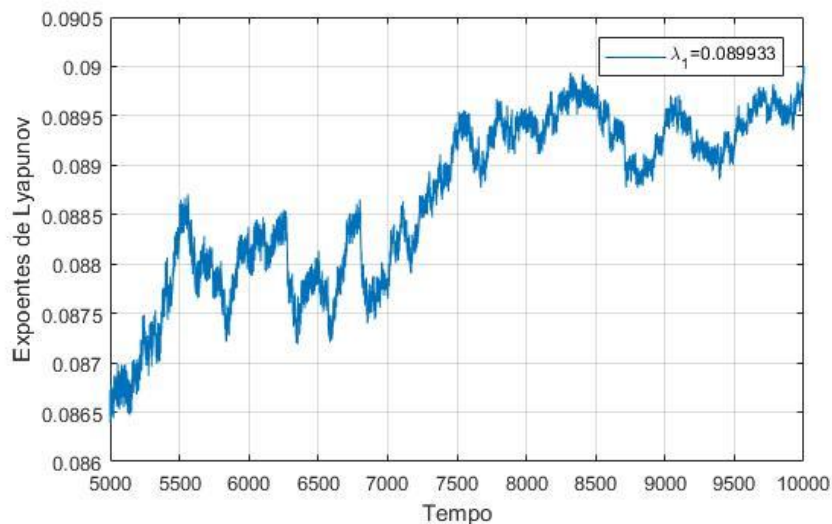


Figura 3. (a) Dinâmica dos Expoentes de Lyapunov. (b) Dinâmica do Expoente de Lyapunov positivo

Pode-se perceber que no ponto escolhido temos um expoente positivo que tende a um valor positivo em um tempo de análise relativamente grande para o sistema, o que nos leva a uma percepção de caos para os parâmetros usados.

Plotando o plano de fase da cápsula e da massa obtém-se.

(a)

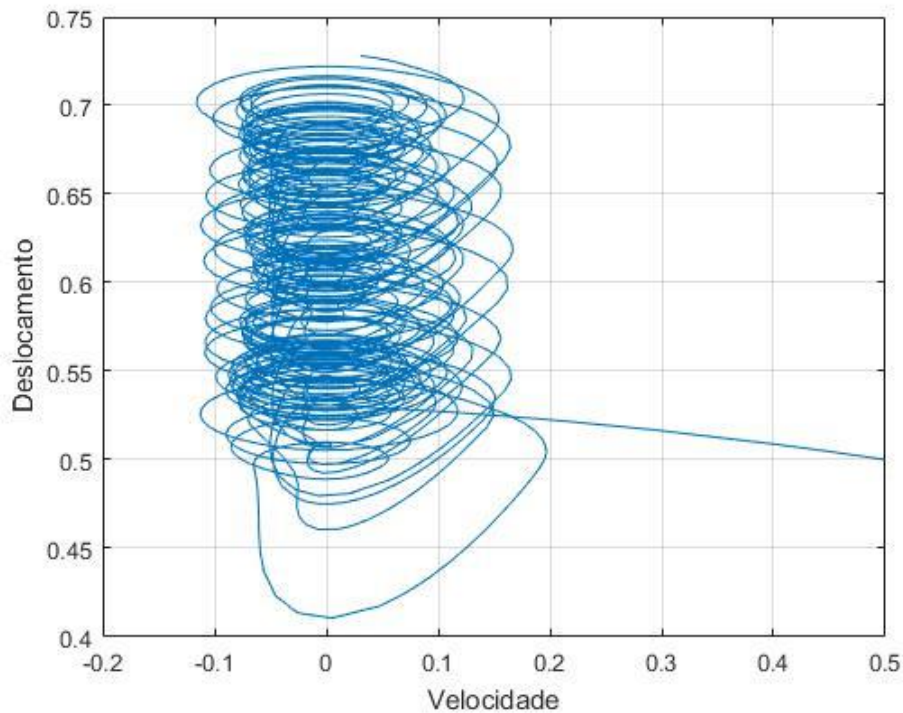


Figura 4. Plano de fase da massa

Pode-se perceber pelo plano de fase da massa que a velocidade oscila em um intervalo, entretanto seu deslocamento aumenta de forma oscilatória, não atingindo um ponto de estabilidade.

4. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi possível identificar e analisar pontos caóticos do sistema de cápsula de forma a evitar se trabalhar nestes pontos em uma possível fabricação do equipamento. Para o ponto cujo estado de caos foi detectado propõe-se como trabalho futuro o estudo de um controlador de forma que seja possível a manipulação do dispositivo nestas condições.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao laboratório SISPLEXOS e a UNESP por oferecer sua estrutura como suporte acadêmico à pesquisa, bem como a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo N° 2017/17601-8 pelo apoio financeiro ao trabalho.

6. REFERÊNCIAS

- Kapitaniak, T., 1991, Chaotic oscillations in mechanical systems. [S.l.]: Manchester University Press. 220 p.
- Liu, Y., Wiercigroch M., Pavlovskaja E., Yu H., 2013, Modelling of a vibro-impact capsule system, Int J Mechanical Sciences 66 2–11.
- Lourenço, R. F. B., 2017, Análise computacional do comportamento dinâmico de um sistema vibro-impacto. 70 f. Dissertação(Mestrado) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista. – UNESP, Ilha Solteira, Brasil.
- Moraes, F. H., 2012, Comportamento dinâmico não-linear de um sistema mecânico com vibrações associadas a uma transição brusca na rigidez. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Bauru.
- Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H. L., Vastano, J.A., 1985, Determining Lyapunov Exponents from Time Series. Physica D, v. 16, p. 285-317.

7. RESPONSABILIDADE AUTORAL

“Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

DETECTION OF CAOTIC BEHAVIOR IN CAPSULES

Luiz Gustavo Pereira Roéfero, lgpr98gu@gmail.com¹

Fábio Roberto Chavarette, chavarette@gmail.com²

¹Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, SP, Brazil

²Mathematics Department, Faculdade De Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, SP, Brazil

Abstract. *In this work was made the detection and analysis of the chaotic behavior of a vibro-impact system. This system consists of a mass oscillating between two ideal springs and a damper, this oscillation occurs with the aid of a harmonic force. This system is inside a capsule that moves in an environment with friction. In order to detect the points of stability and instability, two diagrams obtained with the First Method of Stability of Lyapunov were used, one for each part of the system, and for the analysis of the unstable points the Lyapunov exponent method was used.*

Keywords: *Non-linear Dynamics, Vibro-impact, Capsule System*